

# Jewel's Care

Life is for motto lesson.....

## S.S.C. Math

### Chapter : Algebraic Expression

( বীজগনিतीय রাশি )

**By optimum usage of time and minimum wastage of time,  
you can bulldup yourself. So, don't worry about your career.**

**It's yours..... MD Ibrahim Khalil Jewel**



2017

Prepared & Organized By : MD Ibrahim Khalil Jewel (Teacher of Math)  
MO: 01677836677  
Gmail : [mdibrahimkhaliljewel@gmail.com](mailto:mdibrahimkhaliljewel@gmail.com)  
Demra, Dhaka - 1362



hkjoioioiklpolpolpo

সংজ্ঞা: প্রক্রিয়া চিহ্ন (+,-,x,÷) এবং সংখ্যা নির্দেশক অক্ষর প্রতীক (3x,2y,5z) এর অর্থবোধক বিন্যাসকে বীজগনিতীয় রাশি বলে।  $2a+3x-c$  এখানে বিভিন্ন বর্ণমালা ব্যবহার করা হয়, a,b,c,l,m,n,p,q,r,x,y,z ইত্যাদি।

পরিচিতকরণ:  $a+3x+6=12$  [ a=ধ্রুবক/contant,  $12/6=$ ধ্রুবক/contant/ধ্রুব পদ/ধ্রুব রাশি (মান নির্দিষ্ট), x=চলক/চল রাশি/চল পদ/variable (মান অনির্দিষ্ট), 3=সাংখ্যিক সহগ/co-esficient,  $a/3b/6/12$  এক একটি পদ বা রাশি  $a+3x+6=12$  সম্পূর্ণটাই সমীকরণ ]

চলক/চল পদ/ চল রাশি: যে প্রতীক গাণিতিক প্রক্রিয়ায় একই মান ধারণ করে না অর্থাৎ বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন মান ধারণ করে তাকে চলক বলে।

ধ্রুবক/ধ্রুবপদ/ধ্রুবরাশি: যে প্রতীক গাণিতিক প্রক্রিয়ায় একই মান ধারণ করে অর্থাৎ মানের কোন পরিবর্তন হয় না তাকে ধ্রুবক বলে।

বহুপদী রাশি:  $ax+b =$  এক মাত্রিক বহুপদী রাশি।  $f(x)$

$ax^2+bx+c =$  দ্বিমাত্রিক বহুপদী রাশি।  $f(x)$

$ax^3+bx^2+cx =$  ত্রিমাত্রিক বহুপদী রাশি।  $f(x)$

ইংরেজী ব্যাকরণ এর সাথে মিল করে বলতে পারি যে, পদ = word রাশি = sentence রাশিমালা = paragraph

[Paragraph =  $a^3+3b^2c-b^3$ ,  $a^2-b^2$ ,  $bc^6-c^3$ ; Sentence =  $a^3+3b^2c-b^3$ ; Word =  $a^3$ ]

আবিষ্কারক: মধ্যযুগের মুসলিম গনিতজ্ঞ, ভূগোলবিদ, জ্যাতিবিজ্ঞানী আবু-আব্দুল্লাহ ইবনে মুসা আলখোয়ারিজম দ্বিঘাত সমীকরণ সমস্যার সমাধানের জন্য আল-জাবর পদ্ধতি আবিষ্কার করেন। আল জাবর আবিষ্কার করার কারণে এক এলজেব্রা তথা বীজগনিতের জনক বলা হয়। আলখোয়ারিজম এর ল্যাটিন শব্দ এলগরিদম।

বাস্তব প্রয়োগ: ধর, তুমি শপিং মলে তোমার ইঞ্জির জন্য ৮ টি শাড়ি ক্রয় করেছো তবে একটি ব্যাগে ২টি শাড়ি ঢুকানো গেল। তোমার কয়টি ব্যাগের প্রয়োজন হবে। এই ধরনের সমস্যার সমাধানের জন্য আমরা অজ্ঞাত চলক (x/p/a/ক) ধরে নিয়ে সমাধান করে থাকি। অর্থাৎ, বীজগনিতীয় পদ্ধতি প্রয়োগ করে থাকি। তাছাড়া, ইঞ্জিনিয়ারিং ও বিজ্ঞান সেক্সন এর বিভিন্ন শাখায় বীজগনিতীয় ব্যবহার রয়েছে ব্যাপক।

বীজগনিতীয় সূত্র: বীজগাণিতিক প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারণ নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে বীজগাণিতিক সূত্র বলে।

## বর্গ সম্বলিত অংশের সূত্র:

- 1)  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
- 2)  $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$
- 3)  $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
- 4)  $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$
- 5)  $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
- 6)  $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
- 7)  $a^2+b^2=\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2}$
- 8)  $2(a^2+b^2)=(a+b)^2+(a-b)^2$
- 9)  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- 10)  $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
- 11)  $4ab=(a+b)^2-(a-b)^2$
- 12)  $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
- 13)  $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$
- 14)  $2(ab+bc+ca)=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$
- 15)  $(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab-bc-ca)$
- 16)  $(a-b+c)^2=a^2+b^2+c^2-2(ab+bc+ca)$
- 17)  $(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2-2(ab-bc+ca)$
- 18)  $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
- 19)  $(p+x)(q+x)=pq+(q+p)x+x^2$

[১২-১৭ নম্বর বর্গ সূত্রের সম্প্রসারণ]

## বর্গ সম্বলিত অংশের সূত্রের প্রমাণ:

সূত্র (1) প্রমাণ: | মৌলিক সূত্র |

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a.a+a.b+a.b+b.b = a^2+2ab+b^2$  | সমস্ত সূত্রের মূল |

সূত্র (2) প্রমাণ:

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 = a^2-2ab+b^2+4ab = (a-b)^2+4ab$

সূত্র (3) প্রমাণ: | মৌলিক সূত্র |

$(a-b)^2 = \{a+(-b)\}^2 = a^2+2a(-b)+(-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

সূত্র (4) প্রমাণ:

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2 = a^2+2ab+b^2-4ab = (a+b)^2-4ab$

সূত্র (7) প্রমাণ:

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ ..... (i)

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ ..... (ii)

(i)+(ii),  $(a+b)^2+(a-b)^2 = 2a^2+2b^2$

বা,  $(a+b)^2+(a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$  | সূত্র 8 প্রমাণিত |

বা,  $\frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2} = a^2+b^2$

সূত্র (10) প্রমাণ:

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ ..... (i)

$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ ..... (ii)

(i)-(ii),  $(a+b)^2-(a-b)^2 = 4ab$  | সূত্র 11 প্রমাণিত |

বা,  $\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4} = ab$

বা,  $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2 = ab$

সূত্র (12-17) (a+b)<sup>2</sup> বা, (a-b)<sup>2</sup> দ্বারা প্রমাণিত।

সূত্র (18-19) শুধু গুন করা হয়েছে।

## উদাহরণ ও অনুশীলনীর মিলনমেলা ও অতিরিক্তঃ

Type 1 : সূত্রের সাহায্যে বর্গ কর ?

- (1)  $4x+5y$  (2)  $3a-7b$  (3)  $2ab+3bc$  (4)  $x^2+\frac{2}{y^2}$  (5)  $a+\frac{1}{a}$  (6)  $ab-c$  (7)  $5x^2-y$  (8)  $a+3b$  (9)  $5x^2-y$  (10)  $x+2y+4z$  (11)  $3p+4q-5r$   
(12)  $3b-5c-2a$  (13)  $ax-by-cz$  (14)  $\frac{a}{2}+\frac{2}{b}-\frac{1}{c}$  (15)  $a-b+c-d$  (16)  $2a+3x-2y-5z$  (17) 101 (18) 996 (19) 997 (20) 1007

Type 2 : সরল কর ?

- (1)  $(2a+7)^2+2(2a+7)(2a-7)+(2a-7)^2$  (2)  $(3x+2y)^2+2(3x+2y)(3x-2y)+(3x-2y)^2$  (3)  $(7p+3r-5x)^2-2(7p+3r-5x)(8p-4r-5x)+(8p-4r-5x)^2$  (4)  $(2m+3n-p)^2+(2m-3n+p)^2-2(2m+3n-p)(2m-3n+p)$  (5)  $6.35 \times 6.35 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + 3.65 \times 3.65$  (6)  $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7584 \times 5874$  (7)  $\frac{7529 \times 7529 - 7519 \times 7519}{7529 + 7519}$  (8)  $\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 753}$  (9)  $\frac{8.625 \times 8.625 - 2 \times 6.25 \times 6.375 + 6.375 \times 6.375}{8.625 - 6.375}$

Type 3 :

1.  $x-y=2$  এবং  $xy=24$  হলে,  $x+y$  এর মান কত?
2.  $a+b=7p$  এবং  $ab=12p^2$  হলে,  $a-b$  এর মান কত?
3.  $a+b=7$  এবং  $ab=12$  হলে,  $a-b$  এর মান কত?
4.  $a-b=4$  এবং  $ab=60$  হলে,  $a+b$  এর মান কত?
5.  $x-y=2$  এবং  $xy=63$  হলে,  $x^2+y^2$  এর মান কত?

Type 4 :

1.  $x+y=10$ ,  $x-y=2$  হলে, (i)  $x^2+y^2$  (ii)  $xy$  - এর মান নির্ণয় কর ?
2. যদি  $a^4+a^2b^2+b^4=3$  এবং  $a^2+ab+b^2=3$  হয়, তবে  $a^2+b^2$  মান নির্ণয় কর ?
3.  $a^4+a^2b^2+b^4=8$  এবং  $a^2+ab+b^2=4$  হলে,  $a^2+b^2$  এবং  $ab$  মান নির্ণয় কর ?

Type 5 :

- (1)  $X - \frac{1}{X} = 4$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $X^4 + \frac{1}{X^4} = 322$
- (2)  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $X^2 + \frac{1}{X^2}$  মান নির্ণয় কর ?
- (3)  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$
- (4)  $x - \frac{1}{x} = a$  হলে,  $X^2 + \frac{1}{X^2}$  মান নির্ণয় কর ?
- (5)  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে,  $\frac{c}{x(x-p)}$  এর মান নির্ণয় কর ?
- (6)  $X + \frac{1}{X} = 4$  হলে,  $\frac{1}{X^2-3X+1}$  এর মান নির্ণয় কর ?
- (7)  $X - \frac{6}{X} = 1$  হলে,  $\frac{6}{X^2+X+1}$  এর মান নির্ণয় কর ?
- (8)  $X = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  হলে,  $X^2 + \frac{1}{X^2}$  মান নির্ণয় কর ?
- (9)  $X^2 + \frac{1}{X^2} = 10$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $X = \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- (10)  $P = 3 + \frac{1}{P}$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $P^4 = 119 - \frac{1}{P^4}$  ?
- (11)  $P^4 = 119 - \frac{1}{P^4}$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $P = 3 + \frac{1}{P}$  ?
- (12)  $X^4 + \frac{1}{X^4} = 2$  হলে, দেখাও করো যে,  $X + \frac{1}{X} = 2$  ?
- (13)  $X^4 + \frac{1}{X^4} = 0$  হলে, দেখাও করো যে,  $X + \frac{1}{X} = 2\sqrt{(\sqrt{2} + 1)}$  ?
- (14)  $X^2 - 2x + 1 = 0$  হলে, দেখাও যে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$  ?
- (15)  $X + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$  ?

Type-6 :

1.  $a+b=\sqrt{7}$ ,  $a-b=\sqrt{5}$  হয়, প্রমাণ করো যে,  $8ab(a^2+b^2)=24$
2.  $a+b=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ ,  $a-b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{5}$  হয়, তবে  $4ab.2(a^2+b^2)$  এর মান নির্ণয় কর ?

Type 7 :

1.  $x=3, y=4, z=5$  হলে,  $9x^2+16y^2+4z^2-24xy-16yz+12zx$  এর মান নির্ণয় কর?
2.  $x=\frac{1}{8}, y=1$  হলে,  $64x^2+96xy+37y^2$  এর মান নির্ণয় কর?

Type-8 :( দুইটি রাশির বর্গের অন্তরূপে প্রকাশ করো ? ) (1-6)

(1)  $(a+2b)(3a+2c)$  (2)  $(x+7)(x-9)$  (3)  $x^2+10x+24$  (4)  $(2x+3y)(4x-5y)$  (5) 45 (6)  $x^2+8x-20$

(7) প্রমাণ করো যে,  $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

Type 9 :

1.  $a+b+c=9, ab+bc+ca=31$  হলে,  $a^2+b^2+c^2$  এর মান নির্ণয় কর?
2.  $a^2+b^2+c^2=9, ab+bc+ca=8$  হলে,  $(a+b+c)^2$  এর মান নির্ণয় কর?
3.  $a+b+c=6, a^2+b^2+c^2=14$  হলে,  $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$  এর মান নির্ণয় কর?
4.  $x+y+z=10, xy+yz+zx=31$  হলে,  $(x+y)^2+(y+z)^2+(z+x)^2$  এর মান নির্ণয় কর?
5.  $a+b+c = 15, a^2+b^2+c^2= 83$  হলে,  $ab+bc+ca$  এর মান নির্ণয় কর?

Type 10 :

(1) প্রমাণ কর যে,  $(a + b)^4 - (a - b)^4 = 8ab(a^2+b^2)$

প্রয়োজনীয় উত্তরমালা:

Type 3 : (1)  $\pm 10$  (2)  $\pm p$  (3) (4)  $\pm 16$  (5) 130

Type 4 : (1) (2) 2 (3) 3, 1

Type 5 : (2)  $\frac{1}{4}(4a^2+2(5)c(6))$  (7) 2 or  $\frac{6}{13}(8)10$

Type 6 : (2)

Type 7 : (1) 9 (2) 50

Type 8 : (1) (2) (3) (4) (5) (6)

Type 9 : (1) 19 (2) 25 (3) 6 (4) 138 (5) 71

## ঘনসম্বলিত অংশের সূত্রঃ

### ঘনসম্বলিত অংশের সূত্রঃ

1.  $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
2.  $(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$
3.  $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2+b^3$
4.  $(a-b)^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$
5.  $a^3+b^3 = (a+b)^3-3ab(a+b)$
6.  $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$
7.  $a^3-b^3 = (a-b)^3+3ab(a-b)$
8.  $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
9.  $(x+p)(x+q)(x+r)$   
 $=pqr+(pq+qr+rp)x+(p+q+r)x^2+x^3$

### ঘন সম্বলিত অংশের সূত্রের প্রমাণঃ

সূত্র(1) প্রমাণঃ [মৌলিক]

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2+2ab+b^2) = a(a^2+2ab+b^2) \\ &= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\end{aligned}$$

সূত্র(2) প্রমাণঃ

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$$

সূত্র(3) প্রমাণঃ

$$\begin{aligned}(a-b)^3 &= (a-b)(a-b)^2 = (a-b)(a^2-2ab+b^2) = a(a^2-2ab+b^2) \\ &- b(a^2-2ab+b^2) = a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3 \\ &= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3\end{aligned}$$

$$\text{বিকল্পঃ } (a-b)^3 = \{a+(-b)\}^3 = a^3+3a^2(-b)+3a(-b)^2+(-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

সূত্র(4) প্রমাণঃ  $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$

$$\begin{aligned}\text{সূত্র(6) প্রমাণঃ } a^3+b^3 &= (a+b)^3-3ab(a+b) = (a+b)\{(a+b)^2-3ab\} \\ &= (a+b)\{a^2+2ab+b^2-3ab\} = (a+b)(a^2-ab+b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সূত্র(8) প্রমাণঃ } a^3-b^3 &= (a-b)^3+3ab(a-b) = (a-b)\{(a-b)^2+3ab\} \\ &= (a-b)\{a^2-2ab+b^2+3ab\} \\ &= (a-b)(a^2+ab+b^2)\end{aligned}$$

সূত্র(৯) প্রমাণঃ গুন করা হয়েছে।

## উদাহরণ ও অনুশীলনের এবং অতিরঞ্জের মিলনমেলাঃ

Type-1 : ঘন নির্ণয় কর ?

1.  $2x+3y$
2.  $2x-y$
3.  $2x^2+3y^2$
4.  $4a-5x^2$
5.  $7m^2-2x$
6. 403
7.  $2a-b-3c$
8.  $2x+3y+z$

Type-2 : গুনফল নির্ণয় কর?

1.  $(3+x)(4+x)(7+x)$
2.  $(a+x)(b+x)(c+x)$
3.  $(4+x)(3+x)(2+x)$

Type-3 : সরল কর?

1.  $(4a-3b)^3-3(4a-3b)^2(2a-3b)+3(4a-3b)(2a-3b)^2-(2a-3b)^3$
2.  $(2x+y)^3+3(2x+y)^2(2x-y)+3(2x+y)(2x-y)^2+(2x-y)^3$
3.  $(7x+3b)^3-(5x+3b)^3-6x(7x+3b)(5x+3b)$
4.  $(x-15)^3+(16-x)^3+3(x-15)(16-x)$
5.  $(a+b+c)^3-(a-b-c)^3-6(b+c)\{a^2-(b+c)^2\}$
6.  $(m+n)^6-(m-n)^6-12mn(m^2-n^2)^2$
7.  $(x+y)(x^2-xy+y^2)+(2x-3y+4z)^3+12x\{4x^2-(3y-4z)^2\}$
8.  $(2x+3y-4z)^3+(2x-3y+4z)^3+12x\{4x^2(3x-4z^2)\}$
9.  $(a+b)^6-(a-b)^6-12ab(a^2+b^2)$

Type-4 :

1.  $a-b=5, ab=36$  হলে,  $a^3-b^3$  এর মান কত?
2.  $a^3-b^3=513, a-b=3$  হলে,  $ab$  এর মান কত?
3.  $a+b=m, a^2+b^2=n, a^3+b^3=p^3$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $m^3+2p^3=3mn$
4.  $x-y=8, xy=5$  হলে,  $x^3-y^3+8(x+y)^2$  এর মান কত ?
5.  $x+y=5, xy=6$  হলে,  $x^3+y^3+4(x-y)^2$  এর মান কত?
6.  $x-y=8, xy=65$  হলে,  $x^3-y^3-16(x-y)^2$  এর মান কত?

Type-5 :

1.  $a^2-\sqrt{3a}+1=0$  হলে,  $a^3+\frac{1}{a^3}$  এর মান কত?
2.  $a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$  হলে,  $a^3+\frac{1}{a^3}=18\sqrt{3}$  প্রমাণ কর?
3.  $m+\frac{1}{m}=a$  হলে,  $m^3+\frac{1}{m^3}$  এর মান কত?
4.  $x-\frac{1}{x}=p$  হলে,  $x^3-\frac{1}{x^3}$  এর মান কত?
5.  $a-\frac{1}{a}=1$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^3-\frac{1}{a^3}=4$
6.  $2x-\frac{2}{x}=3$  হলে, দেখাও যে,  $8(x^3-\frac{1}{x^3})=63$
7.  $a=\sqrt{6}+\sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6-1}{a^3}$  এর মান কত?
8.  $(a+\frac{1}{a})^2=3$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^2+\frac{1}{a^2}=0$ ?
9.  $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$  হলে,  $x^3+\frac{1}{x^3}$  এর মান কত?
10.  $2x-\frac{1}{3x}=5$  হলে,  $4x^2+\frac{1}{9x^2}$  এবং  $8x^3-\frac{1}{27x^3}$  এর মান কত?
11.  $x^4+\frac{1}{x^4}=119$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^3-\frac{1}{x^3}=36$  ?
12.  $p=3+2\sqrt{2}$  হলে,  $(p^3+\frac{1}{p^3})\times(p^2+\frac{1}{p^2})$  এর মান কত হবে?
13.  $x=\sqrt{5}+2\sqrt{6}$  হলে,  $x^3+\frac{1}{x^3}$  এর মান কত?



14.  $x + \frac{1}{x} = 3$  হলে,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  এর মান কত হবে?

15.  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $a^6 + \frac{1}{a^6} = a^{10} + \frac{1}{a^{10}}$

Type-6 :

1.  $a+b=3, ab=2$  হলে, (1)  $a^2-ab+b^2$  (2)  $a^3+b^3$  এর মান কত?
2.  $a-b=5, ab=36$  হলে, (1)  $a^2+ab+b^2$  (2)  $a^3-b^3$  এর মান কত?
3.  $x+y=2, x^2+y^2=4$  হলে,  $x^3+y^3$  এর মান কত?
4.  $a+b=3, ab=2$  হলে,  $a^3+b^3$  এর মান কত?
5.  $a^3-b^3=513, a-b=3$  হলে,  $ab$  এর মান কত?
6.  $a-5=5, ab=36$  হলে,  $a^3-b^3$  এর মান কত?
7.  $x+y=a, x^2+y^2=b^2, x^3+y^3=c^3$  প্রমাণ কর যে,  $a^3+2c^3=3ab^2$
8.  $a+b=c$  হলে দেখাও যে,  $a^3+b^3+3abc=c^3$

Type-7 :

1.  $x=19, y=12$  হলে,  $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$  এর মান কত?
2.  $a=15$  হলে,  $8a^3+60a^2+150a-130$  এর মান নির্ণয় কর?
3.  $a=7, b=-5$  হলে,  $(3a-5b)^3+(4b-2a)^3+3(a-b)(3a-5b)(4b-2a)$  এর মান কত হবে?
4.  $x=37$  হলে,  $8x^3+72x^2+216x+216$  এর মান কত?

Type-8 :

1.  $a+b+c=0$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $a^3+b^3+c^3=3abc$ ?
2.  $a+b+c=0$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$
3.  $p-q=r$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $p^3-q^3-r^3=3pqr$
4.  $x+y=1$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $x^3+y^3-xy=(x-y)^2$
5.  $x+y+z=0$  হলে, প্রমাণ করো যে,  $x^3+y^3+z^3=3xyz$ ?

প্রয়োজনীয় উত্তরমালাঃ

Type 4 : (1)665(2)54(4)1304(5)39(6)1048

Type 5 : (1)0(3) $a^3-3a(4)P^3+3p(6)$  (7)46 $\sqrt{5}(9)0(10)\frac{79}{3}, 135(12)$  (13) (14)

Type 6 : (1)3,9(2)133,665(3)8(4)(5) (6)

Type 7 : (1)8(2)42880(3)1728(4)512000

## উৎপাদকে বিশ্লেষণ

যদি একটি রাশি বা পদ দুই বা ততোধিক রাশির বা পদের গুণফলের সমান হয়, তাহলে শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলে। অর্থাৎ, উৎপাদক বা গুণনীয়কের ফলাফল অবশ্যই গুণ আকারে প্রকাশ পাবে।

যেমনঃ  $24=1 \times 24$

$= 2 \times 12$

$= 3 \times 8$

$= 4 \times 6$

24 এর গুণনীয়ক বা উৎপাদক = 1,2,3,4,6,8,12,24

বীজগনিতীয় উৎপাদক বা বীজগনিতীয় গুণনীয়কঃ কোন বীজগনিতীয় রাশির সম্ভাব্য সকল উৎপাদক বের করে একে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলে। এই বীজগনিতীয় রাশিগুলোর উৎপাদক বের করতে কিছু নিয়মাবলী মনে রাখতে হবে। নিয়মগুলো পরে আলোচনা করে হবে। তাছাড়া, আরোও মনে রাখতে হবে যে, যেহেতু উৎপাদকের ফলাফল গুণফল আকারে প্রকাশ পেতে হবে, তাই এর ফলাফল বিভিন্ন রকম হতে পারে। যেমনঃ

1)  $a^3 + \frac{1}{8} = a^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(a + \frac{1}{2}\right) \left(a^2 - a \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}\right) = \left(a + \frac{1}{2}\right) \left(a^2 - \frac{a}{2} + \frac{1}{4}\right)$

2)  $a^3 + \frac{1}{8} = \frac{1}{8} (8a^3 + 1) = \frac{1}{8} \{(2a)^3 + 1^3\} = \frac{1}{8} (2a + 1) \{(2a)^2 - 2a \cdot 1 + 1^2\} = \frac{1}{8} (2a + 1) (4a^2 - 2a + 1)$

বীজগণিতীয় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার কিছু সহজ নিয়ম:

1st Method : কমন → প্রথমে চেষ্টা করবে সাধারণ উৎপাদক অর্থাৎ কমন নেয়া যায় কিনা বা কমন নেয়ার জন্য পদ বা রাশিগুলোকে তৈরী করা যায় কিনা। যেমন:

1)  $3a^2b+6ab^2+12a^2b^2$

2)  $2ab(x-y)+2bc(x-y)-3ca(x-y)$

2nd Method : সূত্র → দ্বিতীয়ত চেষ্টা করবো সূত্রে প্রয়োগ করা যায় কিনা বা পূর্ণ বর্গ বা পূর্ণ ঘন আকারে প্রকাশ করার মাধ্যমে সূত্রের জন্য তৈরী করা যায় কিনা।

1)  $4x^2+12x+9$

2)  $9x^2+14xy+5y^2$

3)  $8x^3+3x^2y+54xy^2+27y^3$

4)  $a^6-64$

তবে যেসব সূত্রগুলো উৎপাদকের জন্য বেশী জরুরি তা হল:

1.  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

2.  $a^3+b^3=(a+b)(a^2+ab+b^2)$

3.  $a^3-b^3=(a-b)(a^2-ab+b^2)$

4.  $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

5.  $(p+x)(q+x)=pq+(p+q)x+x^2$

6.  $(p+x)(q+x)(r+x)=pqr+(pq+qr+rp)x+(p+q+r)x^2+x^3$

3rd Method: Middle term/Middle factore/Breakup System: তৃতীয়ত চেষ্টা করতে হবে Middle term যায় কিনা বা Middle term করার জন্য রাশিগুলোকে তৈরী করা যায় কিনা। যেমন:

1.  $x^2-5x+6$

2.  $x^2-2x-35$

3.  $x^2+x-20$

4.  $12x^2+35x+18$

5.  $3x^2-x-14$

Middle term 1 তথ্য: চলক বা পদের পাওয়ারসমূহ যদি যথাক্রমে ১, ২, ০ বা ২, ৪, ০ বা ৩, ৬, ০ বা ৪, ৮, ০ বা ৫, ১০, ০ ইত্যাদি হয়, তাহলে Middle term সম্ভব। মোট কথা, মধ্যপদের পাওয়ার দুই বার যোগ করে যদি প্রথমোক্ত পদের পাওয়ারের সমান হয় তবে Middle term সম্ভব। যেমন:  $a^4+a^2+3$ ,  $a^2+a+5$ .

Middle term 2 তথ্য: আমরা কিছু অধ্যায়ের সমাধানের ক্ষেত্রে দেখেছি যে, যেখানে-যেখানে Middle term সূত্র প্রয়োগ করতে হয় সেখানে-সেখানে আমরা এটির পরিবর্তে মূলদয়ের সূত্র ( $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ ) ব্যবহার করে থাকি। ঠিক তেমনি উৎপাদকে বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে Middle term এর পরিবর্তে নিম্নোক্ত সূত্রটি ব্যবহার করা যাবে।

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

প্রমাণ:  $x^2-5x+6$

$$= x^2-3x-2x+6$$

$$= x(x-3)-2(x-3)$$

$$= (x-3)(x-2) \text{ ans.}$$

$x^2-5x+6$

$$= x^2-(2+3)x+2 \cdot 3$$

$$= \{x+(-2)\} \{x+(-3)\}$$

$$= (x-2)(x-3) \text{ ans.}$$

## উদাহরণ ও অনুশীলনী ও অতিরিক্তের মিলনমেলা:

1.  $a(x+5y)+3(x+5y)$

2.  $ax+by+bx+ay$

3.  $1+a+b+ab$

4.  $ab+a-b-1$

5.  $a^2-c^2-2ab+b^2$

6.  $(a+b-3c)^3-a-b+3c$

7.  $4x^2-y^2-z^2+2yz$

8.  $a^4+4$

9.  $x^4+x^2+25$
10.  $12a^4+3b^4$
11.  $a^2-b^2-2ca-2bc$
12.  $x^4+2x^2+9$
13.  $a^4-27a^2+1$
14.  $2ab-a^2-b^2+c^2$
15.  $a^4-27a^2+1$
16.  $a^2-1+2b+b^2$
17.  $(R-2r)^2-r^2$
18.  $a^3+8$
19.  $m^4-8m$
20.  $x^3+3x^2+3x+2$
21.  $\sqrt{2x}+2x^2$
22.  $8-a^3+3a^2b-3ab^2+b^3$
23.  $AR^3-Ar^3+AR^2h-Ar^2h$
24.  $16x^2-25y^2-8xz+10yz$
25.  $2\sqrt{2}x^3+125$
26.  $\frac{1}{2}m(v+24)^2-\frac{1}{2}m(v+u)^2$
27.  $x^2+x-20$
28.  $x^2-8x-20$
29.  $x^2-12x+20$
30.  $x^2-19x-20$
31.  $x^2-21x+20$
32.  $y^2+2y-3$
33.  $U^2-30U+216$
34.  $x^4-10x^2+16$
35.  $x^6-7x^3+12$
36.  $x^6y^6-x^3y^3-6$
37.  $a^8-a^4-2$
38.  $7p^2-p-8$
39.  $\frac{1}{2}p^2-3p+4$
40.  $3y^2+11y+6$
41.  $4x^2+5x-6$
42.  $(x+y)^2-4(x+y)-12$
43.  $x^4+3x^3-5x^2-15x$
44.  $14(x+z)^2-29(x+z)(x+1)$
45.  $(4a-3b)^2-2(4a-3b)(a+2b)-35(a+2b)^2$
46.  $14(x+z)^2-29(x+z)(x+1)+5(x+1)^2$
47.  $(a-1)x^2+a^2xy+(a+1)y^2$
48. দেখাও যে,  $x^3+9x^2+26x+24=(x+2)(x+3)(x+4)$
49. দেখাও যে,  $(x+1)(3x-1)(3x-4)=(3x^2+2x-1)(3x^2+2x-8)$

### কিছু ব্যতিক্রমধর্মী সমস্যা ও সমাধানঃ

- (1)  $(a^2-b^2)(x^2-y^2) + 4abxy$   
 $= a^2x^2-a^2y^2-b^2x^2+b^2y^2+4abxy$   
 $= a^2x^2+b^2y^2-a^2y^2-b^2x^2+2abxy+2abxy$   
 $= a^2x^2+2abxy+b^2y^2-a^2y^2+2abxy-b^2x^2$   
 $= (ax)^2+2ax.by+(by)^2 - \{(ay)^2-2aybx+(bx)^2\}$   
 $= (ax+by)^2-(ay-bx)^2$   
 $= (ax+by+ay+bx)(ax+by-ay+bx)$  Ans.
- (2)  $a^3-9b^3+(a+b)^3$   
 $= a^3-b^3+(a+b)^3-(2b)^3$   
 $= (a-b)(a^2+ab+b^2) - (a+b-2b) \{(a+b)^2+(a+b)2b+(2b)^2\}$   
 $= (a-b)(a^2+ab+b^2)+(a+b-2b)(a^2+2ab+b^2+2ab+2b^2+4b^2)$   
 $= (a-b)(a^2+ab+b^2)+(a-b)(a^2+4ab+7b^2)$



$$= (a-b)(a^2+ab+b^2+a^2+4ab+7b^2)$$

$$= (a-b)(2a^2+5ab+8b^2) \text{ Ans.}$$

$$(3) a^3-9b^3+(a-b)^3$$

$$= a^3-8b^3+(a-b)^3-b^3$$

$$= a^3-(2b)^3+(a-b)^3-b^3$$

$$= (a-2b) \{a^2+a.2b+(2b)^2\} + \{(a-b)-b\} \{(a-b)^2+b(a-b)+b^2\}$$

$$= (a-2b) (a^2+2ab+4b^2) + (a-2b) (a^2-2ab+b^2+ab-b^2+b^2)$$

$$= (a-2b) (a^2+2ab+4b^2) + (a-2b) (a^2-ab+b^2)$$

$$= (a-2b) (a^2+2ab+4b^2+ a^2-ab+b^2)$$

$$= (a-2b) (2a^2+ab+5b^2) \text{ Ans.}$$

মনে রাখতে হবে যে,  $a^3-9b^3+(a+b)^3 \rightarrow (a+b)^3$  হলে ঠিক  $b^3$  পরে  $8b^3$   
 $a^3-9b^3+(a-b)^3 \rightarrow (a-b)^3$  হলে ঠিক  $8b^3$  পরে  $b^3$

$$(4) x^2+3x-a^2-a+2$$

$$= x^2+3x-(a^2+a-2)$$

$$= x^2+3x-(a^2+2a-a-2)$$

$$= x^2+3x-\{a(a+2)-1(a+2)\}$$

$$= x^2+3x-(a+2)(a-1)$$

$$= x^2+(a+2)x-(a-1)x-(a+2)(a-1) [3x = (a+2)x-(a-1)x = ax+2x-ax+x = 3x]$$

$$= x(x+a+2)-(a-1)(x+a+2)$$

$$= (x+a+2)(x-a+1) \text{ Ans.}$$

অনুরূপঃ i)  $x^2-x-(a+1)(a+2)$   
 ii)  $x^2-x-(a^2-5a+6)$   
 iii)  $x^2+x-(a+1)(a+2)$

$$(5) x(x+3)(x+4)(x-1)+4$$

$$= (x^2+3x)(x^2-x+4x-4)+4$$

$$= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+4$$

$$= a(a-4)+4 [x^2+3x=a \text{ ধরি}]$$

$$= a^2-4a+4$$

$$= a^2-2.a.2+2^2$$

$$= (a-2)^2$$

$$= (x^2+3x-2)^2$$

$$= (x^2+3x-2) (x^2+3x-2) \text{ Ans.}$$

অনুরূপঃ i)  $4(x+1)(2x+3)(3x+2)(6x+1)-6$   
 ii)  $a(a+1)(a+2)(a+3)-15$   
 iii)  $(x+1)(x+3)(x-4)(x-6)+24$

$$(6) 5(x+y)^2+18(x^2-y^2)-8(x-y)^2$$

$$= 5(x+y)^2+18(x+y)(x-y)-8(x-y)^2$$

$$= 5a^2+18ab-8b^2 [x+y=a, x-y=b \text{ ধরি}]$$

$$= 5a^2+20ab-2ab-8b^2$$

$$= 5a(a+4b)-2b(a+4b)$$

$$= (a+4b)(5a-2b)$$

$$= \{(x+y)+4.(x-y)\} \{5.(x+y)-2.(x-y)\}$$

$$= (x+y+4x-4y)(5x+5y-2x+2y)$$

$$= (5x-3y)(3x+7y) \text{ Ans.}$$

$$(7) (a+b)x^2-2ax+(a-b)$$

সমাধানঃ মনে করি,

$$a+b = m \dots\dots\dots (i)$$

$$a-b = n \dots\dots\dots (ii)$$

$$(i)+(ii),$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = mx^2-(m+n)x+n$$

$$= mx^2-mx-nx+n$$

$$= mx(x-1)-n(x-1)$$

$$= (x-1)(mx-n)$$

$$\begin{aligned}
&= (x-1)\{(a+b)x-(a-b)\} \\
&= (x-1)(ax+bx-a+b) \\
&= (x-1)(ax-a+bx+b) \\
&= (x-1)\{a(x-1)+b(x+1)\} \\
&= (x-1)(x-1)(x+1)(a+b) \text{ Ans.}
\end{aligned}$$

অনুরূপঃ i)  $(a-1)x^2+a^2xy+(a+1)y^2$  [ Hints : (i)×(ii)]  
ii)  $(a-m)x^2+(x-y)xy+(m-x)y^2$  [ Hints : (i)+(ii)]

## ভাগশেষ উপপাদ্য

পরিচিতিকরণঃ

$$\begin{array}{r}
x-1 \overline{) 6x^2-7x+6} \quad 6x-1 \\
\underline{6x^2-6x} \phantom{+6} \\
-x+5 \\
\underline{-x+1} \\
4
\end{array}$$

এখানে,

ভাজ্য,  $f(x) = 6x^2-7x+6$  ; ভাজক,  $(x-a) = (x-1)$  ; ভাগফল,  $h(x)=6x-1$ , ভাগশেষ,  $f(a)/r = 4$

সুতরাং, ভাজ্য = ভাজক × ভাগফল + ভাগশেষ =  $(x-a) \times h(x)+f(a)$

অর্থাৎ,  $f(x)$  কে  $(x-a)$  দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ  $f(a)$  হবে। এটাই ভাগশেষ উপপাদ্য।  $f(x)$  এর উৎপাদক বা বিভাজ্য হলে অর্থাৎ ভাগশেষ = 0 হবে। একে উৎপাদক উপপাদ্য বা Factor theorem বলে। ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে উৎপাদক নির্ণয় এর পদ্ধতিকে Vanishing Method বা শূন্যায়ন পদ্ধতি বলে।

$$\begin{array}{r}
2 \overline{) 12} \\
\underline{24} \\
\underline{24} \\
0
\end{array}
\quad \left| \quad \begin{array}{l}
f(x) = 24, f(a) = 0, h(x) = 12, (x-a) = 2 \\
24 = 1 \times 24 \\
= 2 \times 12 \\
= 3 \times 8 \\
= 4 \times 6
\end{array}
\right.$$

( $x-2/3/4/6/8$ ),  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক কারণ, ভাগশেষ উপপাদ্য  $f(2/3/4/6/8) =$  ভাগশেষ 0 হবে।

সংজ্ঞাঃ কোন বহুপদী  $f(x)$  কে  $(x-a)$  দ্বারা ভাগ করলে  $f(a)$  বা ভাগশেষ কত হবে তা ভাগ না করে জানার পদ্ধতিকে ভাগশেষ উপপাদ্য/Reminder theorem/উৎপাদক উপপাদ্য/Factor theorem/শূন্যায়ন পদ্ধতি/Vanishing Method বলা হয়।

যেমনঃ  $f(x) = x^4-4x+3$  এর ভাগশেষ বা উৎপাদক কত?

$$\begin{aligned}
\rightarrow f(x) &= x^4-4x+3 \\
f(1) &= 1^4-4.1+3 = 0
\end{aligned}$$

সুতরাং,  $x = 1$  বা,  $(x-1) = 0$  .  $(x-1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক কারণ  $f(1) = 0$  তাই।

ভাগশেষ উপপাদ্য কখন – কখন করতে হয়ঃ যখন কোন বহুপদীর উৎপাদক করার জন্য কমন, সূত্র ও Middle Term কোন কিছুই দ্বারা সামাধান করা যায় না তখন ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে তা করতে হয়। বস্তুত, কোন বহুপদী কমন, Middle

Term, সূত্র দ্বারা করা গেলেও সেটাও ভাগশেষ উপপাদ্য দ্বারা করা সম্ভব। যেমনঃ

$$\begin{aligned}
1. \quad &4a^2+11a+6 \\
&= 4a^2+8a+3a+6 \\
&= 4a(a+2)+3(a+2) \\
&= (a+2)(4a+3) \text{ Ans.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2. \quad &4a^2+11a+6 \\
&= \text{ধরি, } f(a) = 4a^2+11a+6
\end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং, } f(-2) = 4(-2)^2+11(-2)+6 = 0$$

$f(-2)$  বা,  $(a+2)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
\text{সুতরাং, } &4a^2+11a+6 \\
&= 4a^2+11a+6 \\
&= 4a^2+8a+3a+6
\end{aligned}$$

$$= 4a(a+2)+3(a+2)$$

$$= (a+2)(4a+3) \text{ Ans.}$$

3.  $a^4-4a+3$

ধরি,  $f(a)=a^4-4a+3$

$$f(1)=1^4-4.1+3$$

$$= 0$$

সুতরাং,  $a^4-4a+3$

$$= a^4-a^3+a^3-a^2+a^2-a-3a+3$$

$$= a^3(a-1)+a^2(a-1)+a(a-1)-3(a-1)$$

$$= (a-1)(a^3+a^2+a-3) \text{ Ans.}$$

চিনিবার উপায়ঃ x চলকে পাওয়ার 4,3,2,1,0/3,2,1,0/3,1,0/3,2,0/4,0 । অর্থাৎ Middle term সম্ভব নয় এমনভাবে সাজানো থাকবে।

→ ফাংশনের রাশিমালা শেষে সংখ্যা না থাকলে যে চলকটি থাকলে তার সাহায্যেই ভাগশেষ উপপাদ্য বলে। যেমনঃ

→ মনে করি,  $f(x)=x^3+6x^2y+11xy^2+6y^3$

$$f(-y)=(-y)^3+6(-y)^2y+11(-y)y^2+6y^3 = -y^3+6y^3-11y^3+6y^3 = 0$$

সুতরাং,  $(x+y)$ , রাশিটির একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3+6x^2y+11xy^2+6y^3$

$$= x^3+x^2y+5x^2y+5xy^2+6xy^2+6y^3$$

$$= x^2(x+y)+5xy(x+y)+6y^2(x+y)$$

$$= (x+y)(x^2+5xy+6x^2)$$

$$= (x+y)(x^2+2xy+3xy+6y^2)$$

$$= (x+y)\{x(x+2y)+3y(x+2y)\}$$

$$= (x+y)(x+2y)(x+3y) \text{ Ans.}$$

### উদাহরন ও অনুশীলনী এবং অতিরিক্তের মিলনমেলাঃ

1.  $a^3-21a-20$
2.  $x^3+6x^2+11x+6$
3.  $a^3-3a^2b+2b^3$
4.  $x^3+3x+36$
5.  $a^4-4a+3$
6.  $2a^3-3a^2+3a-1$
7.  $x^3+3a^2+4x-4$
8.  $x^6-x^5+x^4-x^3+x^2-x$
9.  $x^3+6x^2y+11xy^2+6y^3$
10.  $12+4x-3x^2+x^3$
11.  $2x^4-3x^3-3x-2$
12.  $3a^3+2a+5$
13.  $6x^2-7x+1$
14.  $x^3-3x^2+4x-4$
15.  $18x^3+15x^2-x-2$
16.  $x^3-x-24$
17.  $x^2-5x-6$
18. “বাকি গুল বই থেকে করো”

### সৃজনশীল অংশঃ

1) কোন সংখ্যা ও ঐ সংখার গুণাত্মক বিপরীত সংখার সমষ্টি 3 .

ক) সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরনের মাধ্যমে প্রকাশ কর ?

খ)  $X^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্নয় কর ?

গ) প্রমান কর যে,  $X^5 + \frac{1}{x^5} = 123$  .



▶▶ তৃতীয় অধ্যায় : বীজগণিতিক রাশি

⊙ বোর্ড পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন :

১.  $x^2 - 3 = 2\sqrt{2}$  হলে,
  - ক.  $x$  এর মান নির্ণয় কর।
  - খ.  $x^4 + \frac{1}{x^2}$  এর মান নির্ণয় কর।
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^3} = 58\sqrt{2}$ .
২. কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি  $2\sqrt{3}$ ।
  - ক. সংখ্যাটিকে  $a$  চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।
  - খ.  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .
৩.  $x^2 - 2x + 1 = 0$ 
  - ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :  $a^4 + a^2 + 1$
  - খ. প্রমাণ কর যে,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + x^{-4}$
  - গ.  $x^5 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।
৪.  $b^2 - 2\sqrt{6}b + 1 = 0$ 
  - ক. দেখাও যে,  $b + \frac{1}{b} = 2\sqrt{6}$
  - খ.  $\frac{1}{b^3}(b^6 - 1)$  এর মান নির্ণয় কর।
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $b^5 + \frac{1}{b^5} = 922\sqrt{6}$
৫.  $x^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ ,  $a + b + c = m$   
 $a^2 + b^2 + c^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 + c^3 = p^3$ 
  - ক.  $x$ -এর মান নির্ণয় কর।
  - খ. প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^3 + 1}{x^4} = 98$
  - গ. যদি  $C = 0$  হয় তবে দেখাও যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$
৬. যদি  $p^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ ,  $a^3 + a^{-3} = 18\sqrt{3}$  এবং  $a, p > 0$ 
  - ক.  $p - \frac{1}{p}$  এর মান নির্ণয় কর।
  - খ. দেখাও যে,  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  যখন  $a^3 - a^{-3} > 0$
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $\frac{p^{10} + 1}{p^5} = 178\sqrt{3}$
৭.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 10$ .
  - ক.  $x + \frac{1}{x}$  এর মান নির্ণয় কর।
  - খ. প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^8 - 1}{x^4} = 40\sqrt{6}$ .
  - গ.  $x^5 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।
৮.  $p^2 = 7 + 4\sqrt{3}$ .
  - ক.  $p$  এর মান নির্ণয় কর।
  - খ.  $\frac{p^6 - 1}{p^3}$  এর মান নির্ণয় কর।
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $p^5 + \frac{1}{p^3} = 724$ .
৯. রাইসা তার বিদ্যালয় হতে প্রাপ্ত বৃত্তি ও উপবৃত্তির মোট 10,000 টাকা 5 বছরের জন্য ব্যাংকে জমা রাখে। বার্ষিক মুনাফার হার 8%। (সূত্র প্রযোজ্য)
  - ক.  $x^2 - 5x - 6$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।
  - খ. সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।
  - গ. সরল মুনাফার ক্ষেত্রে উক্ত টাকা কত বছরে মুনাফা-আসলে দ্বিগুণ হবে? 8

১০.  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  হলে,
  - ক.  $\frac{1}{x}$  নির্ণয় কর।
  - খ.  $x^6 + \frac{1}{x^6}$  এর মান কত?
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $(\sqrt{x})^3 - \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 = 14$ .
১১.  $x + y = \sqrt{3}$  এবং  $x^2 - y^2 = \sqrt{6}$  হলে -
  - ক.  $xy$  এর মান নির্ণয় কর।
  - খ. দেখাও যে,  $x^3 + y^3 + \frac{\sqrt{27}}{4} = 3\sqrt{3}$
  - গ.  $16xy(x^2 + y^2)$  এর মান নির্ণয় কর।
১২.  $a + b + c, a^2 + b^2 + c^2$  দুটি বীজগণিতীয় রাশি।
  - ক. ১ম রাশি = 0 হলে, প্রমাণ কর যে,  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ .
  - খ. ১ম রাশি = 10, ২য় রাশি = 38 হলে,  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  এর মান কত?
  - গ. ১ম রাশি = 0 হলে, প্রমাণ কর যে,  $\frac{(b+c)^2}{6bc} + \frac{(c+a)^2}{6ca} + \frac{(a+b)^2}{6ab} = \frac{1}{2}$ .
১৩.  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 21$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 7$ , যেখানে  $a, b$  ধনাত্মক এবং  $a > b$ .
  - ক.  $a^2 - ab + b^2$  এর মান নির্ণয় কর।
  - খ. প্রমাণ কর যে,  $8ab(a^2 + b^2) = 80$ .
  - গ.  $a$  ও  $b$  এর মান নির্ণয় কর।
১৪. জয়সন্ত 5% হারে 10,000 টাকা 3 বছরের জন্য ব্যাংক থেকে ঋণ নিল।
  - ক. উক্ত টাকার সরল মুনাফা নির্ণয় কর।
  - খ. উক্ত টাকার সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।
  - গ. যদি উভয় মুনাফার পার্থক্য 45.75 টাকা হয় তবে জয়সন্তের ঋণের পরিমাণ কত টাকা হবে?
১৫.  $x + \frac{1}{x} = 6$ , হলে,
  - ক.  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত?
  - খ. দেখাও যে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 198$ .
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 - \frac{1}{x^5} = 6726$ .
১৬. একটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গ ঐ সংখ্যার পাঁচগুণ হতে 1 কম।
  - ক. ধনাত্মক সংখ্যাটি  $x$  হলে দেখাও যে,  $x + \frac{1}{x} = 3$
  - খ.  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^3} = 2525$ .
১৭.  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,
  - ক.  $\frac{1}{a}$  নির্ণয় কর।
  - খ.  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  মান নির্ণয় কর।
  - গ.  $a^6 + \frac{1}{a^6}$  মান নির্ণয় কর।
১৮.  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হলে -
  - ক.  $x + \frac{1}{x}$  এর মান কত?
  - খ. দেখাও যে,  $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 0$ .
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^3} = -\sqrt{3}$ .



DahaParagonDahaParagon	
একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ। [কৃষ্ণা বোর্ড - ২০১৫]	
১৯. $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$	
ক. $x = \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 5\sqrt{5}$ .	৪
চট্টগ্রাম বোর্ড - ২০১৫	
২০. $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে-	
ক. $\frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $(a^2 - \frac{1}{a^2})(a^3 - \frac{1}{a^3})$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. $\frac{a^{12} - 1}{a^6} = 1932\sqrt{30}$ এর সত্যতা যাচাই কর।	৪
সিলেট বোর্ড - ২০১৫	
২১. $p^2 - 1 = 4p$ হলে-	
ক. $(p + \frac{1}{p})^2$ এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $\frac{p^3 + 5p}{p^4 + 4p^2 - 5} \times \sqrt[3]{64}$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. দেখাও যে, $p^4 = 322 - \frac{1}{p^4}$ .	৪
দিনাজপুর বোর্ড - ২০১৫	
২২. যদি $p + q = 6$ এবং $pq = 3$ হয়, যেখানে, $p > q$ .	২
ক. $(p - q)$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
খ. $p^3 - q^3 - 5(p^2 - q^2)$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. দেখাও যে, $p^5 + q^5 = 4806$ .	৪

বিজ্ঞাপনঃ অরবিট কোচিং সেন্টারে আপনাকে স্বাগতম জানাই, আসসালামুআলাইকুম ওয়া রাহমাতুল্লাহ।

বিশ্বমিষ্টাধির রাহমানির রাহিম

ভর্তি চলছে! ভর্তি চলছে!!

ভর্তি চলছে!!

সৃজনশীল মেধা গড়ার প্রতিশ্রুতি নিয়ে.....

Orbit

“না বুঝে মুখস্ত করার অভ্যাস প্রতিভাকে নষ্ট করে”

Coaching Center/Academic Care

Class Five - H&C

আমাদের বৈশিষ্ট্যসমূহঃ

- ☞ যুগোপযোগী সৃজনশীল শিক্ষা ব্যবস্থা।
- ☞ অভিজ্ঞ শিক্ষক-শিক্ষিকা দ্বারা পাঠদান।
- ☞ সাম্প্রতিক ও মাসিক পরীক্ষার ব্যবস্থা।
- ☞ বিষয়ভিত্তিক হ্যান্ডনোট ও শীট প্রদান।
- ☞ মনোরম পরিবেশ ও সুসজ্জিত শ্রেণি কক্ষ।
- ☞ সকল বিষয়ের উপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ।

বাড়ী নং-১১/১৪, বাইতুত তাকওয়া রোড (দোতলা মসজিদ গলি)  
কোনাপাড়া, ডেমরা, ঢাকা-১৩৬২।  
মোবাইল : ০১৬৮১-৮৪৯৬৩০, ০১৫১৬-১১০৪৬৯  
E-mail : Orbitcc.office@gmail.com/Facebook.com/Orbitcc

Course Details

HSC/SSC-Science

- \* General Math
- \* Physics
- \* Higher Math
- \* Chemistry
- \* ICT
- \* English (1st & 2nd)
- \* Biology

HSC/SSC-Commerce

- \* Accounting
- \* Finance
- \* General Math
- \* General Science
- \* ICT
- \* English (1st & 2nd)

Class Five to Eight

- \* English 1st Paper
- \* English 2nd Paper
- \* General Math
- \* General Science
- \* Bangla 1st Paper
- \* Bangla 2nd Paper
- \* Religion
- \* Social Science

Model Test

- \* Chapter Basis Test
- \* Weekly Test
- \* Monthly Test

Test Before School Semester

Visit our Coaching Center and get FREE Class for REALIZE our Passion...

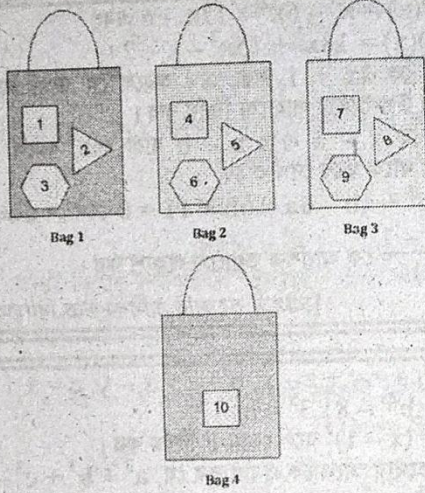


আসদফ

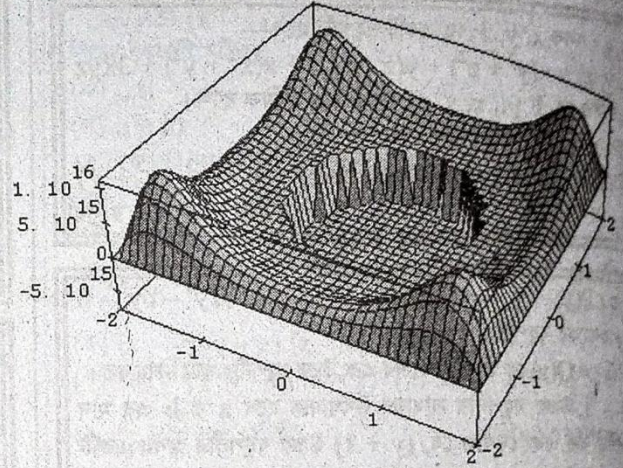
## ২ বাস্তব জীবনে এ অধ্যায়ের প্রয়োগ

দৈনন্দিন জীবনে আমরা বিভিন্ন সমস্যার সম্মুখীন হয়ে থাকি। আর সেই সকল সমস্যা হতে উত্তোরণের জন্য আমরা যেসমস্ত ব্যবস্থা গ্রহণ করে পাই তার মধ্যে বীজগণিতের বীজগাণিতিক রাশির ব্যবহার অন্যতম। যেমন ধর, তুমি শপিং মলে গিয়ে ১০টি আইটেম কিনলে বাসায় নেওয়ার জন্য। কিন্তু তুমি দেখলে যে একটি ব্যাগে সর্বোচ্চ ৩টি আইটেম রাখা সম্ভব। এখন সবগুলো আইটেম নিতে হলে তোমাকে কতটি ব্যাগ ক্রয়তে হবে তা নির্ণয় করার জন্য তুমি অবশ্যই একটি অজানা চলক ধরে অর্থাৎ বীজগাণিতিকরাশির মাধ্যমে সমাধান করবে।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{10 \text{ items}}{3 \text{ items/bag}} = 3.33 \text{ bags} \approx 4 \text{ bags}$$

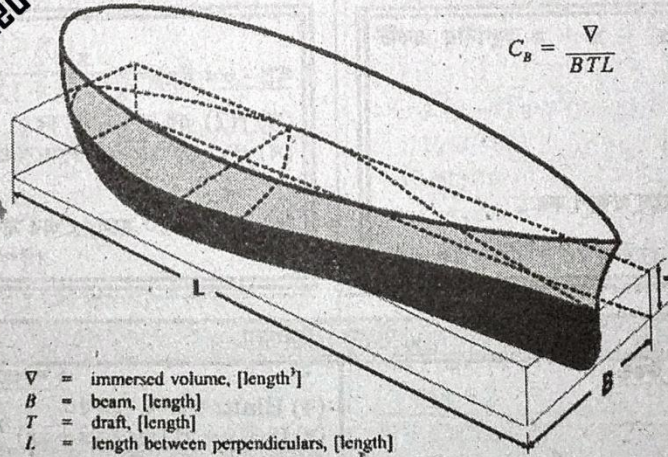


চিত্র- ১: ব্যাগের সংখ্যা নির্ণয়ে বীজগাণিতিক রাশির ব্যবহার



চিত্র- ২: Solid Mechanics এ বীজগাণিতিক রাশির ব্যবহার

Jewel's Care Collected



- $V$  = immersed volume, [length<sup>3</sup>]
- $B$  = beam, [length]
- $T$  = draft, [length]
- $L$  = length between perpendiculars, [length]

চিত্র- ৩: জাহাজের ট্রান্স সেকশনে বীজগাণিতিক রাশির ব্যবহার

এরূপ বিভিন্ন সময়েই আমরা অবচেতনভাবেই বীজগাণিতিক রাশির ব্যবহার করে যাচ্ছি। তাছাড়া, উচ্চতর শিক্ষায় বীজগাণিতিক রাশির ব্যবহার অনস্বীকার্য। যেমন- বিভিন্ন ধরনের ইঞ্জিনিয়ারিং সেকশনে (নৌযন্ত্র কৌশলে জাহাজের Cross Sectional Area নির্ণয়ে, যন্ত্র কৌশলে Solid Mechanics এর ক্ষেত্রে Section Modulus, Deformation ইত্যাদি নির্ণয়ে) বীজগাণিতিক রাশির বহুবিধ ব্যবহার রয়েছে। মোটকথা, উচ্চতর শিক্ষায় বিজ্ঞান ভিত্তিক প্রতিটি শাখায়ই বীজগাণিতিক রাশি ব্যবহৃত হয়ে থাকে।

**“A creative man is motivated by the desire to achieve, not by the desire to beat others”.**

- Ayn Rand



অধ্যায় ভিত্তিক ক্যালকুলেটরের ব্যবহারঃ

6. Exponential :

Example :  $2 \times 10^2 = ?$

Calculation :

2 Exp 2 =

Example :  $3 \times 10^{-5} = ?$

Calculation :

3 Exp - 5 =

7. ভগ্নাংশ :

ক. যোগ :

Example (1) :  $\frac{1}{2} + \frac{5}{7} + \frac{3}{7} = ?$

Calculation :

1 a<sup>b/c</sup> 2 + 5 a<sup>b/c</sup> 7 + 3 a<sup>b/c</sup> 7 =

Example (2) :  $3\frac{1}{4} + 1\frac{2}{3} = ?$

Calculation :

3 a<sup>b/c</sup> 1 a<sup>b/c</sup> 4 + 1 a<sup>b/c</sup> 2 a<sup>b/c</sup> 3 =

খ. বিয়োগ :

Example (1) :  $\frac{7}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = ?$

Calculation :

7 a<sup>b/c</sup> 2 - 1 a<sup>b/c</sup> 2 + 3 a<sup>b/c</sup> 4 =

Example (2) :  $1.6 - \frac{1}{2} = ?$

Calculation :

1 . 6 - 1 a<sup>b/c</sup> 2 =

১১. দৈনন্দিন জীবনে ক্যালকুলেটরের একটি বিশেষ ব্যবহারঃ

কোন জিনিষের কমিশনবাদের মূল্য নির্ণয়ঃ

উদাহরণঃ একটি বইয়ের লিখিত মূল্য 500 টাকা। বিক্রেতা লিখিত মূল্যের উপর 15% কমিশন দিলে, প্রকৃত বিক্রয় মূল্য কত?

দ্রুত সমাধান (ক্যালকুলেটরের মাধ্যমে)ঃ

প্রকৃত বিক্রয় মূল্যঃ 500 × 15 % - = 425

আমার বানীঃ

Knowledge is not a power, where practical knowledge is a power.....  
Mind it... That's all for the time being.