৩। $ab(px+qy)+a^2qx+b^2py$

সমাধান : $ab(px+qy)+a^2qx+b^2py$
$= abpx + abqy + a^2qx + b^2py$
$= a^2qx + abpx + abqy + b^2py$
$= ax(aq+bp) + by(aq+bp)$
$= (aq+bp)(ax+by)$

৪। $4x^2 - y^2$

সমাধান : $4x^2 - y^2$
$= (2x)^2 - (y)^2 = (2x+y)(2x-y)$

৫। $9a^2 - 4b^2$

সমাধান : $9a^2 - 4b^2$
$= (3a)^2 - (2b)^2 = (3a+2b)(3a-2b)$

৬। $a^2b^2 - 49y^2$

সমাধান : $a^2b^2 - 49y^2$
$= (ab)^2 - (7y)^2 = (ab+7y)(ab-7y)$

৭। $16x^4 - 81y^4$

সমাধান : $16x^4 - 81y^4$
$= (4x^2)^2 - (9y^2)^2$
$= (4x^2 - 9y^2)(4x^2 + 9y^2)$
$= \{(2x)^2 - (3y)^2\}(4x^2 + 9y^2)$
$= (2x+3y)(2x-3y)(4x^2+9y^2)$

৮। $a^2 - (x+y)^2$

সমাধান : $a^2 - (x+y)^2$
$= (a)^2 - (x+y)^2$
$= \{a + (x+y)\}\{a - (x+y)\}$
$= (a+x+y)(a-x-y)$

৯। $(2x-3y+5z)^2 - (x-2y+3z)^2$

সমাধান : $(2x-3y+5z)^2 - (x-2y+3z)^2$
$= \{(2x-3y+5z) + (x-2y+3z)\}\{(2x-3y+5z) - (x-2y+3z)\}$
$= (2x-3y+5z+x-2y+3z)(2x-3y+5z-x+2y-3z)$
$= (3x-5y+8z)(x-y+2z)$

১০। $4 + 8a^2 + 9a^4$

সমাধান : $4 + 8a^2 + 9a^4$
$= (2)^2 + 2.2.3a^2 + (3a^2)^2 - 4a^2$
$= (2+3a^2)^2 - (2a)^2$
$= (2+3a^2+2a)(2+3a^2-2a)$
$= (3a^2+2a+2)(3a^2-2a+2)$

১১। $2a^2 + 6a - 80$

সমাধান : $2a^2 + 6a - 80$
$= 2(a^2 + 3a - 40)$
$= 2(a^2 + 8a - 5a - 40)$
$= 2\{a(a+8) - 5(a+8)\}$
$= 2(a+8)(a-5)$

১২। $y^2 - 6y - 91$

সমাধান : $y^2 - 6y - 91$
$= y^2 - 13y + 7y - 91$
$= y(y-13) + 7(y-13)$
$= (y-13)(y+7)$

১৩। $p^2 - 15p + 56$

সমাধান : $p^2 - 15p + 56$
$= p^2 - 7p - 8p + 56$
$= p(p-7) - 8(p-7)$
$= (p-7)(p-8)$

১৪। $45a^8 - 5a^4x^4$

সমাধান : $45a^8 - 5a^4x^4$
$= 5a^4(9a^4 - x^4)$
$= 5a^4\{(3a^2)^2 - (x^2)^2\}$
$= 5a^4(3a^2+x^2)(3a^2-x^2)$

১৫। $a^2 + 3a - 40$

সমাধান : $a^2 + 3a - 40$
$= a^2 + 8a - 5a - 40$
$= a(a+8) - 5(a+8)$
$= (a+8)(a-5)$

১৬। $(x^2+1)^2 - (y^2+1)^2$

সমাধান : $(x^2+1)^2 - (y^2+1)^2$
$= \{(x^2+1) + (y^2+1)\}\{(x^2+1) - (y^2+1)\}$
$= (x^2+1+y^2+1)(x^2+1-y^2-1)$
$= (x^2+y^2+2)(x^2-y^2)$
$= (x^2+y^2+2)(x+y)(x-y)$
$= (x+y)(x-y)(x^2+y^2+2)$

১৭। $x^2 + 11x + 30$

সমাধান : $x^2 + 11x + 30$
$= x^2 + 5x + 6x + 30$
$= x(x+5) + 6(x+5)$
$= (x+5)(x+6)$

১৮। $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

সমাধান : $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$
$= a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)$
$= (a)^2 - (b-c)^2$
$= \{a + (b-c)\}\{a - (b-c)\}$
$= (a+b-c)(a-b+c)$

১৯। $144x^7 - 25x^3a^4$

সমাধান : $144x^7 - 25x^3a^4$
$= x^3(144x^4 - 25a^4)$
$= x^3\{(12x^2)^2 - (5a^2)^2\}$
$= x^3(12x^2+5a^2)(12x^2-5a^2)$

২০। $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 16a^2$

সমাধান : $4x^2 + 12xy + 9y^2 - 16a^2$
$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 - (4a)^2$
$= (2x+3y)^2 - (4a)^2$
$= (2x+3y+4a)(2x+3y-4a)$

❖ অনুশীলনী – ৫.৪

১। **11 এর বর্গ কত?**
(ক) 22 (খ) 101 (গ) 111 (ঘ) 121
Ans. (ঘ) 121

২। **$a - 5$ এর বর্গ কোনটি?**
(ক) $a^2 + 10a + 25$ (খ) $a^2 - 10a + 25$
(গ) $a^2 + 5a + 25$ (ঘ) $a^2 - 5a + 25$
Ans. (খ) $a^2 - 10a + 25$

৩। **$(2x+3)$ ও $(2x-3)$ এর গুণফল কত?**
(ক) $4x^2 - 9$ (খ) $4x^2 + 12x - 9$
(গ) $4x^2 - 12x - 9$ (ঘ) $4x^2 + 9$
Ans. (ক) $4x^2 - 9$

৪। **$(x+y)^2 + 2(x+y)(x-y) + (x-y)^2$ এর মান কোনটি?**
(ক) $8x^2$ (খ) $8y^2$ (গ) $4x^2$ (ঘ) $4y^2$
Ans. (গ) $4x^2$

৫। **$a + b = 4$ এবং $a - b = 2$ হলে, ab এর মান কত?**
(ক) 3 (খ) 8 (গ) 12 (ঘ) 16
Ans. (ক) 3

৬। **একটি রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের কী বলা হয়?**
(ক) ভাগফল (খ) ভাগশেষ (গ) গুণিতক (ঘ) গুণনীয়ক
Ans. (গ) গুণিতক

৭। **$a, a^2, (a+b)$ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক কোনটি?**
(ক) a (খ) a^2 (গ) $a(a+b)$ (ঘ) $a^2(a+b)$
Ans. (ঘ) $a^2(a+b)$

৮। **2a ও 3b এর গ.সা.গু. কত?**
(ক) 1 (খ) 6 (গ) a (ঘ) b
Ans. (ক) 1

৯। (i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
(ii) $4ab = (a+b)^2 + (a-b)^2$
(iii) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
Ans. (খ) i ও iii

১০। (i) ল.সা.গু. এর পূর্ণ রূপ হলো লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক।
(ii) ল.সা.গু. নির্ণয়ের জন্য রাশিগুলোর সাধারণ গুণিতক নির্ণয় করতে হয়।
(iii) গ.সা.গু. এর পূর্ণ রূপ হলো গরিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক।
উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
Ans. (ক) i ও ii

১১। (i) $x^2 - 16$
(ii) $x^2 + 3x - 4$ দুই বীজগাণিতিক রাশি–

(১) $x = 1$ হলে, (i) ও (ii) এর অন্তর নিচের কোনটি?
(ক) 0 (খ) -15 (গ) 15 (ঘ) 16
Ans. (খ) -15

(২) (ii) এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?
(ক) $(x-1)(x+4)$ (খ) $(x+1)(x-4)$
(গ) $(-x+1)(x+4)$ (ঘ) $(-x+1)(4-x)$
Ans. (ক) $(x-1)(x+4)$

(৩) (i) ও (ii) এর সাধারণ উৎপাদক নিচের কোনটি?
(ক) $(x-4)$ (খ) $(x-1)$ (গ) $(x+1)$ (ঘ) $(x+4)$
Ans. (ঘ) $(x+4)$

১২। $(x^3y - xy^3)$ ও $(x-y)(x+2y)$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি, তাহলে,

(১) প্রথম রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?
(ক) $(x+y)(x-y)$ (খ) $x(x+y)(x-y)$
(গ) $y(x+y)(x-y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x-y)$
Ans. (ঘ) $xy(x+y)(x-y)$

(২) বীজগাণিতিক রাশি দুইটির গ.সা.গু. নিচের কোনটি?
(ক) $(x+y)$ (খ) $(x-y)$ (গ) $y(x+y)$ (ঘ) $x(x-y)$
Ans. (খ) $(x-y)$

(৩) বীজগাণিতিক রাশি দুইটির ল.সা.গু. নিচের কোনটি?
(ক) $x(x+y)(x-y)$ (খ) $y(x+y)(x-y)$
(গ) $xy(x^2-y^2)(x+2y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x+2y)$
Ans. (গ) $xy(x^2-y^2)(x+2y)$

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১৩–২২) :

১৩। $3a^3b^2c, 6ab^2c^2$
সমাধান :
১ম রাশি $= 3a^3b^2c = 3\times a\times a\times a\times b\times b\times c$
২য় রাশি $= 6ab^2c^2 = 2\times 3\times a\times b\times b\times c\times c$
সুতরাং, দেখা যাচ্ছে সাধারণ গুণনীয়কগুলো 3, a, b, b, c
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $3\times a\times b\times b\times c = 3ab^2c$

১৪। $5ab^2x^2, 10a^2by^2$
সমাধান :
১ম রাশি $= 5ab^2x^2 = 5\times a\times b\times b\times x\times x$
২য় রাশি $= 10a^2by^2 = 2\times 5\times a\times a\times b\times y\times y$
সুতরাং, দেখা যাচ্ছে সাধারণ গুণনীয়কগুলো 5, a, b
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $5\times a\times b = 5ab$

১৫। $3a^2x^2, 6axy^2, 9ay^2$
সমাধান :
১ম রাশি $= 3a^2x^2 = 3\times a\times a\times x\times x$
২য় রাশি $= 6axy^2 = 2\times 3\times a\times x\times y\times y$
৩য় রাশি $= 9ay^2 = 3\times 3\times a\times y\times y$
সুতরাং, দেখা যাচ্ছে সাধারণ গুণনীয়কগুলো 3, a,
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $3\times a = 3a$

১৬। $16a^3x^4y, 40a^2y^3x, 28ax^3$
সমাধান :
১ম রাশি $= 16a^3x^4y$
$= 2\times 2\times 2\times 2\times a\times a\times a\times x\times x\times x\times x\times y$
২য় রাশি $= 40a^2y^3x = 2\times 2\times 2\times 5\times a\times a\times y\times y\times y\times x$
৩য় রাশি $= 28ax^3 = 2\times 2\times 7\times a\times x\times x\times x$
সুতরাং, দেখা যাচ্ছে সাধারণ গুণনীয়কগুলো 2, 2, a, x
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $2\times 2\times a\times x = 4ax$

১৭। $a^2 + ab, a^2 - b^2$
সমাধান : ১ম রাশি $= a^2 + ab$
$= a(a+b)$
২য় রাশি $= a^2 - b^2$
$= (a+b)(a-b)$
এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $(a+b)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (a+b)$

১৮। $x^3y - xy^3, (x-y)^2$
সমাধান : ১ম রাশি $= x^3y - xy^3$
$= xy(x^2 - y^2)$
$= xy(x+y)(x-y)$
২য় রাশি $= (x-y)^2$
$= (x-y)(x-y)$
এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $x - y$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= x - y$

১৯। $x^2 + 7x + 12, x^2 + 9x + 20$
সমাধান : ১ম রাশি $= x^2 + 7x + 12$
$= x^2 + 3x + 4x + 12$
$= x(x+3) + 4(x+3)$
$= (x+3)(x+4)$
২য় রাশি $= x^2 + 9x + 20$
$= x^2 + 4x + 5x + 20$
$= x(x+4) + 5(x+4)$
$= (x+4)(x+5)$
এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $(x+4)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (x+4)$

২০। $a^3 - ab^2, a^4 + 2a^3b + a^2b^2$
সমাধান : ১ম রাশি $= a^3 - ab^2$
$= a(a^2 - b^2)$
$= a(a+b)(a-b)$
২য় রাশি $= a^4 + 2a^3b + a^2b^2$
$= a^2(a^2 + 2ab + b^2)$
$= a(a+b)^2$
এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $a(a+b)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= a(a+b)$

২১। $a^2 - 16, 3a + 12, a^2 + 5a + 4$
সমাধান : ১ম রাশি $= a^2 - 16$
$= (a)^2 - (4)^2$
$= (a+4)(a-4)$
২য় রাশি $= 3a + 12$
$= 3(a+4)$
৩য় রাশি $= a^2 + 5a + 4$
$= a^2 + a + 4a + 4$
$= a(a+1) + 4(a+1)$
$= (a+1)(a+4)$
এখানে, 1 , 3 এবং 1 এর গ.সা.গু. 1.
এবং সাধারণ উৎপাদক $(a+4)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $(a+4)$

২২। $xy - y, x^3y - xy, x^2 - 2x + 1$
সমাধান : ১ম রাশি $= xy - y$
$= y(x-1)$
২য় রাশি $= x^3y - xy$
$= xy(x^2 - 1)$
$= xy\{(x)^2 - (1)^2\}$
$= xy(x+1)(x-1)$
৩য় রাশি $= x^2 - 2x + 1$
$= (x)^2 - 2\times x\times 1 + (1)^2$
$= (x-1)^2$
$= (x-1)(x-1)$
এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক $(x-1)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (x-1)$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর (২৩–৩২)

২৩। $6a^3b^2c, 9a^4bd^2$

সমাধান : রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 6 ও 9 এর ল.সা.গু. 18
প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত a, b, c, d উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে a^4, b^2, c, d^2

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 18a^4b^2cd^2$

২৪। $5x^2y^2, 10xz^3, 15y^3z^4$

সমাধান : রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 5,10 ও 15 এর ল.সা.গু. 30
প্রদত্ত রাশিমালার অন্তর্ভুক্ত x, y, z উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে x^2, y^3, z^4

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 30x^2y^3z^4$

২৫। $2p^2xy^2, 3pq^2, 6pqx^2$

সমাধান : রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 2, 3 ও 6 এর ল.সা.গু. 6
প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত p, q, x, y উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে p^2, q^2, x^2, y^2

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 6p^2q^2x^2y^2$

২৬। $(b^2-c^2), (b+c)^2$

সমাধান : ১ম রাশি $= b^2-c^2$
$= (b+c)(b-c)$

২য় রাশি $= (b+c)^2$

এখানে, $(b+c)$ রাশির সর্বোচ্চ ঘাত $(b+c)^2$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $(b-c)(b+c)^2$

২৭। x^2+2x, x^2+3x+2

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2+2x$
$= x(x+2)$

২য় রাশি $= x^2+3x+2$
$= x^2+x+2x+2$
$= x(x+1)+2(x+1)$
$= (x+1)(x+2)$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে x, (x + 2), (x + 1)
$x(x^2+x+2x+2)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $x(x^2+3x+2)$

২৮। $9x^2-25y^2, 15ax-25ay$

সমাধান : ১ম রাশি $= 9x^2-25y^2$
$= (3x)^2-(5y)^2$
$= (3x+5y)(3x-5y)$

২য় রাশি $= 15ax-25ay$
$= 5a(3x-5y)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 5a(3x-5y)(3x+5y)$
$= 5a(9x^2-25y^2)$

২৯। $x^2-3x-10, x^2-10x+25$

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2-3x-10$
$= x^2-5x+2x-10$
$= x(x-5)+2(x-5)$
$= (x-5)(x+2)$

২য় রাশি $= x^2-10x+25$
$= (x)^2-2\times x\times 5+(5)^2$
$= (x-5)^2$

এখানে, $(x-5)$ এর সর্বোচ্চ ঘাত $(x-5)^2$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $(x+2)(x-5)^2$

৩০। $a^2-7a+12, a^2+a-20, a^2+2a-15$

সমাধান : ১ম রাশি $= a^2-7a+12$
$= a^2-3a-4a+12$
$= a(a-3)-4(a-3)$
$= (a-3)(a-4)$

২য় রাশি $= a^2+a-20$
$= a^2+5a-4a-20$
$= a(a+5)-4(a+5)$
$= (a+5)(a-4)$

৩য় রাশি $= a^2+2a-15$
$= a^2+5a-3a-15$
$= a(a+5)-3(a+5)$
$= (a+5)(a-3)$

প্রদত্ত রাশিগুলোতে সম্ভাব্য উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথা
5) (a − 3) (a − 2)

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $(a+5)(a-3)(a-4)$

৩১। $x^2-8x+15, x^2-25, x^2+2x-15$

সমাধান : ১ম রাশি $= x^2-8x+15$
$= x^2-3x-5x+15$
$= x(x-3)-5(x-3)$
$= (x-3)(x-5)$

২য় রাশি $= x^2-25$
$= (x)^2-(5)^2$
$= (x+5)(x-5)$

৩য় রাশি $= x^2+2x-15$
$= x^2+5x-3x-15$
$= x(x+5)-3(x+5)$
$= (x+5)(x-3)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x-3)(x-5)(x+5)$
$= (x-3)(x^2-25)$

৩২। $x+5, x^2+5x, x^2+7x+10$

সমাধান : ১ম রাশি $= x+5$

২য় রাশি $= x^2+5x$
$= x(x+5)$

৩য় রাশি $= x^2+7x+10$
$= x^2+2x+5x+10$
$= x(x+2)+5(x+2)$
$= (x+2)(x+5)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $x(x+2)(x+5)$

৩৩। $a = 2x-3$ এবং $b = 2x+5$ হলে–

(ক) $a+b$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) সূত্রের সাহায্যে a^2 এর মান নির্ণয় কর।

(গ) সূত্রের সাহায্যে a ও b এর গুণফল নির্ণয় কর। x = 2 হলে, ab =

সমাধান :

(ক) $a+b$ $= (2x-3)+(2x+5)$ [মান বসিয়ে]
$= 2x-3+2x+5$
$= 4x+2$
$= 2(2x+1)$

(খ) a^2 $= (2x-3)^2$ [মান বসিয়ে]
$= (2x)^2-2\times 2x\times 3+(3)^2$
$= 4x^2-12x+9$

(গ) $a\times b$ $= (2x-3)(2x+5)$
$= 4x^2+10x-6x-15$
$= 4x^2+4x-15$

আবার, x = 2 হলে, a $= 2\times 2-3$
$= 4-3$
$= 1$

b $= 2\times 2+5$
$= 4+5$
$= 9$

$\therefore ab = 1\times 9 = 9$

৩৪। x^4-625 এবং $x^2+3x-10$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। তাহলে–

(ক) প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হলে, কোন সূত্রটি ব্যবহার করতে হবে?

(খ) দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(গ) রাশি দুইটির গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) এখানে, প্রথম রাশি x^4-625
একে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করতে হলে $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ ব্যবহার করতে হবে।

(খ) $x^2+3x-10$
$= x^2+5x-2x-10$
$= x(x+5)-2(x+5)$
$= (x+5)(x-2)$

(খ) ১ম রাশি $= x^4 - 625$
$= (x^2)^2 - (25)^2$
$= (x^2 - 25)(x^2 + 25)$
$= \{(x)^2 - (5)^2\}(x^2 + 25)$
$= (x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$

২য় রাশি $= x^2 + 3x - 10$
$= x^2 + 5x - 2x - 10$
$= x(x + 5) - 2(x + 5)$
$= (x + 5)(x - 2)$

$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= (x + 5)$ Ans.

(গ) ১ম রাশি $= x^4 - 625$
$= (x^2)^2 - (25)^2$
$= (x^2 - 25)(x^2 + 25)$
$= \{(x)^2 - (5)^2\}(x^2 + 25)$
$= (x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$

২য় রাশি $= x^2 + 3x - 10$
$= x^2 + 5x - 2x - 10$
$= x(x + 5) - 2(x + 5)$
$= (x + 5)(x - 2)$

$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x - 2)(x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$
$= (x - 2)(x^2 - 25)(x^2 + 25)$
$= (x - 2)(x^4 - 625)$

ষষ্ঠ অধ্যায় : বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

অনুশীলনী – ৬.১

লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর (১–১০) :

১। $\dfrac{a^3b}{a^4c}$

সমাধান : $\dfrac{a^3b}{a^4c} = \dfrac{a^3 \times b}{a^3 \times ac} = \dfrac{b}{ac}$

২। $\dfrac{a^2bc}{ab^2c}$

সমাধান : $\dfrac{a^2bc}{ab^2c} = \dfrac{abc \times a}{abc \times b} = \dfrac{a}{b}$

৩। $\dfrac{x^3y^3z^3}{x^2y^2z^2}$

সমাধান : $\dfrac{x^3y^3z^3}{x^2y^2z^2} = \dfrac{x^2y^2z^2 \times xyz}{x^2y^2z^2 \times 1} = xyz$

৪। $\dfrac{x^2 + x}{xy + y}$

সমাধান : $\dfrac{x^2 + x}{xy + y} = \dfrac{x(x + 1)}{y(x + 1)} = \dfrac{x}{y}$

৫। $\dfrac{4a^2b}{6a^3b}$

সমাধান : $\dfrac{4a^2b}{6a^3b} = \dfrac{2a^2b \times 2}{2a^2b \times 3a} = \dfrac{2}{3a}$

৬। $\dfrac{2a - 4ab}{1 - 4b^2}$

সমাধান :

$\dfrac{2a - 4ab}{1 - 4b^2} = \dfrac{2a(1 - 2b)}{(1)^2 - (2b)^2} = \dfrac{2a(1 - 2b)}{(1 + 2b)(1 - 2b)} = \dfrac{2a}{1 + 2b}$

৭। $\dfrac{2a + 3b}{4a^2 - 9b^2}$

সমাধান :

$\dfrac{2a + 3b}{4a^2 - 9b^2} = \dfrac{2a + 3b}{(2a)^2 - (3b)^2} = \dfrac{(2a + 3b) \times 1}{(2a + 3b)(2a - 3b)} = \dfrac{1}{2a - 3b}$

৮। $\dfrac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4}$

সমাধান : $\dfrac{a^2 + 4a + 4}{a^2 - 4}$

$= \dfrac{(a)^2 + 2 \times a \times 2 + (2)^2}{(a)^2 - (2)^2}$

$= \dfrac{(a + 2)^2}{(a + 2)(a - 2)} = \dfrac{(a + 2)(a + 2)}{(a + 2)(a - 2)} = \dfrac{a + 2}{a - 2}$

৯। $\dfrac{x^2 - y^2}{(x + y)^2}$

সমাধান : $\dfrac{x^2 - y^2}{(x + y)^2}$

$= \dfrac{(x + y)(x - y)}{(x + y)(x + y)}$

$= \dfrac{x - y}{x + y}$

১০। $\dfrac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 9x + 20}$

সমাধান : $\dfrac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 9x + 20}$

$= \dfrac{x^2 + 5x - 3x - 15}{x^2 + 5x + 4x + 20}$

$= \dfrac{x(x + 5) - 3(x + 5)}{x(x + 5) + 4(x + 5)}$

$= \dfrac{(x + 5)(x - 3)}{(x + 5)(x + 4)}$

$= \dfrac{x - 3}{x + 4}$

সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর (১১–২০) :

১১। $\dfrac{a}{bc}, \dfrac{a}{ac}$

সমাধান : হর bc এবং ac এর ল.সা.গু. abc

$\therefore \dfrac{a}{bc} = \dfrac{a \times a}{bc \times a}$ [$\because abc \div bc = a$]

$= \dfrac{a^2}{abc}$

এবং $\dfrac{a}{ac} = \dfrac{a \times b}{ac \times b}$ [$\because abc \div ac = b$]

$= \dfrac{ab}{abc}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\dfrac{a^2}{abc}, \dfrac{ab}{abc}$ Ans.

১২। $\dfrac{x}{pq}, \dfrac{y}{pr}$

সমাধান : হর pq এবং pr এর ল.সা.গু. pqr

$\therefore \dfrac{x}{pq} = \dfrac{x \times r}{pq \times r}$ [$\because pqr \div pq = r$]

$= \dfrac{rx}{pqr}$

এবং $\dfrac{y}{pr} = \dfrac{y \times q}{pr \times q}$ [$\because pqr \div pr = q$]

$= \dfrac{qy}{pqr}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\dfrac{rx}{pqr}, \dfrac{qy}{pqr}$

১৩। $\dfrac{2x}{3m}, \dfrac{3y}{2n}$

সমাধান : হর 3m এবং 2n এর ল.সা.গু. 6mn

$\therefore \dfrac{2x}{3m} = \dfrac{2x \times 2n}{3m \times 2n}$ [$\because 6mn \div 3m = 2n$]

$= \dfrac{4xn}{6mn}$

এবং $\dfrac{3y}{2n} = \dfrac{3y \times 3m}{2n \times 3m}$ [$\because 6mn \div 2n = 3m$]

$= \dfrac{9my}{6mn}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\dfrac{4xn}{6mn}, \dfrac{9my}{6mn}$

১৪। $\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}$

সমাধান : হর $(a-b)$ এবং $(a+b)$ এর ল.সা.গু. $(a-b)(a+b)$

$\therefore \frac{a}{a-b} = \frac{a(a+b)}{(a-b)(a+b)}$ $[\because (a-b)(a+b) \div (a-b) = (a+b)]$

$= \frac{a(a+b)}{a^2-b^2}$

এবং $\frac{b}{a+b} = \frac{b(a-b)}{(a+b)(a-b)}$ $[\because (a-b)(a+b) \div (a+b) = (a-b)]$

$= \frac{b(a-b)}{a^2-b^2}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{a(a+b)}{a^2-b^2}, \frac{b(a-b)}{a^2-b^2}$ Ans.

১৫। $\frac{x^2}{a^2-2ab}, \frac{y^2}{a+2b}$

সমাধান : ১ম ভগ্নাংশের হর $= a^2-2ab = a(a-2b)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= a+2b$

হরগুলোর ল.সা.গু. $a(a-2b)(a+2b)$

$\therefore \frac{x^2}{a^2-2ab} = \frac{x^2 \times (a+2b)}{a(a-2b) \times (a+2b)}$

[লব ও হরকে $(a+2b)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{x^2(a+2b)}{a(a^2-4b^2)}$

এবং $\frac{y^2}{a+2b} = \frac{y^2 \times a(a-2b)}{(a+2b) \times a(a-2b)}$

[লব ও হরকে $a(a-2b)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{ay^2(a-2b)}{a(a^2-4b^2)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{x^2(a+2b)}{a(a^2-4b^2)}, \frac{ay^2(a-2b)}{a(a^2-4b^2)}$

১৬। $\frac{3}{a^2-4}, \frac{2}{a(a+2)}$

সমাধান : ১ম ভগ্নাংশের হর $= a^2-4 = (a)^2-(2)^2$

$= (a+2)(a-2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= a(a+2)$

হরগুলোর ল.সা.গু. $a(a+2)(a-2)$

$\therefore \frac{3}{a^2-4} = \frac{3 \times a}{(a+2)(a-2) \times a}$ [লব ও হরকে a দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{3a}{a(a^2-4)}$

এবং $\frac{2}{a(a+2)} = \frac{2(a-2)}{a(a+2)(a-2)}$ [লব ও হরকে $(a-2)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{2(a-2)}{a(a^2-4)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{3a}{a(a^2-4)}, \frac{2(a-2)}{a(a^2-4)}$

$\frac{a}{a^2-9}, \frac{b}{a+3}$

সমাধান : ১ম ভগ্নাংশের হর $= a^2-9 = (a)^2-(3)^2 = (a+3)(a-3)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= (a+3)$

হরগুলোর ল.সা.গু. $(a+3)(a-3)$

$\therefore \frac{a}{a^2-9} = \frac{a}{(a+3)(a-3)}$

$= \frac{a}{a^2-9}$

এবং $\frac{b}{a+3} = \frac{b(a-3)}{(a+3)(a-3)}$ [লব ও হরকে $(a-3)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{b(a-3)}{a^2-9}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি $\frac{a}{a^2-9}, \frac{b(a-3)}{a^2-9}$ Ans.

১৮। $\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a-b}, \frac{c}{a-c}$

সমাধান :

১ম ভগ্নাংশের হর $= a+b$

২য় ভগ্নাংশের হর $= a-b$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= a-c$

হরগুলোর ল.সা.গু. $(a+b)(a-b)(a-c)$

$\therefore \frac{a}{a+b} = \frac{a \times (a-b)(a-c)}{(a+b) \times (a-b)(a-c)}$

[লব ও হরকে $(a-b)(a-c)$ দ্বারা গুণ

$= \frac{a(a-b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}$

$\frac{b}{a-b} = \frac{b \times (a+b)(a-c)}{(a-b) \times (a+b)(a-c)}$

[লব ও হরকে $(a+b)(a-c)$ দ্বারা গুণ

$= \frac{b(a+b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}$

এবং $\frac{c}{a-c} = \frac{c \times (a+b)(a-b)}{(a-c) \times (a+b)(a-b)}$

[লব ও হরকে $(a+b)+(a-b)$ দ্বারা গুণ ক

$= \frac{c(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)(a-c)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ তিনটি

$\frac{a(a-b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}, \frac{b(a+b)(a-c)}{(a^2-b^2)(a-c)}, \frac{c(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)(a-c)}$

১৯। $\frac{a}{a-b}, \frac{b}{a+b}, \frac{c}{a(a+b)}$

সমাধান : ১ম ভগ্নাংশের হর $= a-b$

২য় ভগ্নাংশের হর $= a+b$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= a(a+b)$

হরগুলোর ল.সা.গু. $= a(a+b)(a-b)$

$\therefore \frac{a}{a-b} = \frac{a \times a(a+b)}{(a-b) \times a(a+b)}$

[লব ও হরকে $a(a+b)$ দ্বারা গুণ ক

$= \frac{a^2(a+b)}{a(a^2-b^2)}$

$\frac{b}{a+b} = \frac{b \times a(a-b)}{(a+b) \times a(a-b)}$

[লব ও হরকে $a(a-b)$ দ্বারা গুণ ক

$= \frac{ab(a-b)}{a(a^2-b^2)}$

এবং $\frac{c}{a(a+b)} = \frac{c(a-b)}{a(a+b)(a-b)}$

[লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা গুণ ক

$= \frac{c(a-b)}{a(a^2-b^2)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ তিনটি

$\frac{a^2(a+b)}{a(a^2-b^2)}, \frac{ab(a-b)}{a(a^2-b^2)}, \frac{c(a-b)}{a(a^2-b^2)}$ Ans.

২০। $\frac{2}{x^2-x-2}, \frac{3}{x^2+x-6}$

সমাধান : ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^2-x-2$

$= x^2-2x+x-2$

$= x(x-2)+1(x-2)$

$= (x-2)(x+1)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= x^2+x-6$

$= x^2+3x-2x-6$

$= x(x+3)-2(x+3)$

$= (x+3)(x-2)$

হরগুলোর ল.সা.গু. $(x-2)(x+1)(x+3)$

$\therefore \frac{2}{x^2-x-2} = \frac{2\times(x+3)}{(x-2)(x+1)\times(x+3)}$

[লব ও হরকে $(x+3)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{2(x+3)}{(x-2)(x+1)(x+3)}$

এবং $\frac{3}{x^2+x-6} = \frac{3(x+1)}{(x+3)(x-2)\times(x+1)}$

[লব ও হরকে $(x+1)$ দ্বারা গুণ করে]

$= \frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)(x+3)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি

$\frac{2(x+3)}{(x-2)(x+1)(x+3)}, \frac{3(x+1)}{(x-2)(x+1)(x+3)}$

❖ অনুশীলনী – ৬.২

১। $\frac{ab}{xy}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{abc}{xyz}$ (খ) $\frac{a^2b}{x^2y}$ (গ) $\frac{abz}{xyz}$ (ঘ) $\frac{a}{x}$

Ans. (গ) $\frac{abz}{xyz}$

২। $\frac{2x+x^2}{6x}$ এর লঘিষ্ঠ আকার নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{1}{3}$ (খ) $\frac{2+x}{6}$ (গ) $\frac{x}{6}$ (ঘ) $\frac{1+x}{3}$

Ans. (খ) $\frac{2+x}{6}$

৩। $\frac{2}{3a}$ ও $\frac{3}{5ab}$ এর সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{10b}{15ab}, \frac{9}{15ab}$ (খ) $\frac{6}{15ab}, \frac{b}{15ab}$ (গ) $\frac{2}{15ab}, \frac{3}{15ab}$ (ঘ) $\frac{10a}{15a^2b}, \frac{9a}{15a^2b}$

Ans. (ক) $\frac{10b}{15ab}, \frac{9}{15ab}$

৪। $\frac{x}{yz}$ ও $\frac{y}{zx}$ এর সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{zx^2}{xyz}, \frac{y^2z}{xyz}$ (খ) $\frac{x^2}{xyz^2}, \frac{y^2}{xyz^2}$ (গ) $\frac{x}{xyz}, \frac{y}{xyz}$ (ঘ) $\frac{x^2}{xyz}, \frac{y^2}{xyz}$

Ans. (ঘ) $\frac{x^2}{xyz}, \frac{y^2}{xyz}$

৫। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\frac{ac}{bd}+1 = \frac{ac+1}{bd+1}$ ii. $\frac{a}{2b}+\frac{a}{4b} = \frac{3a}{4b}$

iii. $\frac{3x}{y}-\frac{2x}{5y} = \frac{13x}{5y}$

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সত্য?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

Ans. (খ) ii ও iii

৬। $\frac{a}{x+1}, \frac{a}{2x+2}, \frac{3a}{x^2-1}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) ১ম ভগ্নাংশ থেকে ২য় ভগ্নাংশ বিয়োগ করলে বিয়োগফল নিচের কোনটি?

(ক) $\frac{1}{2x+2}$ (খ) $\frac{2a}{x+2}$ (গ) $\frac{a}{x+1}$ (ঘ) $\frac{a}{2(x+1)}$

Ans. (ঘ) $\frac{a}{2(x+1)}$

(২) হর তিনটির ল.সা.গু. কোনটি?

(ক) $2(x^2-1)$ (খ) $(x+1)^3(x-1)$ (গ) $2(x^2+1)$ (ঘ) $2(x+1)$

Ans. (ক) $2(x^2-1)$

(৩) ভগ্নাংশ তিনটিকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর করলে ২য় ভগ্নাংশটি কী হবে?

(ক) $\frac{a}{2(x^2+1)}$ (খ) $\frac{a(x-1)}{2(x^2-1)}$ (গ) $\frac{a(x-1)}{2(x+1)}$ (ঘ) $\frac{2a(x-1)}{x^2-1}$

Ans. (খ) $\frac{a(x-1)}{2(x^2-1)}$

যোগফল নির্ণয় কর (৭ – ১২) :

৭। $\frac{3a}{5}+\frac{2b}{5}$

সমাধান : $\frac{3a}{5}+\frac{2b}{5} = \frac{3a+2b}{5}$

৮। $\frac{1}{5x}+\frac{2}{5x}$

সমাধান : $\frac{1}{5x}+\frac{2}{5x} = \frac{1+2}{5x} = \frac{3}{5x}$

৯। $\frac{x}{2a}+\frac{y}{3b}$

সমাধান : $\frac{x}{2a}+\frac{y}{3b} = \frac{x\times 3b+y\times 2a}{6ab} = \frac{3bx+2ay}{6ab}$

১০। $\frac{2a}{x+1}+\frac{2a}{x-2}$

সমাধান : $\frac{2a}{x+1}+\frac{2a}{x-2}$

$= \frac{2a(x-2)+2a(x+1)}{(x+1)(x-2)}$

$= \frac{2ax-4a+2ax+2a}{(x+1)(x-2)}$

$= \frac{4ax-2a}{(x+1)(x-2)}$

$= \frac{2a(2x-1)}{(x+1)(x-2)}$

১১। $\frac{a}{a+2}+\frac{2}{a-2}$

সমাধান : $\frac{a}{a+2}+\frac{2}{a-2}$

$= \frac{a(a-2)+2(a+2)}{(a+2)(a-2)}$

$= \frac{a^2-2a+2a+4}{a^2-4}$

$= \frac{a^2+4}{a^2-4}$

১২। $\frac{3}{x^2-4x-5}+\frac{4}{x+1}$

সমাধান : $\frac{3}{x^2-4x-5}+\frac{4}{x+1}$

$= \frac{3}{x^2-5x+x-5}+\frac{4}{x+1}$

$= \frac{3}{x(x-5)+1(x-5)}+\frac{4}{x+1}$

$= \frac{3}{(x-5)(x+1)}+\frac{4}{x+1}$

$= \frac{3\times 1+4(x-5)}{(x-5)(x+1)}$

$= \frac{3+4x-20}{(x-5)(x+1)}$

$= \frac{4x-17}{(x-5)(x+1)}$

বিয়োগফল নির্ণয় কর (১৩–১৮) :

১৩। $\frac{2a}{7}-\frac{4b}{7}$

সমাধান : $\frac{2a}{7}-\frac{4b}{7} = \frac{2a-4b}{7} = \frac{2(a-2b)}{7}$

১৪। $\frac{2x}{5a}-\frac{4y}{5a}$

সমাধান : $\frac{2x}{5a}-\frac{4y}{5a} = \frac{2x-4y}{5a} = \frac{2(x-2y)}{5a}$

১৫। $\frac{a}{8x}-\frac{b}{4y}$

সমাধান : $\frac{a}{8x}-\frac{b}{4y} = \frac{a\times y-b\times 2x}{8xy} = \frac{ay-2bx}{8xy}$

১৬। $\frac{3}{x+3}-\frac{2}{x+2}$

সমাধান : $\frac{3}{x+3}-\frac{2}{x+2}$

$=\frac{3(x+2)-2(x+3)}{(x+2)(x+3)}=\frac{3x+6-2x-6}{(x+2)(x+3)}=\frac{x}{(x+2)(x+3)}$

১৭। $\frac{p+q}{pq}-\frac{q+r}{qr}$

সমাধান : $\frac{p+q}{pq}-\frac{q+r}{qr}$

$=\frac{r(p+q)-p(q+r)}{pqr}$

$=\frac{pr+qr-pq-pr}{pqr}=\frac{qr-pq}{pqr}=\frac{q(r-p)}{pqr}$

১৮। $\frac{2x}{x^2-4y^2}-\frac{x}{xy+2y^2}$

সমাধান : $\frac{2x}{x^2-4y^2}-\frac{x}{xy+2y^2}$

$=\frac{2x}{(x)^2-(2y)^2}-\frac{x}{y(x+2y)}$

$=\frac{2x}{(x+2y)(x-2y)}-\frac{x}{y(x+2y)}$

$=\frac{2x\times y-x(x-2y)}{y(x+2y)(x-2y)}$

$=\frac{2xy-x^2+2xy}{y(x+2y)(x-2y)}$

$=\frac{4xy-x^2}{y(x+2y)(x-2y)}$

$=\frac{x(4y-x)}{y(x^2-4y^2)}$

সরল কর : (১৯ – ২৪) :

১৯। $\frac{5}{a^2-6a+5}+\frac{1}{a-1}$

সমাধান : $\frac{5}{a^2-6a+5}+\frac{1}{a-1}$

$=\frac{5}{a^2-5a-a+5}+\frac{1}{a-1}$

$=\frac{5}{a(a-5)-1(a-5)}+\frac{1}{a-1}$

$=\frac{5}{(a-1)(a-5)}+\frac{1}{a-1}$

$=\frac{5\times1+1(a-5)}{(a-1)(a-5)}$

$=\frac{5+a-5}{(a-1)(a-5)}$

$=\frac{a}{(a-1)(a-5)}=\frac{a}{a^2-5a-a+5}=\frac{a}{a^2-6a+5}$

২০। $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x^2-4}$

সমাধান : $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x^2-4}$

$=\frac{1}{x+2}-\frac{1}{(x)^2-(2)^2}$

$=\frac{1}{x+2}-\frac{1}{(x+2)(x-2)}$

$=\frac{1(x-2)-1\times1}{(x+2)(x-2)}=\frac{x-2-1}{x^2-4}=\frac{x-3}{x^2-4}$

২১। $\frac{a}{3}+\frac{a}{6}-\frac{3a}{8}$

সমাধান : $\frac{a}{3}+\frac{a}{6}-\frac{3a}{8}$

$=\frac{8\times a+4\times a-3\times3a}{24}$

$=\frac{8a+4a-9a}{24}=\frac{12a-9a}{24}=\frac{3a}{24}=\frac{a}{8}$

২২। $\frac{a}{b}-\frac{3a}{2b}+\frac{2a}{3b}$

সমাধান : $\frac{a}{b}-\frac{3a}{2b}+\frac{2a}{3b}$

$=\frac{a\times6-3a\times3+2a\times2}{6b}$

$=\frac{6a-9a+4a}{6b}$

$=\frac{10a-9a}{6b}$

$=\frac{a}{6b}$

২৩। $\frac{x}{yz}-\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}$

সমাধান : $\frac{x}{yz}-\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}$

$=\frac{x\times x-y\times y+z\times z}{xyz}$

$=\frac{x^2-y^2+z^2}{xyz}$

২৪। $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

সমাধান : $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

$=\frac{z(x-y)+x(y-z)+y(z-x)}{xyz}$

$=\frac{xz-yz+xy-xz+yz-xy}{xyz}$

$=\frac{0}{xyz}=0$

২৫। তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ : $\frac{x}{x+y}, \frac{x}{x-4y}, \frac{y}{x^2-3xy-4y^2}$

ক. ৩য় ভগ্নাংশের হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. ১ম ও ২য় ভগ্নাংশকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

গ. ভগ্নাংশ তিনটির যোগফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) ৩য় ভগ্নাংশের হর

$=x^2-3xy-4y^2$

$=x^2-4xy+xy-4y^2$

$=x(x-4y)+y(x-4y)$

$=(x+y)(x-4y)$

(খ) ১ম ভগ্নাংশের হর $=x+y$

২য় ভগ্নাংশের হর $=x-4y$

হরগুলোর ল.সা.গু. $(x+y)(x-4y)$

১ম ভগ্নাংশ $=\frac{x}{x+y}$

$=\frac{x\times(x-4y)}{(x+y)\times(x-4y)}$ [লব ও হরকে $(x-4y)$ দ্বারা গুণ

$=\frac{x(x-4y)}{(x+y)(x-4y)}$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{x}{x-4y}=\frac{x\times(x+y)}{(x-4y)\times(x+y)}$ [লব ও হরকে $(x+y)$ দ্বারা গুণ

$=\frac{x(x+y)}{(x+y)(x-4y)}$

∴ সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি

$\frac{x(x-4y)}{(x+y)(x-4y)}, \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-4y)}$

(গ) $\frac{x}{x+y}+\frac{x}{x-4y}+\frac{y}{x^2-3xy-4y^2}$

$=\frac{x}{x+y}+\frac{x}{x-4y}+\frac{y}{x^2-4xy+xy-4y^2}$

$$=\frac{x}{x+y}+\frac{x}{x-4y}+\frac{y}{x(x-4y)+y(x-4y)}$$

$$=\frac{x}{x+y}+\frac{x}{x-4y}+\frac{y}{(x+y)(x-4y)}$$

$$=\frac{x(x-4y)+x(x+y)+y\times 1}{(x+y)(x-4y)}$$

$$=\frac{x^2-4xy+x^2+xy+y}{(x+y)(x-4y)}$$

$$=\frac{2x^2-3xy+y}{(x+y)(x-4y)}$$

২৬। তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ :

$$\frac{1}{a(a+2)},\ \frac{1}{a^2+5a+6},\ \frac{1}{a^2-a-6}$$

ক. ৩য় ভগ্নাংশের হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

খ. ২য় ও ৩য় ভগ্নাংশকে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

গ. ২য় ও ৩য় ভগ্নাংশের যোগফল থেকে ১ম ভগ্নাংশ বিয়োগ কর।

সমাধান :

(ক) ৩য় ভগ্নাংশের হর $= a^2-a-6$

$= a^2-3a+2a-6$

$= a(a-3)+2(a-3)$

$= (a+2)(a-3)$

(খ) ২য় ভগ্নাংশের হর $= a^2+5a+6$

$= a^2+2a+3a+6$

$= a(a+2)+3(a+2)$

$= (a+2)(a+3)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= a^2-a-6$

$= a^2-3a+2a-6$

$= a(a-3)+2(a-3)$

$= (a+2)(a-3)$

হরগুলোর ল.সা.গু. $(a+2)(a+3)(a-3)$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{1}{a^2+5a+6}$

$=\frac{1\times(a-3)}{(a+2)(a+3)\times(a-3)}$ [লব ও হরকে $(a-3)$ দ্বারা গুণ করে]

$=\frac{a-3}{(a+2)(a+3)(a-3)}$

৩য় ভগ্নাংশ $=\frac{1}{a^2-a-6}$

$=\frac{1\times(a+3)}{(a+2)(a-3)\times(a+3)}$ [লব ও হরকে $(a+3)$ দ্বারা গুণ করে]

$=\frac{a+3}{(a+2)(a+3)(a-3)}$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ দুইটি

$\frac{a-3}{(a+2)(a+3)(a-3)},\ \frac{a+3}{(a+2)(a+3)(a-3)}$ Ans.

(গ) $\frac{1}{a^2+5a+6}+\frac{1}{a^2-a-6}-\frac{1}{a(a+2)}$

$$=\frac{1}{a^2+2a+3a+6}+\frac{1}{a^2-3a+3a-6}-\frac{1}{a(a+2)}$$

$$=\frac{1}{a(a+2)+3(a+2)}+\frac{1}{a(a-3)+2(a-3)}-\frac{1}{a(a+2)}$$

$$=\frac{1}{(a+2)(a+3)}+\frac{1}{(a+2)(a-3)}-\frac{1}{a(a+2)}$$

$$=\frac{1\times a(a-3)+1\times a(a+3)-1(a+3)(a-3)}{a(a+2)(a+3)(a-3)}$$

$$=\frac{a^2-3a+a^2+3a-a^2+9}{a(a+2)(a^2-9)}$$

$$=\frac{a^2+9}{a(a+2)(a^2-9)}$$

▶▶ সপ্তম অধ্যায় : সরল সমীকরণ

❖ অনুশীলনী – ৭.১

সমাধান কর :

১। $4x+1=2x+7$

সমাধান : $4x+1=2x+7$

বা, $4x-2x=7-1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x=6$

বা, $x=\frac{6}{2}$

বা, $x=3$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=3$

২। $5x-3=2x+3$

সমাধান : $5x-3=2x+3$

বা, $5x-2x=3+3$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x=6$

বা, $x=\frac{6}{3}$

বা, $x=2$

∴ নির্ণেয় সমাধান $x=2$

৩। $3y+1=7y-1$

সমাধান : $3y+1=7y-1$

বা, $3y-7y=-1-1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-4y=-2$

বা, $y=\frac{-2}{-4}$

বা, $y=\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $y=\frac{1}{2}$

৪। $7y-5=y-1$

সমাধান : $7y-5=y-1$

বা, $7y-y=-1+5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6y=4$

বা, $y=\frac{4}{6}$

বা, $y=\frac{2}{3}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $y=\frac{2}{3}$

৫। $17-2z=3z+2$

সমাধান : $17-2z=3z+2$

বা, $-2z-3z=2-17$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-5z=-15$

বা, $z=\frac{-15}{-5}$

বা, $z=3$

∴ নির্ণেয় সমাধান $z=3$

৬। $13z-5=3-2z$

সমাধান : $13z-5=3-2z$

বা, $13z+2z=3+5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $15z=8$

বা, $z=\frac{8}{15}$

∴ নির্ণেয় সমাধান $z=\frac{8}{15}$

৭। $\frac{x}{4}=\frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{x}{4}=\frac{1}{3}$

বা, $3x = 4$ [আড়গুণন করে]

বা, $x=\frac{4}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=\frac{4}{3}$

৮। $\frac{x}{2}+1=3$

সমাধান : $\frac{x}{2}+1=3$

বা, $\frac{x}{2}=3-1$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{x}{2}=2$

বা, $x=2\times 2$ [আড়গুণন করে]

বা, $x=4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=4$

৯। $\frac{x}{3}+5=\frac{x}{2}+7$

সমাধান : $\frac{x}{3}+5=\frac{x}{2}+7$

বা, $\frac{x+15}{3}=\frac{x+14}{2}$

বা, $3\times(x+14)=2\times(x+15)$ [আড়গুণন করে]

বা, $3x+42=2x+30$

বা, $3x-2x=30-42$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x=-12$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=-12$

১০। $\frac{y}{2}-\frac{y}{3}=\frac{y}{5}-\frac{1}{6}$

সমাধান : $\frac{y}{2}-\frac{y}{3}=\frac{y}{5}-\frac{1}{6}$

বা, $\frac{3y-2y}{6}=\frac{6y-5}{30}$

বা, $\frac{y}{6}\times 30=\frac{6y-5}{30}\times 30$

[উভয়পক্ষকে 30 দ্বারা গুণ করে]

বা, $5y=6y-5$

বা, $5y-6y=-5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-y=-5$

বা, $y=5$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $y=5$

১১। $\frac{y}{5}-\frac{2}{7}=\frac{5y}{7}-\frac{4}{5}$

সমাধান : $\frac{y}{5}-\frac{2}{7}=\frac{5y}{7}-\frac{4}{5}$

বা, $\frac{7y-10}{35}=\frac{25y-28}{35}$

বা, $\left(\frac{7y-10}{35}\times 35\right)=\left(\frac{25y-28}{35}\times 35\right)$

[উভয়পক্ষকে 35 দ্বারা গুণ করে]

বা, $7y-10=25y-28$

বা, $7y-25y=-28+10$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-18y=-18$

বা, $y=\frac{-18}{-18}$

বা, $y=1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $y=1$

১২। $\frac{2z-1}{3}=5$

সমাধান : $\frac{2z-1}{3}=5$

বা, $2z-1=5\times 3$ [আড়গুণন করে]

বা, $2z-1=15$

বা, $2z=15+1$

বা, $2z=16$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $z=\frac{16}{2}$

বা, $z=8$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $z=8$

১৩। $\frac{5x}{7}+\frac{4}{5}=\frac{x}{5}+\frac{2}{7}$

সমাধান : $\frac{5x}{7}+\frac{4}{5}=\frac{x}{5}+\frac{2}{7}$

বা, $\frac{5x\times 5+4\times 7}{35}=\frac{7\times x+5\times 2}{35}$

বা, $\left(\frac{25x+28}{35}\times 35\right)=\left(\frac{7x+10}{35}\times 35\right)$

[উভয়পক্ষকে 35 দ্বারা গু

বা, $25x+28=7x+10$

বা, $25x-7x=10-28$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $18x=-18$

বা, $x=\frac{-18}{18}$

বা, $x=-1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=-1$

১৪। $\frac{y-2}{4}+\frac{2y-1}{3}=y-\frac{1}{3}$

সমাধান : $\frac{y-2}{4}+\frac{2y-1}{3}=y-\frac{1}{3}$

বা, $\frac{3(y-2)+4(2y-1)}{12}=\frac{3\times y-1\times 1}{3}$

বা, $\frac{3y-6+8y-4}{12}=\frac{3y-1}{3}$

বা, $\left(\frac{11y-10}{12}\times 12\right)=\left(\frac{3y-1}{3}\times 12\right)$

[উভয় পক্ষকে 12 দ্বারা গু

বা, $11y-10=4(3y-1)$

বা, $11y-10=12y-4$

বা, $11y-12y=-4+10$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-y=6$

বা, $y=-6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $y=-6$

১৫। $\frac{3y+1}{5}=\frac{3y-7}{3}$

সমাধান : $\frac{3y+1}{5}=\frac{3y-7}{3}$

বা, $5(3y-7)=3(3y+1)$ [আড়গুণন করে]

বা, $15y-35=9y+3$

বা, $15y-9y=3+35$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $6y=38$

বা, $y=\frac{38}{6}$

বা, $y=\frac{19}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $y=\frac{19}{3}$

১৬। $\frac{x+1}{2}-\frac{x-2}{3}-\frac{x-3}{5}=2$

সমাধান : $\frac{x+1}{2}-\frac{x-2}{3}-\frac{x-3}{5}=2$

বা, $\frac{x+1}{2}-\frac{x-2}{3}=2+\frac{x-3}{5}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{3(x+1)-2(x-2)}{6}=\frac{2\times 5+1(x-3)}{5}$

বা, $\frac{3x+3-2x+4}{6}=\frac{10+x-3}{5}$

বা, $\frac{x+7}{6}=\frac{x+7}{5}$

বা, $6(x+7)=5(x+7)$ [আড়গুণন করে]

বা, $6x+42=5x+35$

বা, $6x-5x=35-42$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x=-7$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=-7$

১৭। $2(x+3)=10$

সমাধান : $2(x+3)=10$

বা, $2x+6=10$

বা, $2x=10-6$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x=4$

বা, $x=\frac{4}{2}$

বা, $x=2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=2$

১৮। $5(x-2)=3(x-4)$

সমাধান : $5(x-2)=3(x-4)$

বা, $5x-10=3x-12$

বা, $5x-3x=-12+10$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x=-2$

বা, $x=\frac{-2}{2}$ বা, $x=-1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $x=-1$

১৯। $7(3-2y)+5(y-1)=34$

সমাধান : $7(3-2y)+5(y-1)=34$

বা, $21-14y+5y-5=34$

বা, $-9y+16=34$

বা, $-9y=34-16$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-9y=18$

বা, $y=\frac{-18}{9}$ বা, $y=-2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $y=-2$

২০। $(z-1)(z+2)=(z+4)(z-2)$

সমাধান : $(z-1)(z+2)=(z+4)(z-2)$

বা, $(z^2-z+2z-2)=(z^2+4z-2z-8)$

বা, $z^2+z-2=z^2+2z-8$

বা, $z^2+z-z^2-2z=-8+2$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $-z=-6$

বা, $z=6$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $z=6$

অনুশীলনী – ৭.২

নিচের সমস্যাগুলো থেকে সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর :

১। কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 5 যোগ করলে যোগফল 25 হবে?

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $x\times 2+5=25$

বা, $2x+5=25$

বা, $2x=25-5$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $2x=20$

বা, $x=\frac{20}{2}$ বা, $x=10$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 10

২। কোন সংখ্যা থেকে 27 বিয়োগ করলে বিয়োগফল –21 হবে?

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $x-27=-21$

বা, $x=-21+27$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x=6$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 6

৩। কোন সংখ্যার এক-তৃতীয়াংশ 4 এর সমান হবে?

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

তাহলে, সংখ্যাটির এক-তৃতীয়াংশ $=\frac{1}{3}\times x=\frac{x}{3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{3}=4$

বা, $x=4\times 3$ [আড়গুণন করে]

বা, $x=12$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 12

৪। কোন সংখ্যা থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফলের 5 গুণ সমান 20 হবে?

সমাধান : ধরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নমতে, $(x-5)\times 5=20$

বা, $5x-25=20$

বা, $5x=20+25$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $5x=45$

বা, $\frac{45}{5}$ বা, $x=9$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 9

৫। কোন সংখ্যার অর্ধেক থেকে তার এক তৃতীয়াংশ বিয়োগ করলে বিয়োগফল 6 হবে?

সমাধান : মনে করি, সংখ্যাটি x

তাহলে, সংখ্যাটির অর্ধেক = x এর $\frac{1}{2}=\frac{x}{2}$

এবং সংখ্যাটির এক-তৃতীয়াংশ = x এর $\frac{1}{3}=\frac{x}{3}$

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=6$

বা, $\frac{3x-2x}{6}=6$

বা, $x=6\times 6$ [আড়গুণন করে]

বা, $x=36$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি 36

৬। তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 63 হলে, সংখ্যা তিনটি বের কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম সংখ্যা x

তাহলে, দ্বিতীয় সংখ্যা $x+1$

এবং তৃতীয় সংখ্যা $x+1+1$ বা $x+2$

প্রশ্নমতে, $x+x+1+x+2=63$

বা, $3x+3=63$

বা, $3x=63-3$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $3x=60$

বা, $x=\frac{60}{3}$ বা, $x=20$

$\therefore$ প্রথম সংখ্যা 20

দ্বিতীয় সংখ্যা $20+1$ বা 21

এবং তৃতীয় সংখ্যা $20+2$ বা 22.

$\therefore$ সংখ্যা তিনটি যথাক্রমে 20, 21 এবং 22

৭। দুইটি সংখ্যার যোগফল 55 এবং বড় সংখ্যাটির 5 গুণ ছোট সংখ্যাটির 6 গুণের সমান। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বড় সংখ্যাটি x

তাহলে, ছোট সংখ্যাটি $55-x$

প্রশ্নমতে, $5x=(55-x)\times 6$

বা, $5x=330-6x$

বা, $5x+6x=330$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $11x=330$

বা, $x=\frac{330}{11}$ বা, $x=30$

$\therefore$ বড় সংখ্যাটি 30 এবং ছোট সংখ্যাটি $(55-30)$ বা 25

৮। গীতা, রিতা ও মিতার একত্রে 180 টাকা আছে। রিতার চেয়ে গীতার 6 টাকা কম ও মিতার 12 টাকা বেশি আছে। কার কত টাকা আছে?

সমাধান : মনে করি, রিতার আছে x টাকা
তাহলে, গীতার আছে x − 6 টাকা
এবং মিতার আছে x + 12 টাকা

প্রশ্নমতে, $x + x - 6 + x + 12 = 180$
বা, $3x + 6 = 180$
বা, $3x = 180 - 6$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $3x = 174$
বা, $x = \frac{174}{3}$ বা, $x = 58$

∴ রিতার আছে 58 টাকা, গীতার আছে (58 − 6) টাকা বা 52 টাকা
এবং মিতার আছে (58 + 12) টাকা বা 70 টাকা
সুতরাং গীতার 52 টাকা, রিতার 58 টাকা এবং মিতার 70 টাকা আছে।

৯। একটি খাতা ও একটি কলমের মোট দাম 75 টাকা। খাতার দাম 5 টাকা কম ও কলমের দাম 2 টাকা বেশি হলে, খাতার দাম কলমের দামের দ্বিগুণ হতো। খাতা ও কলমের কোনটির দাম কত?

সমাধান : মনে করি, খাতার দাম x টাকা
তাহলে, কলমের দাম 75 − x টাকা
খাতার দাম 5 টাকা কম হলে হয় x − 5 টাকা
এবং কলমের দাম 2 টাকা বেশি হলে হয় (75 − x + 2) টাকা বা 77 − x টাকা

প্রশ্নমতে, $x - 5 = 2 \times (77 - x)$
বা, $x - 5 = 154 - 2x$
বা, $x + 2x = 154 + 5$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $3x = 159$
বা, $x = \frac{159}{3}$ বা, $x = 53$

∴ খাতার দাম 53 টাকা এবং কলমের দাম (75 − 53) টাকা বা 22 টাকা
সুতরাং, খাতার দাম 53 টাকা, কলমের দাম 22 টাকা।

১০। একজন ফল বিক্রেতার মোট ফলের $\frac{1}{2}$ অংশ আপেল, $\frac{1}{3}$ অংশ কমলালেবু ও 40টি আম আছে। তাঁর নিকট মোট কতগুলো ফল আছে?

সমাধান : মনে করি, মোট ফল xটি
তাহলে, আপেল আছে $\frac{1}{2}x$ বা $\frac{x}{2}$টি
এবং কমলালেবু আছে $\frac{1}{3}x$ বা $\frac{x}{3}$টি

প্রশ্নমতে, $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 40$
বা, $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 40$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $\frac{6x - 3x - 2x}{6} = 40$
বা, $6x - 5x = 40 \times 6$ [আড়গুণন করে]
বা, $x = 240$

∴ তার নিকট মোট ফল আছে 240টি

১১। পিতার বর্তমান বয়স পুত্রের বর্তমান বয়সের 6 গুণ। 5 বছর পর তাদের বয়সের সমষ্টি হবে 45 বছর। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, পুত্রের বর্তমান বয়স x বছর
তাহলে, পিতার বর্তমান বয়স (x × 6) বছর বা 6x বছর
5 বছর পরে পুত্রের বয়স হবে x + 5 বছর
5 " " পিতার " " 6x + 5 বছর

প্রশ্নমতে, $x + 5 + 6x + 5 = 45$
বা, $7x + 10 = 45$
বা, $7x = 45 - 10$
বা, $7x = 35$
বা, $x = \frac{35}{7}$ বা, $x = 5$

∴ পুত্রের বর্তমান বয়স 5 বছর এবং পিতার বর্তমান বয়স (6 × 5) বছর = 30 বছর
∴ পিতার বর্তমান 30 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 5 বছর।

১২। লিজা ও শিখার বয়সের অনুপাত 2 : 3। তাদের দুইজনের বয়... 30 বছর হলে, কার বয়স কত?

সমাধান : মনে করি, লিজার বয়স 2x বছর
তাহলে, শিখার বয়স 3x বছর

প্রশ্নমতে, $2x + 3x = 30$
বা, $5x = 30$
বা, $x = \frac{30}{5}$
বা, $x = 6$

∴ লিজার বয়স (2 × 6) বছর বা 12 বছর
এবং শিখার বয়স (3 × 6) বছর বা 18 বছর
লিজার বয়স 12 বছর, শিখার বয়স 18 বছর।

১৩। একটি ক্রিকেট খেলায় ইমন ও সুমনের মোট রান সংখ্যা 58। ... রান সংখ্যা সুমনের রান সংখ্যার দ্বিগুণের চেয়ে 5 রান কম। ... ইমনের রান সংখ্যা কত?

সমাধান : মনে করি, ইমনের রান সংখ্যা x
তাহলে, সুমনের রান সংখ্যা 58 − x

প্রশ্নমতে, $x = 2(58 - x) - 5$
বা, $x = 116 - 2x - 5$
বা, $x + 2x = 111$ [পক্ষান্তর করে]
বা, $3x = 111$
বা, $x = \frac{111}{3}$
বা, $x = 37$

∴ ইমনের রান সংখ্যা 37

১৪। একটি ট্রেন ঘণ্টায় 30 কি.মি. বেগে চলে কমলাপুর স্টে... নারায়ণগঞ্জ স্টেশনে পৌছাল। ট্রেনটির বেগ ঘণ্টায় 25 কি.মি. ... মিনিট সময় বেশি লাগত। দুই স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব কত?

সমাধান : 10 মিনিট = $\frac{10}{60}$ ঘণ্টা = $\frac{1}{6}$ ঘণ্টা
মনে করি, পথের দূরত্ব = x কি.মি.
ঘণ্টায় 30 কি.মি. বেগে x কি. মি. যেতে সময় লাগে $\frac{x}{30}$ ঘণ্টা
আবার, 25 " " x " " " " $\frac{x}{25}$ ঘণ্টা

প্রশ্নমতে, $\frac{x}{25} - \frac{x}{30} = \frac{1}{6}$
বা, $\frac{6x - 5x}{150} = \frac{1}{6}$
বা, $\frac{x}{150} = \frac{1}{6}$
বা, $x = \frac{1 \times 150}{6}$
বা, $x = 25$

∴ দুই স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব 25 কি.মি.

১৫। একটি আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং জমিটির ... মিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রস্থ x মিটার
তাহলে, দৈর্ঘ্য 3x মিটার
জমিটির পরিসীমা = 2(x + 3x) মিটার = 8x মিটার

প্রশ্নমতে, $8x = 40$
বা, $x = \frac{40}{8}$
বা, $x = 5$

∴ প্রস্থ 5 মিটার এবং দৈর্ঘ্য (3 × 5) মিটার বা 15 মিটার
সুতরাং দৈর্ঘ্য 15 মিটার এবং প্রস্থ 5 মিটার।

❖ অনুশীলনী – ৭.৩

১। $\frac{x}{2}=\frac{1}{3}$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?

ক. $\frac{১}{২}$ খ. $\frac{২}{৩}$ গ. $\frac{৩}{২}$ ঘ. 6

Ans. খ. $\frac{২}{৩}$

২। $\frac{x}{3}-3=0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি?

ক. $\frac{১}{৩}$ খ. 3 গ. 9 ঘ. –9

Ans. গ. 9

৩। একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য (x + 1) সে.মি., (x + 2) সে.মি. ও (x + 3) সে.মি. (x > 0)। ত্রিভুজটির পরিসীমা 15 সে.মি. হলে, x এর মান কত?

ক. 1 সে.মি. খ. 2 সে.মি. গ. 3 সে.মি. ঘ. 6 সে.মি.

Ans. গ. 3 সে.মি.

৪। কোন সংখ্যার এক–চতুর্থাংশ 4 এর সমান হবে?

ক. 16 খ. 12 গ. 4 ঘ. $\frac{১}{8}$

Ans. ক. 16

৫। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমীকরণের উভয়পক্ষ থেকে সাধারণ উৎপাদক বর্জন করা যায়।
ii. 2x + 1 = x – 3 একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
iii. x + 2 = 2 সমীকরণের মূল 0.

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i,ii ও iii

Ans. খ. i ও iii

৬। কনকের নিকট ৪টি ও কেয়ার নিকট 12টি চকলেট আছে। তাহলে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) কেয়া কনককে xটি চকলেট দিলে তাদের চকলেট সংখ্যা সমান হবে। সে ক্ষেত্রে নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক?

ক. 8 + x = 12 খ. 8 = 12 – x
গ. 8 + x = 12 – x ঘ. 8 – x = x – 12

Ans. গ. 8 + x = 12 – x

(২) x এর মান কত হলে তাদের চকলেট সংখ্যা সমান হবে?

ক. 2 খ. 4 গ. 6 ঘ. 10

Ans. ক. 2

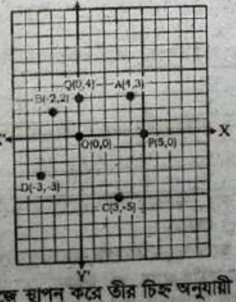
(৩) কনক কেয়াকে কয়টি চকলেট দিলে কেয়ার চকলেট কনকের চকলেটের চারগুণ হবে?

ক. 2 খ. 4 গ. 6 ঘ. 10

Ans. খ. 4

৭। চিত্র থেকে নিচের ছকটি পূরণ কর : (উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরো)

বিন্দু	স্থানাঙ্ক
A	(4, 3)
B	(–2, 2)
C	(3, –5)
D	(–3, –3)
O	(0, 0)
P	(5, 0)
Q	(0, 4)



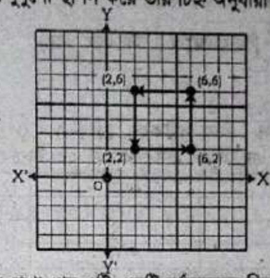
৮। নিচের বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে তীর চিহ্ন অনুযায়ী যোগ কর ও চিত্রটির জ্যামিতিক নামকরণ কর :

(ক) (2, 2) → (6, 2) → (6, 6) → (2, 6) → (2, 2),

(খ) (0, 0) → (–6, – 6), → (8, 6) → (0, 0)

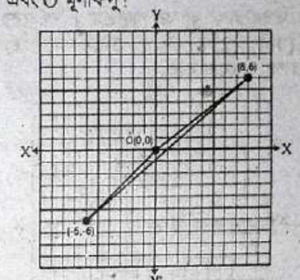
(ক) সমাধান : মনে করি, পরস্পর লম্ব রেখা XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজের প্রতি ৫ বর্গের দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (2, 2), (6, 2), (6, 6), (2, 6) বিন্দুগুলো স্থাপন করে তীর চিহ্ন অনুযায়ী যোগ করা হলো–



লেখচিত্র হতে দেখা গেল এটি একটি বর্গক্ষেত্রের চিত্র।

(খ) সমাধান : মনে করি পরস্পর লম্ব XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘরের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে (0, 0), (– 6, – 6), (8, 6), (0, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো তীর চিহ্ন অনুযায়ী যোগ করি। লেখচিত্র হতে দেখা গেল এটি একটি ত্রিভুজের চিত্র।

৯। সমাধান কর এবং সমাধান লেখচিত্রে দেখাও :

(ক) x – 4 = 0

নিয়ম :

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, x – 4 = 0

∴ x = 4

∴ সমাধান : x = 4

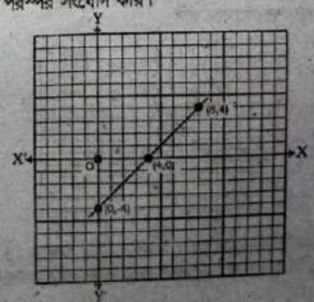
লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ, x – 4 = 0. x এর কয়েকটি মান নিয়ে x – 4 এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	x – 4	(x, x – 4)
0	– 4	(0, – 4)
4	0	(4, 0)
8	4	(8, 4)

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু (0, – 4), (4, 0), (8, 4) নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x–অক্ষ ও y–অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম। বর্গঘরের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে (0, – 4), (4, 0), (8, 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তাহলে বিন্দুগুলো পরস্পর সংযোগ করি।



লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই। সরলরেখাটি x–অক্ষকে (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো 4. সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = 4$

(খ) $2x + 4 = 0$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $2x + 4 = 0$

বা, $2x = -4$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{2x}{2} = \frac{-4}{2}$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = -2$

$\therefore$ সমাধান : $x = -2$

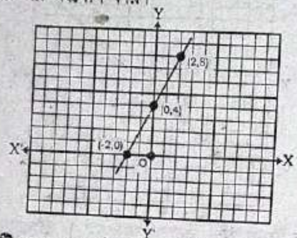
লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ, $2x + 4 = 0$. x এর কয়েকটি মান নিয়ে $2x + 4$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	2x + 4	(x, 2x + 4)
0	4	(0, 4)
2	8	(2, 8)
– 2	0	(– 2, 0)

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু (0, 4), (2, 8), (–2, 0) নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x–অক্ষ ও y–অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘরের বাহু দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে (0 4), (2, 8), (– 2, 0) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরস্পর সংযোগ করি।



লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই। সরলরেখাটি x–অক্ষ (– 2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো –2। সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = -2$ **(Ans.)**

(গ) $x + 3 = 8$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ, $x + 3 = 8$

বা, $x = 8 - 3$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore x = 5$

$\therefore$ সমাধান : $x = 5$

লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ, $x + 3 = 8$

বা, $x + 3 - 8 = 0$

বা, $x - 5 = 0$

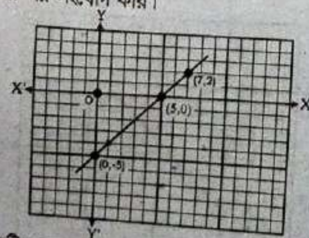
x এর কয়েকটি মান নিয়ে $x - 5$ এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	x + 3 – 8 বা, x – 5	(x, x – 5)
0	– 5	(0, – 5)
5	0	(5, 0)
7	2	(7, 2)

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু (0, – 5), (5, 0), (7, 2) নেওয়া হলো।

মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x–অক্ষ ও y অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘরের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক দরে (0, – 5), (5, 0), (7, 2) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরস্পর সংযোগ করি।



লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই। সরলরেখাটি x অক্ষকে (5, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো 5। সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান $x = 5$ **(Ans.)**

(ঘ) $2x + 1 = x - 3$

সমাধান : $2x + 1 = x - 3$

বা, $2x - x = -3 - 1$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore x = -4$

লেখচিত্র অঙ্কন : প্রদত্ত সমীকরণ, $2x + 1 = x - 3$ পক্ষকে y ধরি।

অতএব, $y = 2x + 1$

এবং $y = x - 3$

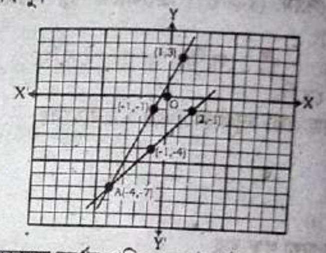
$y = 2x + 1$ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় ক

x	1	– 1	– 4
y	3	– 1	– 7

আবার, $y = x - 3$ সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণ

x	2	– 1	– 4
y	– 1	– 4	– 7

মনেকরি, পরস্পর লম্ব XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x –অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।



উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। (1, – 1) ও (– 4, – 7) এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কা করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে এক পাওয়া গেল। এটিই $y = 2x + 1$ সমীকরণটির লেখ।

আবার, (2, –1), (– 1, – 4) ও (– 4, – 7) এর প্রতিরূপী লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দি করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল।

এটিই $y = x - 3$ সমীকরণটির লেখ।

এই সরলরেখা পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সি লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ – 4.

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান $x = -4$

(ঙ) $3x + 4 = 5x$

সমাধান : $3x + 4 = 5x$

বা, $3x - 5x = -4$

বা, $-2x = -4$

বা, $x = \frac{-4}{-2}$

$\therefore x = 2$

$\therefore$ সমাধান $x = 2$

লেখচিত্র অঙ্কন : দেওয়া আছে,

$3x + 4 = 5x$.

সমীকরণটির প্রত্যেক পক্ষকে y ধরি।

অতএব, $y = 3x + 4$ ……… (i)

$y = 5x$……… (ii)

(i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	2	–
y	7	10	–

(ii) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

x	1	2	–
y	5	10	–

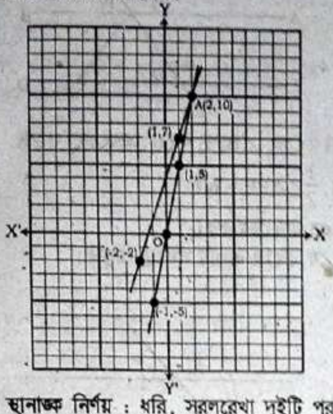
মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x–অক্ষ ও এবং O মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

(i) নং সমীকরণের লেখ অঙ্কন : (1, 7), (2, 10) ও (– 2, – প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল।

এটিই $y = 3x + 4$ সমীকরণটির লেখ।

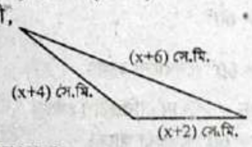
(ii) নং সমীকরণের লেখ অঙ্কন : (1, 5), (2, 10) ও (– 1, – 5) এর প্রতিরূপী বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল।
এটিই, y = 5x সমীকরণটির লেখ।



ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় : ধরি, সরলরেখা দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।
লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ = 2.
সুতরাং নির্ণেয় সমাধান x = 2

১০। একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য (x + 2) সে.মি. (x + 4) সে.মি. ও (x + 6) সে.মি. (x > 0) এবং ত্রিভুজটির পরিসীমা 18 সে.মি.।
(ক) প্রদত্ত শর্তানুযায়ী আনুপাতিক চিত্র আঁক।
(খ) সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর।
(গ) সমাধানের লেখচিত্র আঁক।

(ক) সমাধান :
দেওয়া আছে, তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে (x + 2) সে.মি., (x + 4) সে.মি. ও (x + 6) সে.মি. (x > 0)।
প্রদত্ত শর্তানুযায়ী,

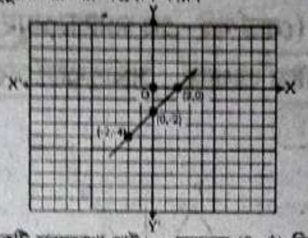


(খ) সমাধান : দেওয়া আছে,
ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য,
(x + 2) সে.মি.
(x + 4) সে.মি.
(x + 6) সে.মি.
এবং ত্রিভুজের পরিসীমা 18 সে.মি.
প্রশ্নমতে,
$x + 2 + x + 4 + x + 6 = 18$
বা, $3x + 12 = 18$
বা, $3x = 18 - 12$
বা, $3x = 6$
বা, $x = \frac{6}{3}$ ∴ $x = 2$
∴ নির্ণেয় সমাধান $x = 2$

(গ) সমাধান : লেখচিত্র অঙ্কন :
প্রদত্ত সমীকরণ, x = 2 ['খ' হতে]
বা, x – 2 = 0. x এর কয়েকটি মান নিয়ে x – 2 এর অনুরূপ মান বের করি এবং নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	x – 2	(x, x – 2)
0	– 2	(0, – 2)
2	0	(2, 0)
– 2	–4	(– 2, – 4)

লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য তিনটি বিন্দু (0, –2), (2, 0), (– 2, –4) নেওয়া হলো।
মনে করি, পরস্পর লম্ব XOX' ও YOY' যথাক্রমে x–অক্ষ ও y–অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।
ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম 1 বর্গঘরের বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে (0, – 2), (2, 0), (– 2, – 4) বিন্দুগুলো স্থাপন করি। তারপর বিন্দুগুলো পরস্পর সংযোগ করি।



লেখচিত্রে একটি সরলরেখা পাই। x অক্ষকে (2, 0) বিন্দুতে ছেদ করে। বিন্দুটির ভুজ হলো 2। সুতরাং প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান x = 2

১১। ঢাকা ও আরিচার মধ্যবর্তী দূরত্ব 77 কি.মি.। একটি বাস ঘণ্টায় 30 কি.মি. বেগে ঢাকা থেকে আরিচার পথে রওনা দিল। অপর একটি বাস ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে আরিচা থেকে ঢাকার পথে একই সময়ে রওনা দিল ও বাস দুইটি ঢাকা থেকে x কি.মি. দূরে মিলিত হলো।
(ক) বাস দুইটি আরিচা থেকে কত দূরে মিলিত হবে তা x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।
(খ) x এর মান নির্ণয় কর।
(গ) গন্তব্যস্থানে পৌঁছাতে কোন বাসের কত সময় লাগবে?
সমাধান :

(ক) ধরি, বাস দুইটি ঢাকা থেকে x কি.মি. দূরে মিলিত হলো
∴ ঢাকা থেকে ছাড়া বাসটি যায় x কি.মি.
এবং আরিচা " " " " (77 – x) " "
∴ আরিচা থেকে (77 – x) কি.মি. দূরে মিলিত হবে। **Ans.**

(খ) ঢাকার বাসটি 30 কি.মি. যায় 1 ঘণ্টায়
1 " " " $\frac{1}{30}$ "
x " " " $\frac{x}{30}$ "
আরিচার বাসটি 40 কি.মি. যায় 1 ঘণ্টায়
1 " " " $\frac{1}{40}$ "
(77–x) " " " $\frac{77-x}{40}$ "
প্রশ্নমতে, $\frac{x}{30} = \frac{77-x}{40}$ [যেহেতু যাত্রাকাল সমান]
বা, $\frac{x}{3} = \frac{77-x}{4}$ [উভয়পক্ষকে 10 দ্বারা গুণ করে]
বা, $4x = 231 - 3x$ [আড়গুণন করে]
বা, $4x + 3x = 231$
বা, $7x = 231$
বা, $x = \frac{231}{7}$ ∴ $x = 33$
∴ নির্ণেয় মান $x = 33$

(গ) সমাধান :
ঢাকার বাসটি 30 কি.মি. যায় 1 ঘণ্টায়
1 " " " $\frac{1}{30}$
77 " " " $\frac{77}{30}$
= 2.567 ঘণ্টা
= 2 ঘণ্টা 34 মিনিট (প্রায়)
আরিচার বাসটি, 40 কি.মি. যায় 1 ঘণ্টায়
1 " " " $\frac{1}{40}$ "
77 " " " $\frac{77}{40}$ "
= 1.925 ঘণ্টা
= 1 ঘণ্টা 55 মিনিট 30 সেকেন্ড (প্রায়)
সুতরাং গন্তব্যস্থানে পৌঁছাতে ঢাকার বাসটির সময় লাগবে 2 ঘণ্টা 34 মিনিট এবং আরিচার বাসটির সময় লাগবে 1 ঘণ্টা 55 মিনিট 30 সেকেন্ড।

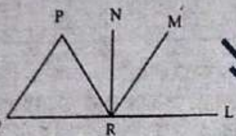
জ্যামিতি

(বোর্ড বই-এর সমাধানসমূহ)

⏭ অষ্টম অধ্যায় : সমান্তরাল সরলরেখা

❖ অনুশীলনী – ৮

১।

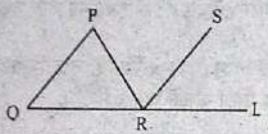


চিত্রে, $\angle PQR = 55°$, $\angle LRN = 90°$ এবং $PQ \parallel MR$ হলে, $\angle MRN$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $35°$ খ. $45°$ গ. $55°$ ঘ. $90°$

উত্তর : ক. $35°$

২.



চিত্রে, $PQ \parallel SR$, $PQ = PR$ এবং $\angle PRQ = 50°$ হলে, $\angle LRS$এর মান নিচের কোনটি?

ক. $80°$ খ. $50°$ গ. $55°$ ঘ. $75°$

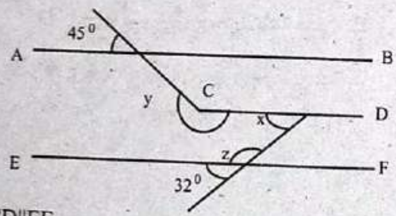
উত্তর : খ. $50°$

৩। **ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে ভূমি BC এর সমান্তরাল EF রেখা AB এবং AC কে E, F বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\angle B = 52°$ হলে, $\angle A + \angle F$ এর মান নিচের কোনটি?**

ক. $76°$ খ. $104°$ গ. $128°$ ঘ. $156°$

উত্তর : গ. $128°$

৪।



$AB \parallel CD \parallel EF$

(১) $\angle x$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $28°$ খ. $32°$ গ. $45°$ ঘ. $58°$

উত্তর : খ. $32°$

(২) $\angle z$ এর মান নিচের কোনটি?

ক. $58°$ খ. $103°$ গ. $12°$ ঘ. $148°$

উত্তর : ঘ. $148°$

(৩) নিচের কোনটি y-z এর মান?

ক. $58°$ খ. $77°$ গ. $103°$ ঘ. $122°$

উত্তর : খ. $77°$

৫। i. একই রেখার উপর অবস্থিত দুইটি সন্নিহিত কোণ সমান হতে পারে।

ii. বিপ্রতীপ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকে একই সরলরেখায় অবস্থিত।

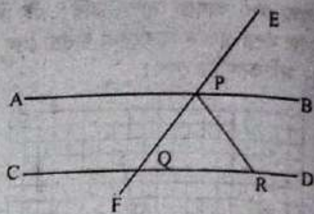
iii. একটি রেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু দিয়ে ঐ রেখার সমান্তরাল একাধিক রেখা আঁকা যায়।

উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i,ii ও iii

উত্তর : ক. i ও ii

৬।



চিত্রে, $AB \parallel CD$, $\angle BPE = 60°$ এবং $PQ = PR$.

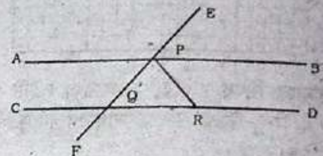
ক. দেখাও যে, $\frac{1}{2}\angle APE = 60°$

খ. $\angle CQF$ এর মান বের কর।

গ. প্রমাণ কর যে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান :

(ক)



চিত্রে, $AB \parallel CD$, $\angle BPE = 60°$ এবং $PQ = PR$

যেহেতু $\angle APB$ = এক সরলকোণ = $180°$

$\therefore \angle BPE + \angle APE = \angle APB$

বা, $\angle BPE + \angle APE = 180°$

বা, $60° + \angle APE = 180°$

বা, $\angle APE = 180° - 60°$

বা, $\angle APE = 120°$

বা, $\frac{1}{2}\angle APE = \frac{1}{2} \times 120°$

বা, $\frac{1}{2}\angle APE = 60°$

$\therefore \frac{1}{2}\angle APE = 60°$ (দেখানো হলো)

(খ) যেহেতু, $\angle BPE = \angle APQ$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\angle APQ = 60°$ [দেওয়া আছে]

আবার, $\angle APQ = \angle DQP$ [একান্তর কোণ]

$\therefore \angle DQP = 60°$

এবং $\angle DQP = \angle CQF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \angle CQF = 60°$

$\therefore \angle CQF$ এর মান $60°$

(গ) প্রমাণ করতে হবে যে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ : AB ও CD পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা এবং EF এদের ছেদক।

$\angle BPE = \angle DQP$ [অনুরূপ কোণ]

$\therefore \angle DQP = \angle PQR = 60°$ [$\because \angle BPE = 60°$]

আবার, $PQ = PR$

$\therefore \angle PRQ = 60°$

এখন, ΔPQR ত্রিভুজের তিনটি কোণ যথাক্রমে, $\angle PQR$, $\angle PRQ$, $\angle QPR$

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অর্থাৎ $180°$

$\therefore \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 180°$

বা, $60° + 60° + \angle QPR = 180°$

বা, $120° + \angle QPR = 180°$

বা, $\angle QPR = 180° - 120°$

বা, $\angle QPR = 60°$

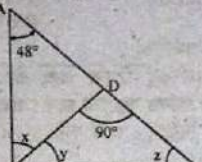
আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ সমান অর্থাৎ $60°$

$\therefore \Delta PQR$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ। (প্রমাণিত)

নবম অধ্যায় : ত্রিভুজ

অনুশীলনী – ৯.১

১। চিত্রে ΔABC এর $\angle ABC = 90°$, $\angle BAC = 48°$ এবং BD, AC এর উপর লম্ব। অবশিষ্ট কোণগুলোর মান নির্ণয় কর।



চিত্রে, ΔABC এর $\angle ABC = 90°$ অর্থাৎ ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। ΔABC এর $\angle BAC = 48°$ এবং BD, AC এর উপর লম্ব। $\angle ABD$, $\angle CBD$, $\angle ADB$ এবং $\angle ACB$ এর পরিমাণ নির্ণয় করতে হবে। ΔABC–এ $\angle A = 48°$, $\angle B = 90°$.

আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°

ΔABC–এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $48° + 90° + \angle C = 180°$

$\angle C = 180° - 138°$

$\therefore \angle C = 42°$

আবার, যেহেতু $BD \perp AC$

সেহেতু $\angle ADB = 90°$

আবার, ΔABD–এ $\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180°$

বা, $48° + \angle ABD + 90° = 180°$

বা, $\angle ABD = 180° - 138°$

$\therefore \angle ABD = 42°$

আবার, $\angle ABC = 90°$

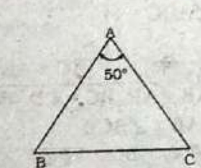
বা, $\angle ABD + \angle CBD = 90°$

বা, $\angle CBD = 90° - 42°$

$\therefore \angle CBD = 38°$.

২। একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত কোণটির মান 50°। অবশিষ্ট কোণ দুইটির মান নির্ণয় কর।

সমাধান :



ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের A শীর্ষ বিন্দু। $\angle A = 50°$

এখানে, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $50° + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\angle B + \angle C = 180° - 50° = 130°$

আবার, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $AB = AC$.

সুতরাং $\angle B = \angle C$

এখন, $\angle B + C = 130°$

বা, $\angle B + \angle B = 130°$

বা, $2B = 130°$

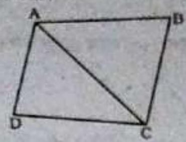
$\therefore \angle B = \frac{130°}{2} = 65°$

ΔABC–এ $\angle B = \angle C = 65°$

৩। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণের সমান।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ, অর্থাৎ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D =$ চার সমকোণ।

অঙ্কন : A, C যোগ করি।



প্রমাণ : ΔABC-এ $\angle B + \angle BAC + \angle BCA = 2$ সমকোণ।....(১)

ΔACD-এ $\angle D + \angle DAC + \angle DCA = 2$ সমকোণ।....(২)

(১) ও (২) যোগ করে পাই, $\angle B + \angle BAC + \angle BCA + \angle D + \angle DAC + \angle DCA = 4$ সমকোণ।

বা, $\angle DAC + \angle BAC + \angle B + \angle BCA + \angle DCA + \angle D = 4$ সমকোণ

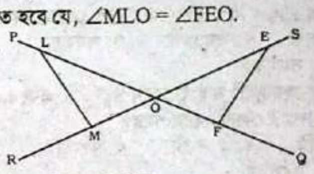
বা, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ। (প্রমাণিত)

৪। দুইটি রেখা PQ এবং RS পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। PQ এবং RS–এর উপর যথাক্রমে L ও M এবং F ও E দুইটি বিন্দু যেন $LM \perp RS$, $EF \perp PQ$.

প্রমাণ কর যে, $\angle MLO = \angle FEO$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, PQ এবং RS রেখাংশ দুইটি পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। $LM \perp RS$ এবং $EF \perp PQ$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MLO = \angle FEO$.



প্রমাণ : LM ও EF লম্ব হওয়ায়

LMO ও EFO দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\angle LMO = \angle EFO = 1$ সমকোণ।

সুতরাং $\angle MOL + \angle MLO = 1$ সমকোণ।

এবং $\angle FEO + \angle EOF = 1$ সমকোণ।

$\therefore \angle MLO + \angle MOL = \angle FEO + \angle EOF$

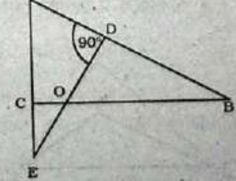
কিন্তু, $\angle MOL = \angle EOF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \angle MLO = \angle FEO$ (প্রমাণিত)

৫। ΔABC-এ $AC \perp BC$; E, AC-এর বর্ধিতাংশের উপর যেকোনো বিন্দু এবং $ED \perp AB$.ED এবং BC পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করবে। প্রমাণ কর যে, $\angle CEO = \angle DBO$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $AC \perp BC$, E, AC-এর বর্ধিতাংশের উপর যেকোনো বিন্দু এবং $ED \perp AB$. ED এবং BC পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle CEO = \angle DBO$.



প্রমাণ : AC ও DE লম্ব হওয়ায়

CEO ও BDO দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ।

সুতরাং $\angle CEO + \angle COE = 1$ সমকোণ।

এবং $\angle DBO + \angle DOB = 1$ সমকোণ।

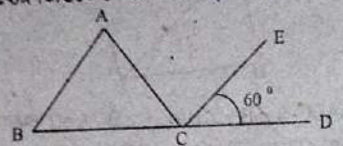
$\therefore \angle CEO + \angle COE = \angle DBO + \angle DOB$

কিন্তু $\angle COE = \angle DOB$ [বিপ্রতীপ]

$\therefore \angle CEO = \angle DBO$ (প্রমাণিত)

অনুশীলনী – ৯.২

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ১–৩ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে, ABC এর BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়েছে। CE, $\angle ACD$ এর সমদ্বিখণ্ডক।
$AB \parallel CE$ এবং $\angle ECD = 60°$

১। $\angle BAC$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. $30°$ খ. $45°$ গ. $60°$ ঘ. $120°$
উত্তর : গ. $60°$

২। $\angle ACD$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. $60°$ খ. $90°$ গ. $120°$ ঘ. $180°$
উত্তর : গ. $120°$

৩। $\triangle ABC$ কোন ধরনের ত্রিভুজ?
ক. স্থূলকোণী খ. সমদ্বিবাহু গ. সমবাহু ঘ. সমকোণী
উত্তর : গ. সমবাহু

৪। $\triangle ABC$-এ $\angle A = 70°$, $\angle B = 40°$ হলে $\triangle ABC$ কী ধরনের ত্রিভুজ?
ক. স্থূলকোণী খ. সমকোণী গ. সমবাহু ঘ. সমদ্বিবাহু
উত্তর : ঘ. সমদ্বিবাহু

৫। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে 5 সে.মি. এবং 4 সে.মি. ত্রিভুজটির অপর বাহু নিচের কোনটি হতে পারে?
ক. 1 সে.মি. খ. 4 সে.মি. গ. 9 সে.মি. ঘ. 10 সে.মি.
উত্তর : খ. 4 সে.মি.

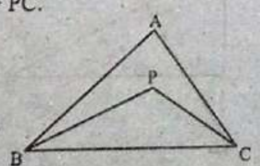
৬। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়কে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণদ্বয়ের একটি $120°$ হলে, অপরটি কত?
ক. $120°$ খ. $90°$ গ. $60°$ ঘ. $30°$
উত্তর : ক. $120°$

৭। সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি $40°$ হলে, অপর সূক্ষ্মকোণের মান নিচের কোনটি?
ক. $40°$ খ. $45°$ গ. $50°$ ঘ. $60°$
উত্তর : গ. $50°$

৮। কোনো ত্রিভুজের একটি কোণ অপর দুইটি কোণের সমষ্টির সমান হলে, ত্রিভুজটি কী ধরনের হবে?
ক. সমবাহু খ. সূক্ষ্মকোণী গ. সমকোণী ঘ. স্থূলকোণী
উত্তর : গ. সমকোণী

৯। $\triangle ABC$-এ $AB > AC$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, $PB > PC$.

সমাধান : দেওয়া আছে,
$\triangle ABC$-এ, $AB > AC$ এবং $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে BP ও CP পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB > PC$.

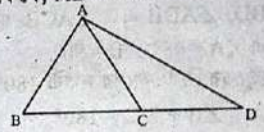


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. যেহেতু BP, $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC$	[কল্পনা]
এবং PC, $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB$	[কল্পনা]
২. $\triangle ABC$-এ, $AB > AC$ $\therefore \angle ACB > \angle ABC$	[বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম]
বা, $\frac{1}{2}\angle ACB > \frac{1}{2}\angle ABC$ বা, $\angle PCB > \angle PBC$ $\therefore PB > PC$ (প্রমাণিত)	[বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তম]

১০। ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর $AB = AC$, BC কে যেকোনো দূরত্ব D পর্যন্ত বাড়ানো হলো। প্রমাণ কর যে, $AD > AB$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর $AB = AC$.
BC-কে যেকোনো দূরত্ব D পর্যন্ত বাড়ানো হলো।
A, D যোগ করা হলো।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AD > AB$.

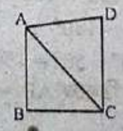


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $\triangle ABC$-এ $AB = AC$ $\therefore \angle ABC = \angle ACB$	[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় সমান]
২. $\triangle ABC$ এর বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$.	[ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
৩. সুতরাং $\angle ACD > \angle ABC$ $\therefore \angle ACD > \angle ACB$	[(১) থেকে]
৪. $\angle ACD + \angle ACB$ = এক সরলকোণ = দুই $\cdot \angle ACD$ এক সমকোণ	[$\because \angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ]
৫. $\triangle ACD$-এ $\angle ACD$ স্থূলকোণ হলে, $\angle ADC$ সূক্ষ্মকোণ হবে। $\therefore \angle ACD > \angle ADC$ বা, $AD > AC$ সুতরাং $AD > AB$ (প্রমাণিত)	[বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তর] [$AC = AB$]

১১। ABCD চতুর্ভুজে $AB = AD$, $BC = CD$ এবং $CD > AD$. প্রমাণ কর যে, $\angle DAB > \angle BCD$.

সমাধান : দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে $AB = AD$, BC = CD এবং $CD > AD$
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DAB > \angle BCD$।

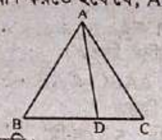


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. $CD > AD$ $\therefore \angle CAD > \angle ACD$	[কল্পনা]
২. আবার, $BC = CD$ এবং $AB = AD$ $\therefore BC > AB$ $\therefore \angle BAC > BCA$	[ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম]
৩. $\angle CAD + \angle BAC > \angle ACD + \angle BCA$ $\therefore \angle DAB > \angle BCD$ (প্রমাণিত)	[(১) ও (২) থেকে]

১২। **ΔABC-এ $AB = AC$ এবং D, BC-এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $AB > AD$.**

সমাধান : দেওয়া আছে, ΔABC-এ, $AB = AC$ এবং D, BC এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > AD$।



অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

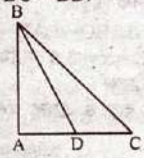
ধাপ	যথার্থতা
১. ΔABC-এ $AB = AC$ $\therefore \angle ACB > \angle ABC$ বা, $\angle ACD = \angle ABD$	[কল্পনা]
২. আবার, ΔADC-এ $\angle ADB > \angle ACD$ বা, $\angle ADB > \angle ABD$ $\therefore AB > AD$ (প্রমাণিত)	[সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান] [বহিঃস্থ কোণ বৃহত্তর]

১৩। **ΔABC-এ $AB \perp AC$ এবং D, AC-এর উপর একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC > BD$.**

সমাধান : দেওয়া আছে,

ΔABC-এ, $AB \perp AC$ এবং D, AC এর উপর একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC > BD$.



অঙ্কন : BD যোগ করি।

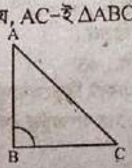
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. ΔABD-এ $\angle BAD$ = এক সমকোণ। $\therefore \angle CAB > \angle ABC$ $\angle BDA$ একটি সূক্ষ্মকোণ কাজেই $\angle BDC$ একটি স্থূলকোণ এখন, ΔBDC এর বহিঃস্থ $\angle BDA > \angle BCD$. $\therefore \angle BDC > \angle BCD$ $\therefore BC > BD$ (প্রমাণিত)	[$AB \perp AC$] [$\angle BDA + \angle ABD$ = এক সমকোণ] [$\angle BDA$ এবং $\angle BDA$ পূরক কোণ] [ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তম]

১৪। **প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু।**

সমাধান : বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার ভূমি BC এবং অতিভুজ AC. প্রমাণ করতে হবে যে, AC-ই ΔABC এর বৃহত্তম বাহু।

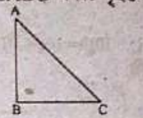


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. যেহেতু $\angle ABC$ = এক সমকোণ। সুতরাং $\angle BAC + \angle ACB$ = এক সমকোণ। অর্থাৎ $\angle BAC \angle 90°$ এবং $\angle ACB \angle 90°$	[কল্পনা]
২. এখন, ΔABC-এ, $\angle ABC > \angle ACB$ $\therefore AC > BC$.	[ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তম]
৩. আবার, $\angle ABC > \angle BAC$ $\therefore AC > BC$ $\therefore$ উভয় ক্ষেত্রে AC-ই বৃহত্তম বাহু। অর্থাৎ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু। (প্রমাণিত)	

১৫। **প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম।**

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AC বৃহত্তম বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC$ একটি বৃহত্তম কোণ।



প্রমাণ :

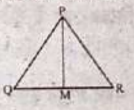
ধাপ	যথার্থতা
১. $AC > BC$ $\therefore \angle ABC > \angle BAC$	[কল্পনা]
২. আবার, $AC > AB$ $\therefore \angle ABC > \angle ACB$ সুতরাং $\angle ABC$-ই ত্রিভুজটির বৃহত্তম কোণ। (প্রমাণিত)	[কল্পনা]

১৬। **চিত্রে, $PM \perp QR$, $\angle QPM = \angle RPM$ এবং $\angle QPR = 90°$**

ক. $\angle QPM$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\angle PQM$ ও $\angle PMR$ এর মান কত?

গ. $PQ = 6$ সে.মি. হলে, PR এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান :

(ক) চিত্রে, $\angle QPM = \angle RPM$, $PM \perp QR$ এবং $\angle QPR = 90°$

$\therefore \angle QPM + \angle RPM = \angle QPR$

বা, $\angle QPM + \angle RPM = 90°$

বা, $\angle QPM + \angle QPM = 90°$ [$\angle QPM = \angle RPM$]

বা, $2\angle QPM = 90°$

বা, $\angle QPM = \frac{90^0}{2}$

বা, $\angle QPM = 45°$

$\therefore \angle QPM$ এর মান $45°$

(খ) যেহেতু $PM \perp QR$

$\therefore \angle PMR = 90°$

আবার, $\Delta PM \perp QR$ বলে

$\angle PMQ = 90°$

এখন, ΔPMQ-এ

$\angle PMQ + \angle QPM + \angle PQM = 180°$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা $180°$]

বা, $90° + 45° + \angle PQM = 180°$

বা, $90° + 45° + \angle PQM = 180°$

বা, $135° + \angle PQM = 180°$

বা, $\angle PQM = 180° - 135°$

বা, $\angle PQM = 45°$

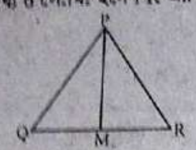
$\therefore \angle PQM = 45°$

ΔPMR হতে,

অনুরূপভাবে পাই, $\angle PRM = 45°$

সুতরাং $\angle PQM$ ও $\angle PRM$ এর মান $45°$

(খ) বিশেষ নির্বচন : মনে করি, QR রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক হলো PM || PQ রেখাংশের দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হলে PR এর মান নির্ণয় করতে হবে।



প্রমাণ : ΔPQM ও ΔPRM-এ
QM = RM [PM, QR এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক]
PM সাধারণ বাহু
এবং অন্তর্ভুক্ত ∠PMQ = অন্তর্ভুক্ত ∠PMR [উভয়ই সমকোণ]
∴ ΔPQM ≅ ΔPRM
∴ PR = PQ
∴ PR = 6 সে.মি. [∵ PQ = 6 সে.মি.]
সুতরাং PR = 6 সে.মি.।

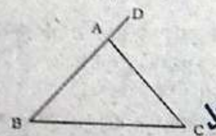
অনুশীলনী – ৯.৩

১। কোন ত্রিভুজের দুইটি বাহু এবং এদের বিপরীত কোণ দেওয়া থাকলে, সর্বাধিক কয়টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে?
ক. 1 খ. 2 গ. 3 ঘ. 4
উত্তর : খ. 2

২। কোন ক্ষেত্রে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব যখন তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে–
ক. 1 সে.মি., 2 সে.মি., 3 সে.মি. খ. 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি.
গ. 2 সে.মি., 4 সে.মি., 6 সে.মি. ঘ. 3 সে.মি., 4 সে.মি., 7 সে.মি.
উত্তর : খ. 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি.

৩। i. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকলে, ত্রিভুজটি আঁকা যাবে
ii. দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, ত্রিভুজটি আঁকা যায়
iii. কোন ত্রিভুজের একাধিক স্থূলকোণ থাকতে পারে
উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. ii ও iii গ. i ও iii ঘ. i, ii ও iii
উত্তর : ক. i ও ii

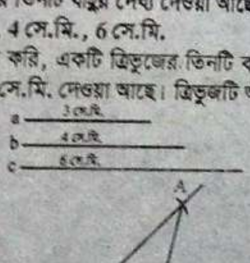
নিচের চিত্র থেকে ৪-৫ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪। C বিন্দুতে BA রেখার সমান্তরাল রেখা আঁকতে হলে, কোন কোণের সমান কোণ আঁকতে হবে?
ক. ∠ABC খ. ∠ACB গ. ∠BAC ঘ. ∠CAD
উত্তর : ক. ∠ABC

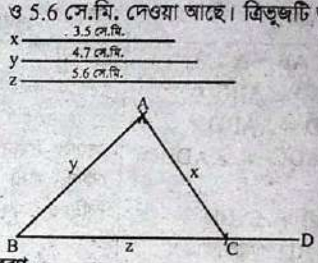
৫। ∠CAD এর মান নিচের কোনটি?
ক. ∠BAC + ∠ACB খ. ∠ABC + ∠ACB
গ. ∠ABC + ∠ACB + ∠BAC ঘ. ∠ABC + ∠BAC
উত্তর : খ. ∠ABC + ∠ACB

৬। একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।
(ক) 3 সে.মি., 4 সে.মি., 6 সে.মি.
সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু a=3 সে.মি., b = 4 সে.মি., c = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



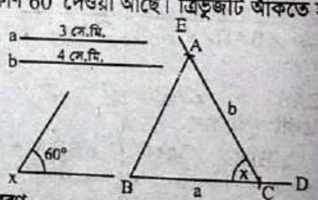
অঙ্কনের বিবরণ :
(১) যেকোনো রেখাংশ BD থেকে a-এর সমান করে BC কেটে
(২) B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b-এর সমান ব্যা BC-এর একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে।
(৩) A, B এবং A, C যোগ করি।
তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC-এ AB = c, BC = a এবং A
∴ ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ) 3.5 সে.মি., 4.7 সে.মি., 5.6 সে.মি.
সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 4.7 সে.মি. ও 5.6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হ



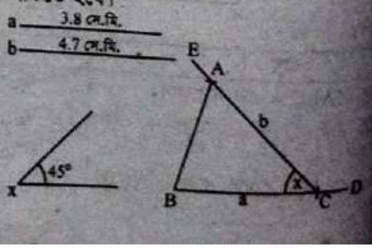
অঙ্কনের বিবরণ :
(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে z-এর সমান করে BC কেটে নিই।
(২) B ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে x ও y-এর সমান ব্যাসার্ধ নি একই পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছে
(৩) A, B এবং A, C যোগ করি।
তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC–এ AB = y = 4.7 সে.মি., = 5.6 সে.মি. এবং AC = x = 3.5 সে.মি.।
∴ ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৭। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেও ত্রিভুজটি আঁক।
(ক) 3 সে.মি., 4 সে.মি., 60°
সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু a ও b এ অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :
(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a-এর সমান করে BC নিই।
(২) BC রেখাংশের C বিন্দুতে প্রদত্ত ∠x-এর সমান ∠BCE আঁ
(৩) এখন CE রেখাংশ থেকে b এর সমান করে CA অংশ কেটে নি
(৪) A, B যোগ করি।
তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC–এ BC = a = 3 সে.মি., 4 সে.মি. এবং ∠ACB = ∠x = 60°.
∴ ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ) 3.8 সে.মি., 4.7 সে.মি., 45°
সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু a = 3.8 = 4.7 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ∠x = 45° ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a-এর সমান করে BC নেই।

(২) BC রেখাংশের C বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle x$-এর সমান $\angle BCE$ আঁকি।

(৩) এখন CE রেখাংশ থেকে b এর সমান করে CA নেই।

(৪) A, B যোগ করি।

তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

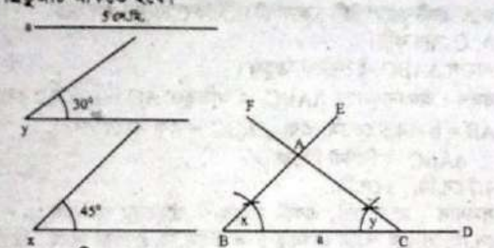
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC-এ $BC = a = 3.8$ সে.মি., $AC = b = 4.7$ সে.মি. এবং $\angle ACB = \angle x = 45°$

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৮। একটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও এর সংলগ্ন দুইটি কোণ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 5 সে.মি., 30°, 45°

সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু a = 5 সে.মি. এবং এর সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 30°$ ও $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a-এর সমান BC কেটে নিই।

(২) BC রেখার B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle CBE = \angle x$ এবং $\angle BCF = \angle y$ আঁকি। এরা পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

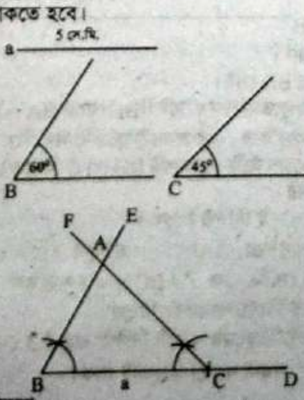
তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, ΔABC-এ $\angle ABC = \angle x = 45°$, $\angle y = 30°$ এবং $BC = a = 5$ সে.মি.।

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ) 4.5 সে.মি., 45°, 60°

সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু a = 4.5 সে.মি. এবং এর সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 45°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a-এর সমান BC অংশ নিই।

(২) BC রেখার B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle CBE = \angle x$ এবং $\angle BCF = \angle y$ আঁকি। এরা পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

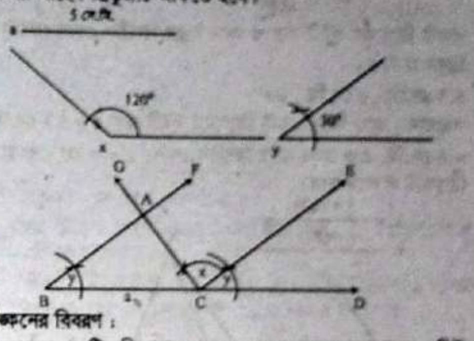
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে ΔABC-এ $BC = a = 4.5$ সে.মি., $\angle ABC = \angle x = 60°$ এবং $\angle ABC = 45°$

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

৯। একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ ও প্রথম কোণের বিপরীত বাহু দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 120°, 30°, 5 সে.মি.

সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ যথাক্রমে $\angle x = 120°$ ও $\angle y = 30°$ এবং 120° কোণের বিপরীত বাহু a = 5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি BD থেকে a-এর সমান করে BC অংশ নিই।

(২) BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle y$-এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle DCE$ আঁকি।

(৩) আবার CE রেখার C বিন্দুতে উহার যে পাশে $\angle y$ অবস্থিত তার বিপরীত পাশে $\angle x$-এর সমান করে $\angle ECG$ আঁকি।

(৪) CG রেখা BF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

অঙ্কন : অঙ্কনানুসারে, $\angle ABC = \angle ECD$. কিন্তু কোণ দুইটি অনুরূপ হওয়ায় $AB \parallel CE$. এখন, $AB \parallel CE$ এবং AC তাদের ছেদক।

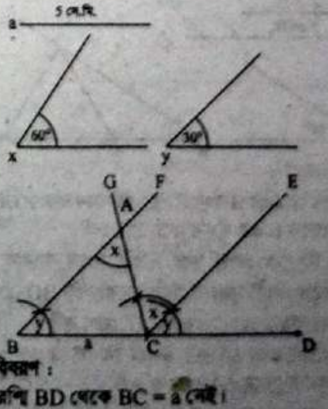
$\therefore \angle BAC =$ একান্তর $\angle ACE = 120°$

এখন, ΔABC-এ $\angle BAC = 120°$, $\angle BAC = 30°$ এবং $\angle BAC$ এর বিপরীত বাহু $BC = 5$ সে.মি.

$\therefore \Delta ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ) 60°, 30°, 4 সে.মি.

সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি কোণ যথাক্রমে $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 30°$ এবং 60°-কোণের বিপরীত বাহু a = 4 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



আঁকনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে BC = a নেই।

(২) BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle y$-এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle DCE$ আঁকি।

(৩) আবার CE রেখার C বিন্দুতে উহার যে পাশে $\angle y$ অবস্থিত তার বিপরীত পাশে $\angle x$-এর সমান করে $\angle ECG$ আঁকি।

(৪) CG রেখা BF রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে $\angle ABC = \angle ECD$. কিন্তু কোণ দুইটি অনুরূপ হওয়ায় $AB \parallel CE$. এখন $AB \parallel CE$ এবং AC তাদের ছেদক।

$\therefore \angle BAC =$ একান্তর $\angle ACE = 60^\circ$

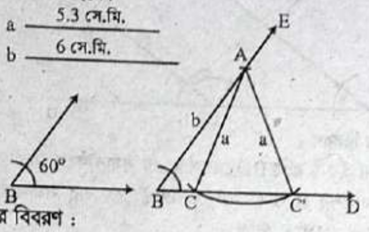
অতএব, $\triangle ABC$-এ $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$ এবং $\angle BAC$ এর বিপরীত বাহু $BC = 4$ সে.মি.

$\therefore \triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

১০। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু ও প্রথম বাহুর বিপরীত কোণ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 5.3 সে.মি., 6 সে.মি., 60°

সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $a = 5.3$ সে.মি. ও $b = 6$ সে.মি. এবং প্রথম বাহুর বিপরীত কোণ, $\angle x = 60^0$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD-এর B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি।

(২) BE রেখা থেকে b-এর সমান করে BA অংশ নেই।

(৩) এখন, A বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর মধ্যবর্তী অংশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD রেখাংশকে C ও C′ বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, C এবং A, C′ যোগ করি।

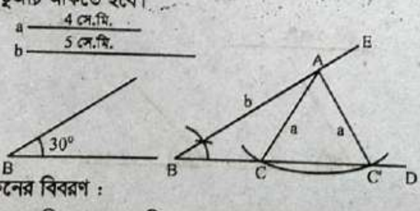
তাহলে, $\triangle ABC$ এবং $\triangle ABC'$ উভয়ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে $\triangle ABC$-এ $AB = b = 6$ সে.মি., $AC = a = 5.3$ সে.মি. এবং AC বাহুর বিপরীত $\angle ABC = 60^\circ$.

$\therefore \triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ) 4 সে.মি., 5 সে.মি., 30°

সমাধান : মনে করি, একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু $a = 4$ সে.মি. ও $b = 5$ সে.মি. এবং a বাহুর বিপরীত কোণ, $\angle x = 30^0$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD-এর B বিন্দুতে $\angle C$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি।

(২) BE রেখা থেকে b-এর সমান করে BA নেই।

(৩) এখন, A বিন্দুকে কেন্দ্র করে a-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর মধ্যবর্তী অংশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD রেখাংশকে C ও C′ বিন্দুতে ছেদ করে। A, C এবং A, C′ যোগ করি।

তাহলে $\triangle ABC$ এবং $\triangle ABC'$ উভয়ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

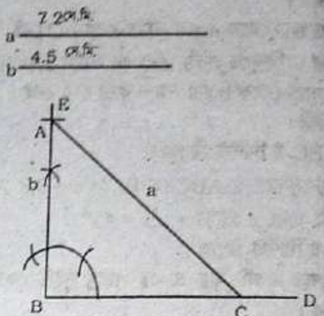
প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে $\triangle ABC$-এ $AB = b = 5$ সে.মি., $AC = a = 4$ সে.মি. এবং $\angle ABC = 30^\circ$.

$\therefore \triangle ABC$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

১১। একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও এর সংলগ্ন বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

(ক) 7.2 সে.মি., 4.5 সে.মি.

সমাধান : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 7.2$ সে.মি. ও এর সংলগ্ন এক বাহু $b = 4.5$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD নিই।

(২) BD-এর B বিন্দুতে BE লম্ব টানি। BE থেকে $BA = b$ নিই।

(৩) এখন A-কে কেন্দ্র করে a-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর মধ্যবর্তী অংশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, C যোগ করি।

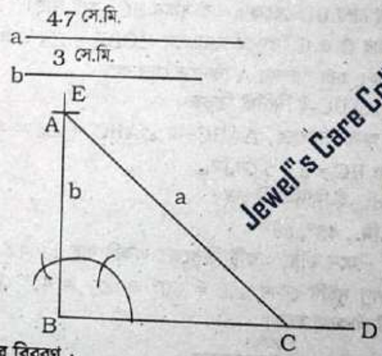
তাহলে $\triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে $\triangle ABC$-এ অতিভুজ $AC = a = 7.2$ সে.মি. $AB = b = 4.5$ সে.মি. এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ।

$\therefore \triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ) 4.7 সে.মি., 3 সে.মি.

সমাধান : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $a = 4.7$ সে.মি. ও এর সংলগ্ন একবাহু $b = 3$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD নেই।

(২) BD-এর B বিন্দুতে BE লম্ব টানি। BE থেকে $BA = b$ নেই।

(৩) এখন A-কে কেন্দ্র করে a-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর মধ্যবর্তী অংশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD-কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, C যোগ করি।

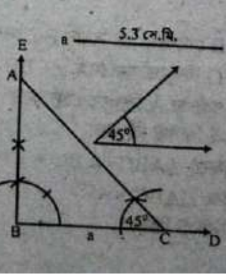
তাহলে, $\triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\triangle ABC$-এ অতিভুজ $AC = a = 4.7$ সে.মি., $AB = b = 3$ সে.মি. এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ

$\therefore \triangle ABC$-ই নির্ণেয় সমকোণী ত্রিভুজ।

১২। একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি নির্দিষ্ট বাহু 5.3 সে.মি. এবং একটি সূক্ষ্মকোণ 45° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি নির্দিষ্ট বাহুর দৈর্ঘ্য 5.3 সে.মি. এবং একটি সূক্ষ্মকোণ 45° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

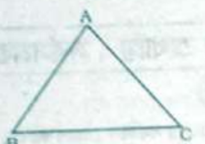
(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।
(২) BC রেখার B বিন্দুতে BE লম্ব আঁকি।
(৩) C বিন্দুতে 45° এর সমান করে $\angle BCA$ আঁকি।
(৪) C, A যোগ করি। CA রেখা BE রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে ΔABC–এ উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $AB \perp BC$ হওয়ায় $\angle ABC$ = এক সমকোণ এবং অঙ্কনানুসারে $\angle ACB = 45°$ ও $BC° = 5.3$ সে.মি.।
$\therefore$ ΔABC–ই নির্ণেয় সমকোণী ত্রিভুজ।

১৩। একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দু A, B ও C.
ক. বিন্দু তিনটি দিয়ে একটি ত্রিভুজ আঁক।
খ. অঙ্কিত ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির ওপর লম্ব আঁক।
গ. অঙ্কিত ত্রিভুজের ভূমি, সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ হলে, ত্রিভুজটি আঁক।

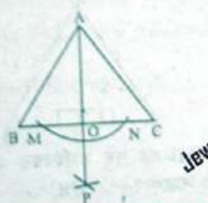
সমাধান :

(ক)



একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় এমন তিনটি বিন্দু A, B, C দিয়ে একটি ত্রিভুজ আঁকা হলো।

(খ)

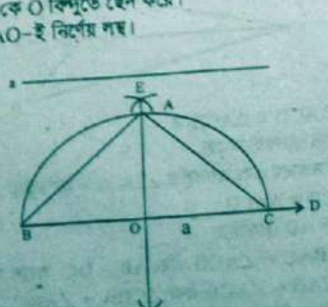


অঙ্কিত ΔABC–এর শীর্ষবিন্দু A এবং ভূমি BC। A বিন্দু থেকে BC এর ওপর একটি লম্ব আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) A বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যা BC কে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে।
(২) M ও N বিন্দুকে কেন্দ্র করে MN এর অর্ধেকের চেয়ে বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে ΔABC এর বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যেন তারা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করে।
(৩) A, P যোগ করি।
(৪) AP, BC কে O বিন্দুতে ছেদ করে।
তাহলে, AO–ই নির্ণেয় লম্ব।

(গ)

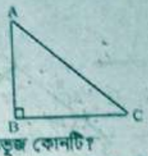


মনে করি, অঙ্কিত ত্রিভুজ ABC–এর ভূমি BC = a। a কে সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজ ধরে একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD হতে BC = a কেটে নিই।
(২) BC এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক OE আঁকি যেন তা BC কে O বিন্দুতে ছেদ করে।
(৩) O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OB বা OC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি অর্ধবৃত্ত আঁকি যেন এটি EF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
(৪) A, B এবং A, C যোগ করি।
তাহলে, ΔABC–ই নির্ণেয় সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত হলো।

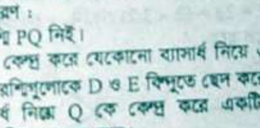
১৪।



ক. চিত্রের ত্রিভুজটির অতিভুজ কোনটি?
খ. অতিভুজের পরিমাণ সেন্টিমিটারে নির্ণয় কর এবং $\angle ACB$ এর সমান করে একটি কোণ আঁক।
গ. একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁক, যার অতিভুজ চিত্রে অঙ্কিত ত্রিভুজের অতিভুজ অপেক্ষা 2 সে.মি. বড় এবং একটি কোণ, $\angle ACB$ এর সমান হয়।

সমাধান :

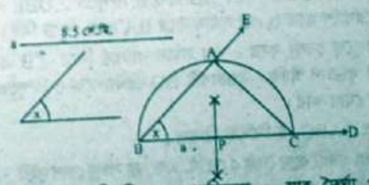
(ক) প্রদত্ত চিত্রের ABC ত্রিভুজটির অতিভুজ হলো AC.
(খ) চিত্রের ABC ত্রিভুজের অতিভুজ AC. সেন্টিমিটার স্কেলে AC এর দৈর্ঘ্য মেপে পাই, 6.5 সে.মি.।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি PQ নিই।
(২) এখন C কে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যা $\angle C$ এর রশ্মিগুলোকে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।
(৩) একই ব্যাসার্ধ নিয়ে Q কে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তচাপ আঁকি, যা রশ্মিটিকে R বিন্দুতে ছেদ করে।
(৪) R কে কেন্দ্র করে DE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরেকটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপটি আগের বৃত্তচাপকে S বিন্দুতে ছেদ করে।
(৫) Q, S যোগ করে বর্ধিত করি। ফলে $\angle PQS$ তৈরি হলো। $\angle PSQ$ এর মান $\angle ACB$ এর সমান।

(গ)



মনে করি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ a, যার দৈর্ঘ্য প্রদত্ত চিত্রের অতিভুজ AC অপেক্ষা 2 সে.মি. বড় অর্থাৎ 8.5 সে.মি. এবং $\angle ACB$-এর সমান একটি কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD হতে BC = a কেটে নিই।
(২) BC এর মধ্যবিন্দু P নির্ণয় করি।
(৩) P বিন্দুকে কেন্দ্র করে PB বা PC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি অর্ধবৃত্ত আঁকি।
(৪) B বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান করে $\angle DBE$ আঁকি, যেন BE অর্ধবৃত্তটিকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
(৫) A, C যোগ করি।
তাহলে, ΔABC–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

১৫। একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু a = 3.2 সে.মি., b = 4.5 সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle B = 30°$.
ক. $\angle B$ এর সমান একটি কোণ আঁক।
খ. একটি ত্রিভুজ আঁক, যার দুই বাহু a ও b এর সমান এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ এর সমান হয়।
গ. এমন একটি ত্রিভুজ আঁক, যার একটি বাহু b এবং $\angle B$ এর বিপরীত বাহু 2a হয়।

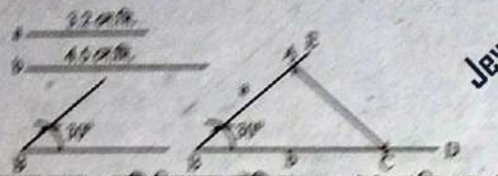
সমাধান :

(ক)

দেওয়া আছে, $\angle B = 30^\circ$

$\therefore$ চাঁদার সাহায্যে $\angle B$ এর সমান একটি কোণ আঁকা হলো যা 30°.

(খ)



দেওয়া আছে, একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু $a = 3.2$ সে.মি. এবং $b = 4.5$ সে.মি. ও তাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle B = 30^\circ$। এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যার দুটি বাহু a ও b এর সমান এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ এর সমান হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD হতে b এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

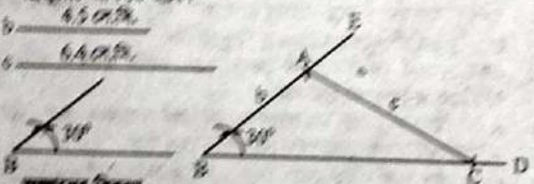
(২) BC রেখাংশের B বিন্দুতে $\angle CBE = \angle B$ আঁকি।

(৩) BE হতে $BA = a$ কেটে নিই।

(৪) A, C যোগ করি।

সুতরাং $\triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(গ) মনে করি, একটি ত্রিভুজের একটি বাহু $b = 4.5$ সে.মি. এবং $\angle B$ এর বিপরীত বাহু $c = 2a = (2 \times 3.2)$ সে.মি. $= 6.4$ সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD নিই। BD রশ্মির B বিন্দুতে $\angle DBE = 30$ আঁকি।

(২) BE রেখাংশ হতে b এর সমান করে BA অংশ কেটে নিই।

(৩) A বিন্দুকে কেন্দ্র করে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle B$ এর অভ্যন্তরে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি BD রেখাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করে। A, C যোগ করি।

সুতরাং $\triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

১৬। ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং বাহু সংলগ্ন কোণ দুটি 37° ও 46°।

ক. ত্রিভুজের অপর কোণের পরিমাণ কত?

খ. ত্রিভুজটি কী ধরনের এবং কেন?

গ. ত্রিভুজটি আঁক।

সমাধান :

(ক) আমরা জানি,

ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি $= 180^\circ$

দেওয়া আছে, ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাণ $= 37^\circ$ ও 46°।

$\therefore$ ত্রিভুজের অপর কোণের পরিমাণ

$= 180^\circ - 37^\circ - 46^\circ = 97^\circ$

(খ) 'ক' নং হতে পাই, ত্রিভুজটির একটি কোণের পরিমাণ 97°। অপর দুটি কোণ 37° ও 46°।

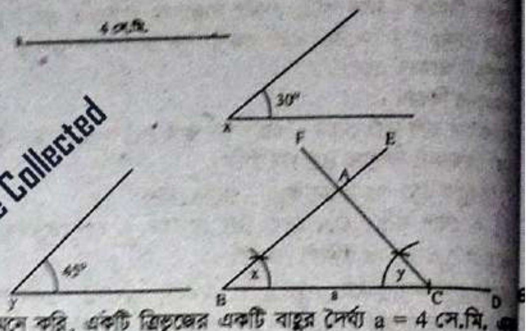
যেহেতু ত্রিভুজটির একটি কোণের পরিমাণ 90° অপেক্ষা বেশি সেহেতু ত্রিভুজটি একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

আবার, ত্রিভুজটির তিনটি কোণের পরিমাণই ভিন্ন ভিন্ন।

সুতরাং ত্রিভুজটির বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য ও ভিন্ন ভিন্ন হবে।

সুতরাং ত্রিভুজটি বিষমবাহু স্থূলকোণী ত্রিভুজ।

(গ)



মনে করি, একটি ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি, এ
সংলগ্ন $\angle x = 37^\circ$ এবং $\angle y = 46^\circ$ দেয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BD থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নিই।

(২) BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle CBE = \angle x$ এবং $\angle$ $= \angle y$ আঁকি।

(৩) BE ও CF পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

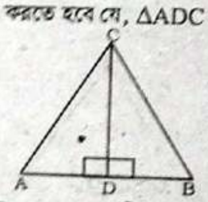
তাহলে, $\triangle ABC$-ই নির্দিষ্ট ত্রিভুজ।

⏭ দশম অধ্যায় : সর্বসমতা ও সদৃশতা

❖ অনুশীলনী – ১০.১

১। চিত্রে, CD, AB-এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ কর যে, $\triangle ADC \cong \triangle BDC$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\triangle ABC$-এর CD, AB এ
সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ADC \cong \triangle BDC$.



প্রমাণ : CD, AB-এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায় AD = BD
$\angle ADC =$ এক সমকোণ $= \angle BDC$

এখন, $\triangle ADC$ ও $\triangle BDC$-এ

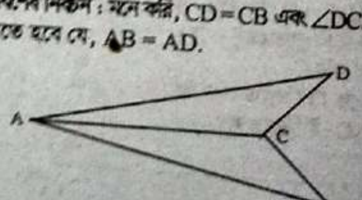
AD = BD,

CD বাহু সাধারণ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle B$
[প্রত্যেকেই সমকোণ]

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDC$ (প্রমাণিত)

২। চিত্রে, CD = CB এবং $\angle DCA = \angle BCA$. প্রমাণ কর যে, AB = AD.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, CD = CB এবং $\angle DCA = \angle BCA$
প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AD.



প্রমাণ : $\triangle ACD$ ও $\triangle ACB$-এ

CD = CB. [দেওয়া আছে]

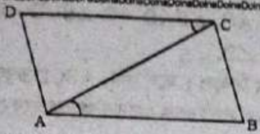
AC বাহু সাধারণ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DCA =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BCA$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ACB$.

$\therefore$ AB = AD (প্রমাণিত)

৩। চিত্রে, $\angle BAC = \angle ACD$ এবং AB = DC. প্রমাণ কর যে, A
BC, $\angle CAD = \angle ACB$ এবং $\angle CDA = \angle ABC$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, $\angle BAC = \angle ACD$ এবং AB = D
প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BC, $\angle CAD = \angle AC$
$\angle CDA = \angle ABC$.



প্রমাণ : ΔABC ও ΔADC-এ

$AB = DC$. [দেওয়া আছে]

AC উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$

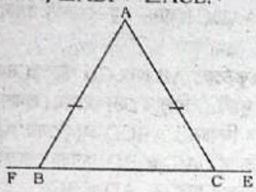
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$

$\therefore AD = BC, \angle CAD = \angle ACB$ এবং $\angle CDA = \angle ABC$ (প্রমাণিত)

৪। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমিকে উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ দুইটি সমান।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। এর $AB = AC$। ABC ত্রিভুজের BC ভূমিকে একদিকে E এবং অপরদিকে F পর্যন্ত বর্ধিত করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABF = \angle ACE$.



প্রমাণ : $\angle ABF + \angle ABC =$ এক সরল কোণ = দুই সমকোণ।

আবার, $\angle ACE + \angle ACB =$ এক সরল কোণ = দুই সমকোণ।

অতএব, $\angle ABF + \angle ABC = \angle ACE + \angle ACB$

কিন্তু, ΔABC-এ $AB = AC$ হওয়ায় $\angle ABC = \angle ACB$

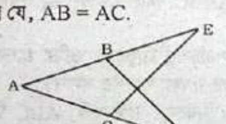
এখন, $\angle ABF + \angle ABC = \angle ACE + \angle ABC$

উভয়পক্ষ থেকে সমান সমান কোণ বাদ দিলে, $\angle ABF = \angle ACE$ (প্রমাণিত)

৫। চিত্রে, $AD = AE$, $BD = CE$ এবং $\angle AEC = \angle ADB$. প্রমাণ কর যে, $AB = AC$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $AD = AE$, $BD = CE$ এবং $\angle AEC = \angle ADB$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$.



প্রমাণ : ΔADB ও ΔAEC এর মধ্যে $AD = AE$ এবং $BD = CE$ দেওয়া আছে এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AEC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$

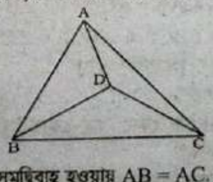
$\therefore \Delta ADB \cong \Delta AEC$ [বাহু–কোণ–বাহু–উপপাদ্য]

$\therefore AB = AC$ (প্রমাণিত)

৬। চিত্রে, ΔABC এবং ΔDBC দুইটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.

সমাধান : মনে করি, ΔABC এবং ΔDBC দুইটি সমদ্বিবাহু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.



প্রমাণ : ΔABC সমদ্বিবাহু হওয়ায় $AB = AC$.

আবার, ΔDBC-টি সমদ্বিবাহু হওয়ায় $DB = DC$.

এখন, ΔABD ও ΔACD-এর মধ্যে

$AB = AC$,

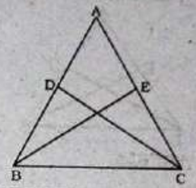
$BD = DC$ এবং AD বাহু সাধারণ।

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ বাহুর সর্বসমতা (প্রমাণিত)

৭। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত মধ্যমাদ্বয় সমান।

সমাধান : মনে করি, ΔABC-এ $AB = AC$ এবং BE ও CD বিপরীত বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত দুইটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BE = CD$.



প্রমাণ : CD ও BE মধ্যমা হওয়ায় D, AB–এর এবং E, AC-এর মধ্যবিন্দু।

যেহেতু, $AB = AC$

সুতরাং $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC$

বা, $BD = CE$.

আবার, $AB = AC$ হওয়ায় $\angle ABC = \angle ACB$

এখন, ΔBDC ও ΔBCE-এর মধ্যে $BD = CE$.

BC বাহু সাধারণ।

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DBC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BCE$.

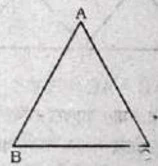
$\therefore \Delta BDC \cong \Delta BCE$

$\therefore CD = BE$ (প্রমাণিত)

৮। প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলো পরস্পর সমান।

সমাধান : মনে করি, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A = \angle B = \angle C$.



প্রমাণ : সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান। এখন,

$AB = AC$ হওয়ায় $\angle B = \angle C$ .... (i)

আবার, $BC = AC$ হওয়ায় $\angle B = \angle A$ .... (ii)

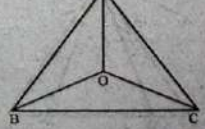
(i) ও (ii) থেকে পাই,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$ (প্রমাণিত)

❖ অনুশীলনী – ১০.২

১। ΔABC-এ $AB = AC$ এবং O, ΔABC এর অভ্যন্তরে এমন একটি বিন্দু যেন $OB = OC$. প্রমাণ কর যে, $\angle AOB = \angle AOC$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এ $AB = AC$ এবং $OB = OC$; A, O যোগ করা হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB = \angle AOC$.

প্রমাণ : ΔAOB ও ΔAOC-এ

$AB = AC$

$OB = OC$.

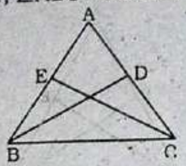
এবং AO বাহু সাধারণ।

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ [বাহু–কোণ–বাহু–উপপাদ্য]

$\therefore \angle AOB = \angle AOC$ (প্রমাণিত)

২। ΔABC-এর AB ও AC বাহুতে যথাক্রমে D ও E এমন দুইটি বিন্দু যেন BD = CE এবং BE = CD. প্রমাণ কর যে, $\angle ABC = \angle ACB$।

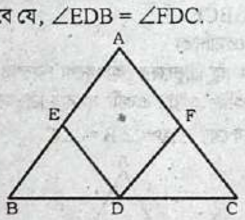
সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এর AC ও AB বাহুতে যথাক্রমে D ও E এমন দুইটি বিন্দু যেন BD = CE এবং BE = CD.
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle ACB$.



প্রমাণ : ΔBDC ও ΔBCE-এ
BD = CE [কল্পনা]
BE = CD [কল্পনা]
এবং BC সাধারণ বাহু,
$\therefore \Delta BDC \cong \Delta BCE$ [বাহু–বাহু–বাহু–উপপাদ্য]
$\therefore \angle BCD = \angle CBE$
অর্থাৎ, $\angle ACB = \angle ABC$ (প্রমাণিত)

৩। চিত্রে, ΔABC-এ AB = AC, BD = DC এবং BE = CF. প্রমাণ কর যে, $\angle EDB = \angle FDC$.

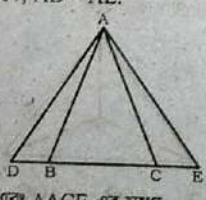
সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC-এ AB = AC, BD = DC এবং BE = CF.
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EDB = \angle FDC$.



প্রমাণ : ΔABC-এ AB = AC হওয়ায়
$\angle B = \angle C$ [ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণ পরস্পর সমান]
আবার, BD = CD হওয়ায় সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ $\angle BED = \angle CFD$
এখন, ΔBED ও ΔCDF-এ
$\angle B = \angle C$.
$\angle BED = \angle CFD$ এবং অনুরূপ BE বাহু = অনুরূপ CF বাহু
$\therefore \Delta BED \cong \Delta CDF$
$\therefore \angle EDB = \angle FDC$. (প্রমাণিত)

৪। চিত্রে, AB = AC এবং $\angle BAD = \angle CAE$। প্রমাণ কর যে, AD = AE.

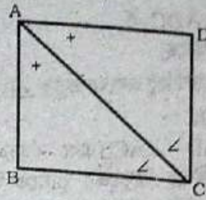
সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABD এবং ΔACE এর মধ্যে AB = AC এবং $\angle BAD = \angle CAE$.
প্রমাণ করতে হবে যে, AD = AE.



প্রমাণ : ΔABD এবং ΔACE এর মধ্যে
AB = AC [কল্পনা]
$\angle BAD = \angle CAE$ [কল্পনা]
সুতরাং BD = CE [সমান সমান কোণের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACE$ [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
অতএব, AD = AE (প্রমাণিত)

৫। ABCD চতুর্ভুজে AC, $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$-এর সমদ্বিখণ্ডক। [প্রমাণ] কর যে, $\angle B = \angle D$.

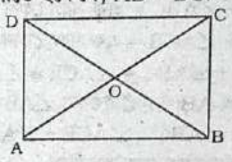
সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজে AC, $\angle$[BAD] এবং $\angle BCD$-এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B = \angle$[D]



প্রমাণ : ΔABC ও ΔADC-এর মধ্যে $\angle BAC = \angle CAD$ [AC, $\angle BAD$-এর সমদ্বিখণ্ডক]
$\angle BCA = \angle ACD$ [AC, $\angle BCD$-এর সমদ্বিখণ্ডক] এবং AC সাধারণ।
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ [কোন–বাহু–কোণ উপপাদ্য]
$\therefore \angle B = \angle D$ (প্রমাণিত)

৬। চিত্রে, ABCD চতুর্ভুজের AB এবং CD পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। AC ও BD কর্ণ দুইটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, AD = [BC.]

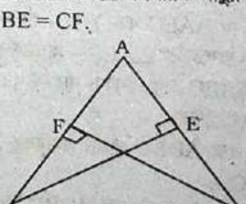
সমাধান : বিশেষ নির্বচন : ABCD চতুর্ভুজের AB এবং CD পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পকে O বিন্দুতে [ছেদ] করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BC.



প্রমাণ : ΔADC ও ΔABC-এর মধ্যে
CD = AB [কল্পনা]
AC বাহু সাধারণ।
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ACD$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC$. [একান্তর কোণ]
$\therefore \Delta ADC \cong \Delta ABC$. [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ AD = BC.

৭। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয় থেকে বি[পরীত] বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় পরস্পর সমান।

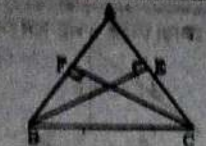
সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু। ভূমির B ও C হতে BE ও CF বিপরীত বাহুর উপর দুইটি লম্ব। [প্রমাণ] করতে হবে যে, BE = CF.



প্রমাণ : ΔABC–এ AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C$
এখন, ΔBCE ও ΔBCF-এ $\angle BCF = \angle CBF$.
$\angle BEC = \angle BFC$ [সমকোণ বলে]
এবং BC বাহু সাধারণ।
$\therefore \Delta BCE \cong \Delta BCF$ [কোণ–বাহু–কোণ উপপাদ্য]
BE = CF (প্রমাণিত)

৮। প্রমাণ কর যে, কোন ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত [বাহুর] উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় যদি সমান হয়, তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC ভূমি[র B ও] C হতে বিপরীত বাহুর উপর BE ও CF দুইটি লম্ব। BE = C[F.]
প্রমাণ করতে হবে যে, ABC ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।



প্রমাণ : BE ও CF লম্ব হওয়ায় BEC ও BCF দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ।
এখন, BEC ও BCF দুইটি সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে BE = CF
এবং BC অতিভুজ সাধারণ বাহু।

∴ $\Delta BEC \cong \Delta BCF$ [অতিভুজ-বাহু-উপপাদ্য]

∴ $\angle BCE = \angle CBF$

অর্থাৎ, $\angle C = \angle B$

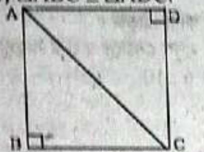
এখন, ΔABC-এ $\angle B = \angle C$ হওয়ায়

$AB = AC$

∴ ABC ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু (প্রমাণিত)

৯। ABCD চতুর্ভুজের AB = AD এবং $\angle B = \angle D$ = এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC \cong \Delta ADC$.

সমাধান : বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AB = AD এবং $\angle B = \angle D$ = এক সমকোণ।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta ADC$.



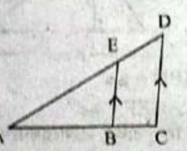
প্রমাণ : ABC ও ADC সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে AB = AD এবং AC অতিভুজ সাধারণ বাহু।

∴ $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ [অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য] (প্রমাণিত)

অনুশীলনী – ১০.৩

১। নিচের প্রতিটি চিত্রে ত্রিভুজ দুইটির সদৃশতার কারণ বর্ণনা কর।

(a)



ΔABE এবং ΔACD এর মধ্যে

$\angle DAC = \angle EAB$. [সাধারণ কোণ]

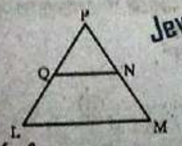
$\angle EBA = \angle DCA$ [∵ BE || CD]

এবং $\angle AEB = \angle ADC$ [অবশিষ্ট কোণ]

∴ উভয় ত্রিভুজের কোণগুলো সমান।

সুতরাং ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

(b)



ΔQPN এবং ΔLPM–এ

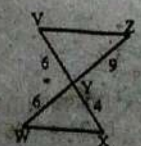
$\angle PQN = \angle PML = 90°$ [দেওয়া আছে]

$\angle QPN = \angle LPM$

$\angle PNQ = \angle PLM$ [অবশিষ্ট কোণ]

ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ কারণ ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলো সমান।

(c)



ΔVZY এবং ΔYWX–এ

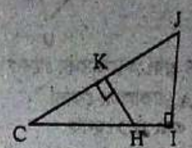
$\angle VYZ = \angle WYZ$ [বিপ্রতীপ কোণ]

ΔVYZ ও ΔWXY–এ

$VY : YX = YZ : WY = 2 : 3$

∴ প্রদত্ত ত্রিভুজদ্বয়ের দুইটি অনুরূপ বাহু সমানুপাতিক এবং অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান। সুতরাং ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ।

(d)



ΔJGI এবং ΔKGH-এ

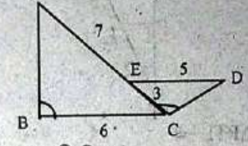
$\angle JGI = \angle KGH$ [সাধারণ কোণ]

$\angle JIG = \angle KHG$ [উভয়ই সমকোণ]

∴ $\angle GJI = \angle KHG$ [∴ অবশিষ্ট কোণ]

∴ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ, কারণ উভয় ত্রিভুজের সকল কোণ সমান।

(e)



ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ,

যার ভূমি, BC = 6

অতিভুজ, AC = 7 + 3 = 10

∴ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

বা, $10^2 = 6^2 + AB^2$

বা, $AB^2 = 100 - 36$

বা, $AB^2 = 64$

∴ $AB = 8$

∴ ভূমি : উচ্চতা : অতিভুজ = 6 : 8 : 10

আবার, ΔECD সমকোণী ত্রিভুজে

ভূমি, CE = 3 এবং অতিভুজ, DE = 5

∴ $DE^2 = CE^2 + CD^2$

বা, $5^2 = 3^2 + CD^2$

বা, $CD^2 = 25 - 9$

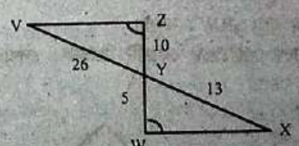
বা, $CD^2 = 16$

CD = 4 এক্ষেত্রে ভূমি : উচ্চতা : অতিভুজ

$= 3 : 4 : 5 = 3 \times 2 : 4 \times 2 : 5 \times 2 = 6 : 8 : 10$

∴ উভয় ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের অনুপাত সমান।

(f)



ΔVYZ সমকোণী ত্রিভুজ,

অতিভুজ, VY = 26

ZY = 10

VZ = 24 [পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগে]

ΔWXY সমকোণী ত্রিভুজ,

অতিভুজ, XY = 13

YW = 5

WX = 12 [পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগে]

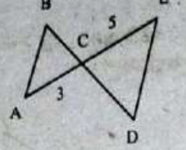
∴ $\Delta VYZ : \Delta WXY$

5 : 12 : 13 = 10 : 24 : 26

বাহুত্রয়ের অনুপাত সমান।

২। প্রমাণ কর যে, নিচের প্রতিটি চিত্রের ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ।

(a) সমাধান :



যেহেতু, AB || DE এবং AE তাদের ছেদক

$\angle BAE = \angle DEA$ [একান্তর কোণ]

আবার, AB || DE এবং BD ছেদক

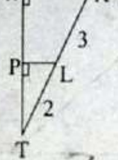
$\angle ABD = \angle EDB$ [একান্তর কোণ]

এবং $\angle BCA = \angle ECD$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore$ ΔABC এবং ΔCDE এর সকল কোণ পরস্পর সমান।

সুতরাং ΔABC এবং ΔCDE সদৃশ। (প্রমাণিত)

(b)



ΔWTX এবং ΔPTL-এ

$\angle TWX = \angle TPL = 90°$

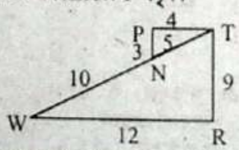
$\angle WTX = \angle PTL$ [সাধারণ কোণ]

$\therefore$ $\angle TXW = \angle TLP$ [অবশিষ্ট কোণ]

$\therefore$ উভয় ত্রিভুজের সকল কোণ পরস্পর সমান

সুতরাং ΔWTX এবং ΔPLT সদৃশ। (প্রমাণিত)

৩। দেখাও যে, ΔPTN এবং ΔRWT সদৃশ।



ΔPTN ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $= PN : PT : NT$

$= 3 : 4 : 5$

ΔTWR ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত $= TR : WR : WT$

$= 9 : 12 : (10 + 5)$

$= 9 : 12 : 15$

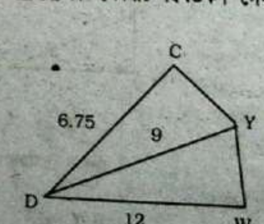
$= \frac{9}{3} : \frac{12}{3} : \frac{15}{3}$

$= 3 : 4 : 5$

$\therefore$ উভয় ত্রিভুজদ্বয়ের বাহুগুলোর অনুপাত সমান।

$\therefore$ ΔPTN এবং ΔRWT সদৃশ।

৪। DY রেখাংশ $\angle CDW$ কোণটি দ্বিখণ্ডক। দেখাও যে, $\Delta CDY = \Delta YDW$.



এখন, ΔCDY-এ ΔCDY সংলগ্ন বাহুর অনুপাত,

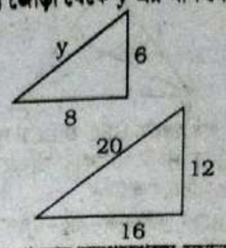
$CD : DY = 6.75 : 9 = 2.25 : 3$

আবার ΔYDW-এ ΔYDW সংলগ্ন বাহুর অনুপাত

$YD : DW = 9 : 12 = 2.25 : 3$

$\therefore$ উভয় ত্রিভুজের সকল বাহুর অনুপাত সমান হবে।

৫। নিচের প্রতিটি সদৃশ জোড়া থেকে y এর মান বের করতে হবে।



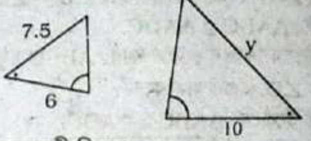
সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের বাহুগুলোর অনুপাতগুলো সমান।

সুতরাং $6 : 8 : y = 12 : 16 : 20$

$6 : 8 : y = \frac{12}{2} : \frac{16}{2} : \frac{20}{2}$

$6 : 8 : y = 6 : 8 : 10$

$\therefore y = 10$



উভয় ত্রিভুজ সমকোণী ত্রিভুজ।

যেহেতু ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ সেহেতু এদের বাহুগুলোর অনুপাত সমান।

সুতরাং $7.5 : y = 6 : 10$

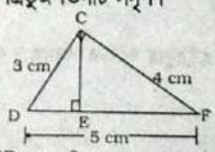
বা, $\frac{7.5}{y} = \frac{6}{10}$

বা, $6y = 10 \times 7.5$

বা, $y = \frac{75}{6}$

বা, $y = 12.5$ $\quad \therefore y = 12.5$

৬। প্রমাণ করতে হবে, ত্রিভুজ তিনটি সদৃশ।



ΔGDE-এ $\angle GED = ৯০°$

$\therefore$ ΔGFE এবং $\angle GEF = ৯০°$

[কেননা D, E, F বিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত]

ধরি, $EF = x$

সুতরাং $DE = 5 - x$ [$\because DF = 5$]

ΔGDF সমকোণী ত্রিভুজের পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$GE^2 + DE^2 = GD^2$

$GE^2 = GD^2 - DE^2$

$= 3^2 - (5 - x)^2$

$= 9 - (5 - x)^2$ ....(i)

ΔGEF সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$GE^2 + EF^2 = GF^2$

$GE^2 = GF^2 - EF^2$

$= 4^2 - x^2$

$= 16 - x^2$ ....(ii)

$\therefore 9 - (5 - x)^2 = 16 - 9$

বা, $x^2 - (5 - x)^2 = 16 - 9$

বা, $(x + 5 - x)(x - 5 + x) = 7$

বা, $5(2x - 5) = 7$

বা, $10x - 25 = 7$

বা, $10x = 7 + 25$

বা, $x = \frac{32}{10}$

$\therefore x = 3.2$ $\therefore EF = 3.2$

$DE = 5 - 3.2 = 1.8$

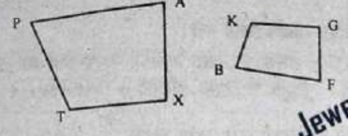
আবার, $GE^2 = 16 - x^2$ [সমীকরণ (ii) হতে পাই]

$= 16 - (3.2)^2 = 16 - 10.24 = 5.76$

$GE = 2.4$

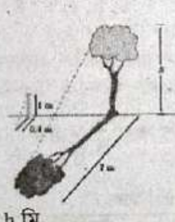
ΔGDE এর বাহুর অনুপাত $= 1.8 : 2.4 : 3$
$= 0.6 : 0.8 : 1$ [3 দ্বারা ভাগ করে]
ΔGEF এর বাহুর অনুপাত $= 2.4 : 3.2 : 4$
$= 0.6 : 0.8 : 1$ [4 দ্বারা ভাগ করে]
ΔGDF এর বাহুর অনুপাত $= 3 : 4 : 5$
$= 0.6 : 0.8 : 1$ [5 দ্বারা ভাগ করে]
$\therefore$ যেহেতু সকল ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত সমান।
সুতরাং ত্রিভুজগুলো সদৃশ। (প্রমাণিত)

চতুর্ভুজ দুইটির অনুরূপ কোণ ও অনুরূপ বাহুগুলো চিহ্নিত কর। চতুর্ভুজ দুইটি সদৃশ কি–না যাচাই কর।



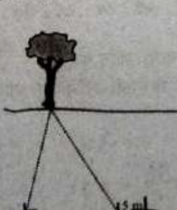
সমাধান :
প্রথম চিত্রে $\angle A = 70^\circ$ এবং দ্বিতীয় চিত্রে $\angle B = 70^\circ$
প্রথম চিত্রে $\angle X = 110^\circ$ এবং দ্বিতীয় চিত্রে $\angle K = 110^\circ$
প্রথম চিত্রে $\angle T = 110^\circ$ এবং দ্বিতীয় চিত্রে $\angle G = 110^\circ$
প্রথম চিত্রে $\angle P = 70^\circ$ এবং দ্বিতীয় চিত্রে $\angle F = 70^\circ$
$\therefore \angle A$ এর অনুরূপ $\angle B$, $\angle X$ এর অনুরূপ $\angle K$,
$\angle T$ এর অনুরূপ $\angle G$ এবং $\angle X$ এর অনুরূপ $\angle K$,
আবার, AX বাহু = 2 সে.মি. এবং BK বাহু = 1 সে.মি.
XT বাহু = 1.8 সে.মি. এবং KG বাহু = 0.9 সে.মি.
TP বাহু = 1.6 সে.মি. এবং GF বাহু = 0.8 সে.মি.
PA বাহু = 2.8 সে.মি. এবং FB বাহু = 1.4 সে.মি.
দেখা যাচ্ছে, অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক,
$\therefore AX = BK, XT = KG, TP = GF$ এবং $PA = FB$
সুতরাং চতুর্ভুজ দুইটি সদৃশ।

1 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি লাঠি মাটিতে দণ্ডায়মান অবস্থায় 0.4 মিটার ছায়া ফেলে। একটি খাড়া গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য 7 মিটার হলে গাছটির উচ্চতা কত?
সমাধান :

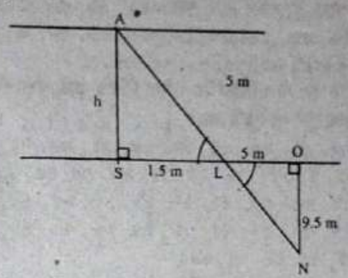


$\therefore$ গাছটির উচ্চতা h মি.
লাঠির প্রান্তবিন্দু ও ছায়ার প্রান্তবিন্দু যোগ করি। গাছের প্রান্ত বিন্দু ও এর ছায়ার প্রান্তবিন্দু যোগ করি।
মনে করি, ΔABC ও ΔDEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ উৎপন্ন হলো।
কারণ $\angle ABC = \angle DEF$ ও $\angle BAC = \angle EDF$
$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{BC}{EF}$ বা, $\frac{h}{7} = \frac{1.0}{4}$
বা, $h = 17.5$
$\therefore$ গাছটির উচ্চতা = 17.5 মিটার।

শিহাব নদী পার না হয়ে নদীর প্রস্থ মাপতে চায়। এজন্য সে ঠিক অপর পাড়ে একটি গাছ বেছে নিয়ে নদীর পাড়ে চিত্রের ন্যায় কিছু মাপজোক করল। নদীর প্রস্থ নির্ণয় কর।
সমাধান :



সমাধান :



মনে করি, A বিন্দুতে গাছটি অবস্থিত। শিহাব S বিন্দু হতে নদীর পাড় বরাবর 1.5 মিটার গিয়ে L বিন্দুতে একটি খুঁটি পুতে LN বরাবর যায় যেন A, L, N একই রেখায় থাকে। এখন N বিন্দু হতে নদীর পাড়ে NO লম্ব বরাবর আসে। এখন সে মেপে দেখে OL =5 মিটার এবং ON = 9.5 মিটার। এখন ΔASL ও ΔLON সদৃশ।
কারণ $\angle ASL = \angle LON = 90^0$
$\therefore \frac{AS}{ON} = \frac{SL}{LO}$
বা, $\frac{AS}{9.5} = \frac{1.5}{5}$
বা, $AS = 0.3 \times 9.5 = 2.85$
$\therefore$ নদীটির প্রস্থ = 2.85 মিটার।

▶▶ একাদশ অধ্যায় : তথ্য ও উপাত্ত

❖ অনুশীলনী – ১১

১। **উপাত্ত বলতে কী বোঝায় তা উদাহরণের মাধ্যমে লেখ।**
উত্তর : পরিসংখ্যানে বর্ণিত তথ্যসমূহ যে সকল সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ ও উপস্থাপন করা হয়, তাই হলো পরিসংখ্যানের উপাত্ত। তবে কোনো বিচ্ছিন্ন সংখ্যা দ্বারা প্রকাশিত উপাত্ত পরিসংখ্যান নয়। যেমন– রনির বয়স ২৫ বছর পরিসংখ্যান নয়।
কোন শহরের অধিবাসীদের বয়স বা আয়, কোন স্থানের দৈনিক সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন তাপমাত্রা বা বৃষ্টিপাতের পরিমাণ, কোন ব্যবসায়ী প্রতিষ্ঠানের দৈনিক আয় ইত্যাদি সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশ হলো উপাত্ত।

২। **উপাত্ত কত প্রকারের? প্রত্যেক প্রকারের উপাত্ত কীভাবে সংগ্রহ করা হয় এবং প্রত্যেক প্রকার উপাত্ত সংগ্রহের সুবিধা ও অসুবিধা লেখ।**
উত্তর : উপাত্ত দুই প্রকারের। যথা- (১) প্রাথমিক উপাত্ত বা প্রত্যক্ষ উপাত্ত ও (২) মাধ্যমিক উপাত্ত বা পরোক্ষ উপাত্ত।
প্রাথমিক উপাত্ত প্রয়োজন অনুযায়ী অনুসন্ধানকারী সরাসরি উৎস থেকে সংগ্রহ করতে পারে। সরাসরি সংগৃহীত বিধায় প্রাথমিক উপাত্তের নির্ভরযোগ্যতা অনেক বেশি।
আবার, পৃথিবীর কয়েকটি শহরের কোন এক মাসের তাপমাত্রা আমাদের জানা প্রয়োজন। কিন্তু তাপমাত্রার তথ্য সেভাবে সংগ্রহ করা সম্ভব নয়। এক্ষেত্রে কোন প্রতিষ্ঠানের সংগৃহীত উপাত্ত আমরা আমাদের প্রয়োজনে ব্যবহার করতে পারি। সুতরাং এখানে উৎস হচ্ছে পরোক্ষ। অনুসন্ধানকারী যেহেতু নিজের প্রয়োজন অনুযায়ী সরাসরি উপাত্ত সংগ্রহ করতে পারে না সেহেতু তার নিকট এভাবে সংগৃহীত উপাত্তের নির্ভরযোগ্যতা অনেক কম।

৩। **অবিন্যস্ত উপাত্ত কী? উদাহরণ দাও।**
উত্তর : যদি উপাত্তগুলো মানের কোনো ক্রমে সাজানো না থেকে এলোমেলোভাবে থাকে, তাকে অবিন্যস্ত উপাত্ত বলে। যেমন, ৭, ৫, ২, ৪, ১, ১০, ৮, ৩, ৬, ৯।

৪। **একটি অবিন্যস্ত উপাত্ত লেখ। মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে বিন্যস্ত উপাত্তে রূপান্তর কর।**
সমাধান : অবিন্যস্ত উপাত্ত– ৫২, ৪৮, ৫৬, ৬০, ৫৫, ৫০, ৬০, ৬৫, ৭০, ৭০, ৬৫, ৫৫, ৫৬, ৬০, ৭৪, ৭৫, ৭০, ৬৫, ৬৬, ৫২, ৫৫, ৫৭, ৫৮, ৬৫, ৬০, ৬২, ৫৬, ৬০, ৫৬।

বিন্যস্ত উপাত্তে রূপান্তর করে পাই– ৪৮, ৫০, ৫২, ৫২, ৫৫, ৫৫, ৫৫, ৫৬, ৫৬, ৫৬, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬২, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৬৬, ৭০, ৭০, ৭০, ৭৪, ৭৫।

৫। কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হলো। গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

৫০, ৮৪, ৭৩, ৫৬, ৯৭, ৯০, ৮২, ৮৩, ৪১, ৯২, ৪২, ৫৫, ৬২, ৬৩, ৯৬, ৪১, ৭১, ৭৭, ৭৮, ২২, ৪৮, ৪৬, ৩৩, ৪৪, ৬১, ৬৬, ৬২, ৬৩, ৬৪, ৫৩, ৬০, ৫০, ৭২, ৬৭, ৯৯, ৮৩, ৮৫, ৬৮, ৬৯, ৪৫, ২২, ২২, ২৭, ৩১, ৬৭, ৬৫, ৬৪, ৬৪, ৮৮, ৬৩, ৪৭, ৫৮, ৫৯, ৬০, ৭২, ৭১, ৭৩, ৪৯, ৭৫, ৬৪।

সমাধান : এখানে প্রাপ্ত নম্বরের সর্বনিম্ন সংখ্যামান ২২ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যামান ৯৯। সুতরাং প্রদত্ত উপাত্তের পরিসর = (৯৯−২২) + ১ = ৭৮।

∴ ১০ শ্রেণি বিন্যাসের জন্য শ্রেণি সংখ্যা $\frac{৭৮}{১০}$ = ৭.৮ ≈ ৮।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৮টি।

প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি হলো :

নম্বরের শ্রেণি শ্রেণি ব্যবধান ১০	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
২১ − ৩০	||||	৪
৩১ − ৪০	|	[illegible]
৪১ − ৫০	~~||||~~ ~~||||~~ |	[illegible]
৫১ − ৬০	~~||||~~ ||	৭
৬১ − ৭০	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ |	১৬
৭১ − ৮০	~~||||~~ ||||	৯
৮১ − ৯০	~~||||~~ ||	৭
৯১ − ১০০	||||	৪
	মোট	৬০

৬। নিচে ৫০টি দোকানের মাসিক বিক্রয়ের পরিমাণ (হাজার টাকায়) দেওয়া হলো। ৫ শ্রেণিব্যাপ্তি ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

১৩২, ১৪০, ১৩৩, ১৪০, ১৫০, ১৩৩, ১৪৯, ১৪১, ১৩৮, ১৬২, ১৫৮, ১৬২, ১৪০, ১৫০, ১৪৪, ১৩৬, ১৪৭, ১৪৬, ১৫০, ১৪৩, ১৪৮, ১৫০, ১৬০, ১৪০, ১৪৬, ১৫৯, ১৪৩, ১৪৫, ১৫২, ১৫৭, ১৫৯, ১৩২, ১৬১, ১৪৮, ১৪৬, ১৪২, ১৫৭, ১৫০, ১৭৮, ১৪১, ১৪৯, ১৫১, ১৪৬, ১৪৭, ১৪৪, ১৫৩, ১৩৭, ১৫৪, ১৫২, ১৪৮।

সমাধান : এখানে বিক্রয়ের পরিমাণের সর্বনিম্ন সংখ্যামান ১৩০ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যামান ১৭৮। সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (১৭৮−১৩০) + ১ = ৪৯। সুতরাং ৫ শ্রেণি বিন্যাসের জন্য শ্রেণি সংখ্যা $\frac{৪৯}{৫}$ = ৯.৮।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ১০টি।

প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি হলো :

বিক্রয়ের শ্রেণি (হাজারে) শ্রেণি ব্যবধান ৫	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
১৩০ − ১৩৪	||||	৪
১৩৫ − ১৩৯	|||	৩
১৪০ − ১৪৪	~~||||~~ ~~||||~~ |	১১
১৪৫ − ১৪৯	~~||||~~ ~~||||~~ ||	১২
১৫০ − ১৫৪	~~||||~~ ~~||||~~	১০
১৫৫ − ১৫৯	~~||||~~	৫
১৬০ − ১৬৪	||||	৪
১৬৫ − ১৬৯	−	০
১৭০ − ১৭৪	−	০
১৭৫ − ১৭৯	|	১
	মোট	৫০

৭। তোমাদের বিদ্যালয়ের ৮ম শ্রেণির ৩০ জন ছাত্রের ওজন (কে... দেওয়া হলো :

৫২, ৪৮, ৫৬, ৬০, ৫৫, ৫০, ৬০, ৬৫, ৭০, ৭০, ৬৫, ৬০, ৭৪, ৭৫, ৭০, ৬৫, ৬৬, ৫২, ৫৫, ৫৭, ৫৮, ৬৫, ৫৬, ৬০, ৫৬।

(ক) মানের ক্রমানুসারে সাজাও।

সমাধান : উপাত্তগুলোকে মানের ক্রমানুসারে সাজিয়ে পাই, ৫২, ৫২, ৫৫, ৫৫, ৫৫, ৫৬, ৫৬, ৫৬, ৫৬, ৫৬, ৫৭, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬২, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৬৬, ৭০, ৭৪, ৭৫।

(খ) উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি তৈরি কর।

সমাধান : এখানে প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন সংখ্যামান ৪৮ এবং সংখ্যামান ৭৫। সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (৭৫−৪৮) + ১

সুতরাং ৫ শ্রেণি বিন্যাসের জন্য শ্রেণি সংখ্যা $\frac{২৮}{৫}$ = ৫.৬।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৬টি।

প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি হলো :

ওজন (কেজি) শ্রেণি ব্যবধান ৫	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৪৬ − ৫০	||	[illegible]
৫১ − ৫৫	~~||||~~	[illegible]
৫৬ − ৬০	~~||||~~ ~~||||~~ ||	[illegible]
৬১ − ৬৫	~~||||~~	[illegible]
৬৬ − ৭০	||||	[illegible]
৭১ − ৭৫	||	[illegible]
	মোট	[illegible]

৮। কোনো এলাকার ৩৫টি পরিবারের লোকসংখ্যা নিচে দেওয়া হলো। ৬, ৩, ৪, ৭, ১০, ৮, ৫, ৬, ৪, ৩, ২, ৬, ৮, ৯, ৫, ৪, ৫, ৩, ৪, ৮, ৫, ৯, ৩, ৫, ৭, ৬, ৯, ৫, ৮, ৪, ৬, ১০।

শ্রেণিব্যাপ্তি ২ নিয়ে গণসংখ্যা গঠন কর।

সমাধান : এখানে লোকসংখ্যার সর্বনিম্ন সংখ্যামান ২ এবং সংখ্যামান ১০। সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (১০−২) + ১ = ৯

২ শ্রেণি বিন্যাসের জন্য শ্রেণি সংখ্যা $\frac{৯}{২}$ = ৪.৫।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৫টি।

প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি হলো :

লোকসংখ্যার শ্রেণি শ্রেণি ব্যবধান ২	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
২ − ৩	~~||||~~ |	[illegible]
৪ − ৫	~~||||~~ ~~||||~~ |	১১
৬ − ৭	~~||||~~ ||||	[illegible]
৮ − ৯	~~||||~~ ||	[illegible]
১০ − ১১	||	[illegible]
	মোট	[illegible]

৯। ৩০ জন শ্রমিকের ঘণ্টা প্রতি মজুরি (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো। ২০, ২২, ৩০, ২৫, ২৮, ৩০, ৩৫, ৪০, ২৫, ২০, ২৮, ৫০, ৪০, ৩৫, ৪০, ৩৫, ২৫, ৩৫, ৩৫, ৪০, ২৫, ২০, ৫০, ৪০, ৪৫, ৫০।

শ্রেণি ব্যবধান ৫ নিয়ে গণসংখ্যা গঠন কর।

সমাধান : এখানে মজুরি সংখ্যার সর্বনিম্ন সংখ্যামান ২০ এবং সংখ্যামান ৫০।

সুতরাং উপাত্তের পরিসর = (৫০−২০) + ১ = ৩১। সুতরাং বিন্যাসের জন্য শ্রেণিসংখ্যা $\frac{৩১}{৫}$ = ৬.২।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৭টি।

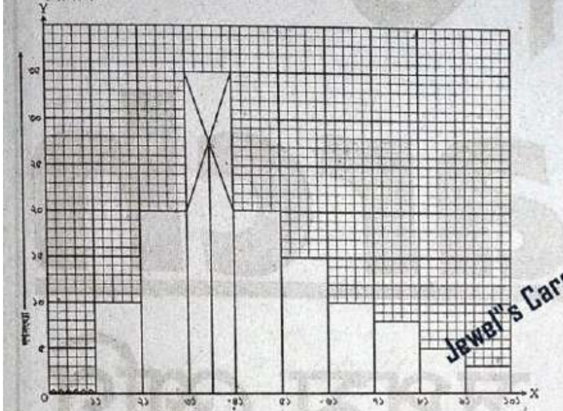
প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা সারণি হলো :

মজুরির শ্রেণি (টাকায়) শ্রেণি ব্যবধান ৫	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
১৬ – ২০	|||	৩
২১ – ২৫	𝍸	৫
২৬ – ৩০	𝍸	৫
৩১ – ৩৫	𝍸		৬
৩৬ – ৪০	𝍸		৬
৪১ – ৪৫	||	২
৪৬ – ৫০	|||	৩
	মোট	৩০

০। নিচের গণসংখ্যা সারণি হতে আয়তলেখ আঁক :

শ্রেণিব্যাপ্তি	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
গণসংখ্যা	১০	২০	৩৫	২০	১৫	১০	৮	৫	৩

সমাধান :



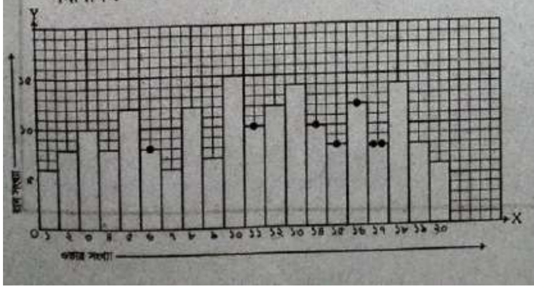
x অক্ষ বরাবর শ্রেণিব্যাপ্তি এবং y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা ধরে আয়তলেখ আঁকা হলো। এখানে x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রবর্গের ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রবর্গের ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরা হয়েছে।

প্রচুরক নির্ণয়: এখানে চিত্রায়িত আয়তলেখ থেকে দেখা যায়, বেশি সংখ্যক গণসংখ্যা বিশিষ্ট শ্রেণি (৩০.৫–৪০.৫০) এর মধ্যে। সুতরাং প্রচুরক এই শ্রেণিতে বিদ্যমান। প্রচুরক নির্ধারণ করার জন্য আয়তের উপরিভাগ কৌণিক বিন্দু থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশের আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করা হয়। এদের ছেদ বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর যে লম্ব টানা হয়েছে তা x-অক্ষকে ৩৬ বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং প্রচুরক ৩৬।

১১। আন্তর্জাতিক মানের T–২০ ক্রিকেট খেলায় কোনো দলের সংগৃহীত রান এবং উইকেট পতনের পরিসংখ্যান নিচের সারণিতে দেওয়া হলো। আয়তলেখ আঁক।

ওভার	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	১০
রান	৬	৮	১০	৮	১২	৮	৬	১২	৭	১৫
উইকেট	০	০	০	০	০	১	০	০	০	০
ওভার	১১	১২	১৩	১৪	১৫	১৬	১৭	১৮	১৯	২০
রান	১০	১২	১৪	১০	৮	১২	৮	১৪	৮	৬
উইকেট	১	০	০	১	১	১	২	০	০	০

সমাধান :



x অক্ষ বরাবর ২ ঘরকে ওভার এবং y অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে রান ধরা হয়েছে। যে ওভারে উইকেটের পতন হয় সেই ওভারে সংগৃহীত রানের উপরে '০' চিহ্ন দিয়ে উইকেট পতন বোঝানো হয়েছে। এভাবে আয়তলেখটি আঁকা হয়েছে।

১২। তোমাদের শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা (সে.মি.) নিচে দেওয়া হলো। উচ্চতার আয়তলেখ আঁক এবং এর থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

১৪৫, ১৬০, ১৫০, ১৫৫, ১৪৮, ১৫২, ১৬০, ১৬৫, ১৭০, ১৬০, ১৭৫, ১৬৫, ১৮০, ১৭৫, ১৬০, ১৬৫, ১৪৫, ১৫৫, ১৭৫, ১৭০, ১৬৫, ১৭৫, ১৪৫, ১৭০, ১৬৫, ১৬০, ১৮০, ১৭০, ১৬৫, ১৫০।

সমাধান : শিক্ষার্থীদের উচ্চতার সর্বনিম্ন মান ১৪৫ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যামান ১৮০।

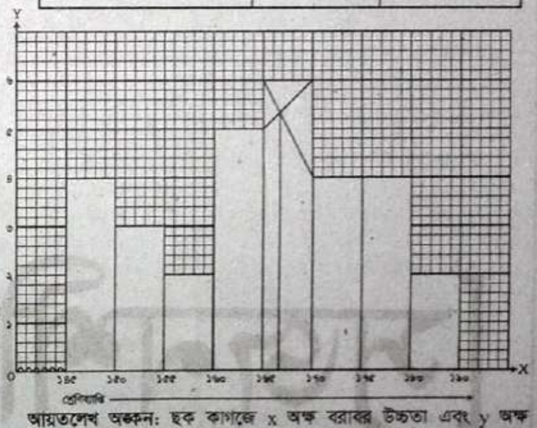
∴ প্রদত্ত উপাত্তের পরিসর = (১৮০–১৪৫) + ১ = ৩৬।

সুতরাং ৫ শ্রেণি বিন্যাসের জন্য শ্রেণিসংখ্যা $\frac{৩৬}{৫}$ = ৭.২।

∴ শ্রেণি সংখ্যা হবে ৮টি।

শিক্ষার্থীদের উচ্চতার গণসংখ্যা সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
১৪৫ – ১৫০	||||	৪
১৫০ – ১৫৫	|||	৩
১৫৫ – ১৬০	||	২
১৬০ – ১৬৫	𝍸	৫
১৬৫ – ১৭০	𝍸		৬
১৭০ – ১৭৫	||||	৪
১৭৫ – ১৮০	||||	৪
১৮০ – ১৮৫	||	২
	মোট	৩০



আয়তলেখ অঙ্কন: ছক কাগজে x অক্ষ বরাবর উচ্চতা এবং y অক্ষ বরবার শিক্ষার্থীদের ধরে আয়তলেখ আঁকা হলো। এখানে x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রত্যেক বাহুর একক ধরে y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্র বর্গের ৫ বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরা হয়েছে। x অক্ষে ০ থেকে ১৪৫ পর্যন্ত আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন দেওয়া হলো।

প্রচুরক নির্ণয়: এখানে চিত্রায়িত আয়তলেখ থেকে দেখা যায়, বেশি সংখ্যক শিক্ষার্থীর উচ্চতা ১৬৫ থেকে ১৭০ এর মধ্যে। প্রচুরক নির্ধারণ করার জন্য আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুদ্বয় থেকে দুইটি আড়াআড়ি রেখাংশের আগের ও পরের আয়তের উপরিভাগের কৌণিক বিন্দুর সাথে সংযোগ করা হয়। এদের ছেদ বিন্দু থেকে x-অক্ষের উপর যে লম্ব টানা হয়েছে তা x-অক্ষকে ১৬৬.৭ (প্রায়) বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং শিক্ষার্থীর উচ্চতার প্রচুরক হলো ১৬৬.৭ সে.মি. (প্রায়)।