

সকল বোর্ড  
2018-19

100%  
NCTB  
Format



বোর্ড প্রশ্ন এবং  
নির্বাচনি পরীক্ষার  
প্রশ্নের অধ্যায়ভিত্তিক বিন্যাস

SSC

NCTB কর্তৃক পরিবর্তিত সর্বশেষ প্রশ্নকাকামো অনুসরণে

Jewel's Care Collected

বোর্ড বইয়ের পূর্ণাঙ্গ সমাধান সংবলিত

গণিত

Research

[নবম থেকে দশম শ্রেণির এসএসসি পরীক্ষার্থীদের জন্য]

অনুশীলনমূলক অংশ

← সৃজনশীল + বহুনির্বাচনি



দোলনা প্রকাশনী  
৩৭, বিশাল বুক কমপ্লেক্স (২য় তলা)  
বাংলাবাজার, ঢাকা। মোবা-০১৭১২৮০৪৪৪৮

সকল বোর্ড  
2018-19

বোর্ড বই, বোর্ড প্রশ্ন  
এবং নির্বাচনি পরীক্ষার  
প্রশ্নের অধ্যায়ভিত্তিক বিন্যাস

দোলনা

Format  
NC-1-B

SSC

গণিত

Jewel's Care Collected

Research

বোর্ড বইয়ের  
পূর্ণাঙ্গ সমাধান সংবলিত

সৃজনশীল + বহুনির্বাচনি

রচনা ও সম্পাদনায়

মো. খোরশেদ আলম  
বি.এস-সি. (অনার্স); এম.এস-সি. (গণিত)  
সিনিয়র শিক্ষক  
বীরশ্রেষ্ঠ মুনী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

মো. আতিকুর রহমান  
বি.এস-সি. (অনার্স); এম.এস-সি. (গণিত) রা. বি.:  
বি.এড. (প্রথম শ্রেণি); পরীক্ষক ঢাকা বোর্ড  
প্রাক্তন শিক্ষক (গণিত)  
ঢাকা ক্যান্টন. পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ  
সিনিয়র শিক্ষক (গণিত)  
বাংলাদেশ ব্যাংক উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা

মো. মাসুদ আনোয়ার  
বি.এস-সি. (অনার্স); ঢা. বি.  
সহ: প্র: পি: (নতুন কৃষ্টি হাই স্কুল, ঢাকা)  
পরিচালক (টাইলডেম ইন্সটা: স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা)

সার্বিক সহযোগিতায়

তৌহিদুর রহমান  
গণিত বিভাগ  
জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়

মো: আল-আমীন  
পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ  
ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

মো: ফজলুল হক  
বি.এস-সি. (অনার্স);  
এম.এস. (প্রশিক্ষিত) চ. বি.

ইকরা লাইব্রেরি-১

05 JUL 2017

01912227004



দোলনা প্রকাশনী  
৩৭, বিশাল বুক কমপ্লেক্স (২য় তলা)  
বাঙ্গাবাজার, ঢাকা। মোবা-০১৭১২৮০৪৪৮

প্রকাশক :

আশেক মাহমুদ

ফোন : ০১৭১২৮০৪৪৪৮

ব্যবস্থাপনায় :

মোঃ আনিসুর রহমান

মোবাইল : ০১৭২১৩৪৩৬৫৮

বিপণন ব্যবস্থাপনায় :

মোঃ জাহাঙ্গীর আলম

মোবাইল : ০১৮২৩৬৮২১৯১

Jewel's Care Collected

প্রচ্ছদ ও বর্ণবিন্যাস : দোলনা কম্পিউটার এন্ড গ্রাফিক্স সিস্টেম।

ই-মেইল : dolna\_prokashani@yahoo.com

[All rights reserved by the publisher]

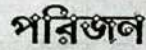
**☞ Date of Publication**

1st Edition : 26 May, 2014  
2nd Edition : 01 April, 2015  
3rd Edition : 07 March, 2016  
4th Edition : 26 February, 2017

**Trade Mark**



No. 116338



No. 131626

[Government of the People's Republic of Bangladesh]

মূল্য ৩০০/-

০১৭১২৮০৪৪৪৮

## সূচিপত্র

ক্রমিক অধ্যায়	বিষয়	বোর্ড বই অংশ	সৃজনশীল	বহুনির্বাচনি
০	প্রথম অধ্যায় : বাস্তব সংখ্যা	৯	১৫০	২৪৭
০	দ্বিতীয় অধ্যায় : সেট ও ফাংশন	১৫	১৫৫	২৫৫
০	তৃতীয় অধ্যায় : বীজগণিতিক রাশি	২২	১৬২	২৬৯
০	চতুর্থ অধ্যায় : সূচক ও লগারিদম	৩৭	১৭২	২৮৬
০	পঞ্চম অধ্যায় : এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ	৪৩	১৭৬	৩০০
০	ষষ্ঠ অধ্যায় : রেখা, কোণ ও ত্রিভুজ	৫১	১৭৮	৩০৭
০	সপ্তম অধ্যায় : ব্যবহারিক জ্যামিতি	৫৭	১৮১	৩২১
০	অষ্টম অধ্যায় : বৃত্ত	৬৪	১৮৪	৩২৫
০	নবম অধ্যায় : ত্রিকোণমিতিক অনুপাত	৭৫	১৯০	৩৩৮
০	দশম অধ্যায় : দূরত্ব ও উচ্চতা	৮৫	২০৪	৩৫৯
০	একাদশ অধ্যায় : বীজগণিতীয় অনুপাত ও সমানুপাত	৯০	২০৯	৩৬৬
০	দ্বাদশ অধ্যায় : দুই চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ	৯৯	২১৩	৩৭২
০	ত্রয়োদশ অধ্যায় : সসীম ধারা	১১১	২১৬	৩৮২
০	চতুর্দশ অধ্যায় : অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা	১২০	২২২	৩৯০
০	পঞ্চদশ অধ্যায় : ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য	১২৯	২২৫	৪০১
০	ষষ্ঠদশ অধ্যায় : পরিমিতি	১৩৪	২২৭	৪০৪
০	সপ্তদশ অধ্যায় : পরিসংখ্যান	১৪৯	২৩৭	৪৩৬
০	প্রশ্ন ব্যাংক : (সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি)		৪৫০	৪৬৮

Jewel's Care Collected

## মানবণ্টন

পূর্ণমান - ১০০

- ▶ সৃজনশীল প্রশ্নের জন্য ৭০ নম্বর এবং বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য ৩০ নম্বর বরাদ্দ আছে।
- ▶ প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের নম্বর ১০ এবং প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের নম্বর ১।

### সৃজনশীল প্রশ্ন: ৭০ নম্বর

- ✓ বীজগণিত অংশ থেকে ৩টি, জ্যামিতি অংশ থেকে ৩টি, ত্রিকোণমিতি অংশ থেকে ৩টি এবং পরিসংখ্যান অংশ থেকে ২টি করে মোট ১১টি প্রশ্ন থাকবে।
- ✓ বীজগণিত অংশ থেকে ২টি, জ্যামিতি অংশ থেকে ২টি, ত্রিকোণমিতি অংশ থেকে ২টি এবং পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১টি করে মোট ৭টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।
- ▶ বীজগণিত অংশের অধ্যায়সমূহ = (প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ, পঞ্চম, একাদশ, দ্বাদশ, ত্রয়োদশ)
- ▶ জ্যামিতি অংশের অধ্যায়সমূহ = (ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম, পঞ্চদশ)
- ▶ ত্রিকোণমিতি অংশের অধ্যায়সমূহ = (নবম, দশম, ষষ্ঠদশ)
- ▶ পরিসংখ্যান অংশের অধ্যায় = (সপ্তদশ)

### বহুনির্বাচনি প্রশ্ন : ৩০ নম্বর

- ✓ ৩০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থাকবে সবকয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

## [একনজরে গাণিতিক পরিভাষাসমূহ]

অক্ষ - Axis	উপসেট- Subset
অঙ্ক - Sum	উল্টা- Reciprocal (যেমন x এর Reciprocal = $\frac{1}{x}$ )
অঙ্কন - Drawing	উল্লম্ব রেখা - Vertical line
অতিভুজ - Hypotenuse	উল্লম্বিক নয়- Non-Vertical
আদিবিন্দু - Initial point	উৎপাদক/গুণনীয়ক - Factor
অধিচাপ - Major arc	উৎপাদক উপপাদ্য- Factor theorem
অনন্য - Unique	উৎপাদক বিশ্লেষণ - Factorization
অনন্ত সেট/ অসীম সেট- Infinite set	এক-এক ফাংশন - One - one function
অনির্ভরশীল - Independent	এক-এক সম্পর্কমুক্ত - One-one correspondence
অনুক্রম - Sequence	এককেন্দ্রিক - Concentric
অনুপাত - Ratio	একমাত্রিক - One- dimensional
অনুবন্ধী - Conjugate	একান্তর কোণ- Alternate angle
অনুবন্ধী চাপ - Conjugate arc	একান্তর বৃত্তাংশ - Alternate segment of circle
অনুভূমিক রেখা - Horizontal line	একান্তরকরণ - Alternando
অনুরূপ কোণ- Similar angle	কর্ণ- Diagonal
অনুসিদ্ধান্ত - Corollary	কার্তেসীয় গুণজ - Cartesian product
অন্তর সেট - Difference set	কাল্পনিক সংখ্যা- Imaginary Number
অন্তর্বিখণ্ডক - Interior bisector	ক্যালকুলেটর - Calculator
অন্তর্বৃত্ত - Inscribed Circle	কেন্দ্র - Center
অন্তর্লিখিত - Inscribed	কোণ- Angle
অন্তঃবিন্দু - Terminal point	কোণক - Cone
অন্তঃস্থ - Interior	কোটি- Ordinate
অন্য - Relation	ক্রমজোড়- Ordered pair
অপনয়ন - Elimination	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা - Cumulative frequency
অপ্রকৃত ভগ্নাংশ - Improper fraction	ক্ষেত্রফল - Area
অবনতি কোণ- Angle of depression	গড়- Average
অবরোধী পদ্ধতি - Deductive method	গণসংখ্যা বাহুভুজ - Frequency polygon
অবস্থান ভেক্টর - Positive vector	গণিত- Mathematics
অবান্তর - Extraneous	গ.সা.গু.- Highest Common Multiple
অবান্তর মূল - Extraneous root	গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি- Mathematical Induction method
অভিক্ষেপ - Projection	গুণ- Multiplication
অভেদ- Identity	গুণিতক - Multiple
অমূলদ সংখ্যা - Irrational number	গুণোত্তর ধারা - Geometric Progression
অর্ধগোলক - Hemi Sphere	গোলক - Sphere
অর্ধবৃত্ত - Semi circle	গোলকীয় - Spherical
অষ্টভুজ - Octagon	ঘড়ির কাঁটার দিকে - Clockwise
অসঙ্গতিপূর্ণ- Inconsistent	ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে- Anticlockwise
অসমতা- Inequality	ঘনক- Cube, Cuboids
অংশক - Mantissa	ঘন/ত্রিঘাত - Cubic
আড়গুণন- Cross multiplication	ঘন জ্যামিতি- Solid Geometry
আদিবাহু - Initial side	ঘনবস্তু/ নিরেট- Solid
আবৃত্ত দশমিক - Recurring decimal	ঘাত/ শক্তি- Power
আরোহ পদ্ধতি - Induction method	চক্র - Cyclic
আরোহী পদ্ধতি - Inductive method	চক্রবৃদ্ধি মুনাফা- Compound profit
আয়তক্ষেত্র - Rectangle	চতুর্ভাগ- Quadrant
আয়তাকার- Rectangular	চতুর্ভুজ - Quadrilateral
আয়তাকার ঘনবস্তু- Rectangular parallelepiped/ solid	চতুষ্তলক - Tetrahedron
আয়তন- Volume	চলক/চলরাশি- Variable
আংশিক- Partial	চীদা - Protractor
আংশিক ভগ্নাংশ - Partial fraction	চাপ/ বৃত্তচাপ - Arc
আংশিক সমষ্টি - Partial sum	চিত্র- Diagram
উচ্চতা - Height	ছেদক - Intersector
উন্নতি কোণ- Angle of elevation	ছেদ সেট- Intersection set
উপচাপ - Minor arc	জ্যা- Chord
উপপাদ্য - Theorem	

Jewel's Care Collected



ভাজা - Dividend
ভারকেন্দ্র - Center of gravity.
ভুজ - Abscissa
ভূমি/ ভিত্তি - Base/ Adjacent side
ভেদ - Variation
ভেনচিত্র - Venn Diagram
মধ্যমা - Median
মাত্রা - Dimension
মূল - Root
মূলদ ভগ্নাংশ - Rational fraction
মূলদ সংখ্যা - Rational number
মূলধন - Capital
মৌলিক সংখ্যা - Prime Number
যোগ - Addition
যোজন - Components/ Compendia
রম্বস - Rhombus
রশ্মি - Ray
রাশি - Quantity
রেখা - Line
রেখাচিত্র - Line diagram
রেখাংশ - Line segment
রৈখিক যুগল কোণ - Linear angles
লগারিদম - Logarithm
লব - Denominator
লম্ব - Orthogonal/ Opposite side/ Perpendicular
লম্ব অভিক্ষেপ - Orthogonal projection
ল.সা.গু. - Lowest Common Multiple
শক্তি সেট - Power set
শতকরা - Percentage
শিরঃকোণ - Vertical angle
শীর্ষকিন্দু - Vertex
শূন্যায়ন পদ্ধতি - Vanishing method
ষড়ভুজ - Hexagon
ষাটমূলক পদ্ধতি - Sexagesimal system
সঙ্গতিপূর্ণ - Consistent
সঙ্করপথ - Locus
সত্তা - Entity
সদৃশ - Similar
সদৃশকোণী - Equiangular
সদৃশতা - Similarity
সন্নিহিত কোণ - Adjacent angle
সপ্তভুজ - Heptagon
সমকোণ - Right angle
সমকোণী ত্রিভুজ - Right angled triangle
সমতল - Plane Surface
সমতল জ্যামিতি - Plane Geometry
সমতুল সেট - Equivalent sets
সমদ্বিখন্ডক - Bisector
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ - Isosceles triangle
সমবাহু ত্রিভুজ - Equilateral triangle
সমকিন্দু রেখা - Concurrent
সমবৃত্ত - CO- cyclic
সমমাত্রিক - Homogeneous
সমমাত্রিক বহুপদী - Homogeneous Polynomial
সমরেখা/ সমরেখ কিন্দু - Collinear
সমাধান - Solution
সমানুপাত - Proportion

Jewel's Care Collected

সমানুপাতিক - proportional
সমান্তর ধারা - Arithmetic Progression
সমান্তরাল - Parallel
সমীকরণ - Equation (এতে একটি vowel- ই বিদ্যমান)
সম্মাত কিন্দু - Point of concurrence
সম্পাদ্য - Problem
সম্পূরক কোণ - Supplementary angle
সরল অনুপাত - Simple ratio
সরল কোণ - Straight angle
সরল ভেদ - Direct Variation
সরল মুনাফা - Simple profit
সরল রেখা - Straight line
সরলরৈখিক - Linear
সরলীকরণ - Simplification
সর্বসম - Congruent
সসীম ধারা - Finite series
সসীম সেট - Finite set
সহগ - Co- efficient
সহযোজন নিয়ম - Associative law
সহসমীকরণ - Simultaneous equation
সংখ্যা গুণিতক - Scalar multiple
সংখ্যা রেখা - Number line
সংযোগ সেট - Union set
সংযোজিত ফাংশন - Composite function
সাধারণ নির্বচন - General enunciation
সাধারণ বা আদর্শ রূপ - Standard form
সাধারণ লগারিদম - Normal Logarithm
সামান্তরিক - Parallelogram
সার্বিক ফাংশন - Onto Function
সার্বিক সেট - Universal set
সিলিন্ডার/বেলন - Cylinder
সুখম চতুস্তলক - Regular Tetrahedron
সুখম প্রিজম - Regular Prism
সূক্ষকোণ - Acute angle
সূক্ষকোণী ত্রিভুজ - Acute angled triangle
সূচক - Exponent
সূচক সমীকরণ - Indicial equation
সূচকীয় - Exponential
সূত্র - Law
সেট - Set
সেট গঠন পদ্ধতি - Set builder method
সেটের সমতা - Equality of sets
স্পর্শ জ্যা - Chord of contact
স্পর্শ কিন্দু - Point of contact
স্পর্শক - Tangent
স্বতঃসিদ্ধ - Axiom
স্বাভাবিক সংখ্যা - Natural/ Real number
স্বীকার/ স্বতঃসিদ্ধ - Postulate
স্থান - Space
স্থানাঙ্ক - Co-ordinate
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি - Coordinate Geometry
স্থূল কোণ - Obtuse angle
স্থূলকোণী ত্রিভুজ - Obtuse angled triangle
হর - Numerator
হেলানো উচ্চতা - Slant height
হেলানো তল - Leaning Surface

[গণিতে ব্যবহৃত সাংকেতিক চিহ্নসমূহ]

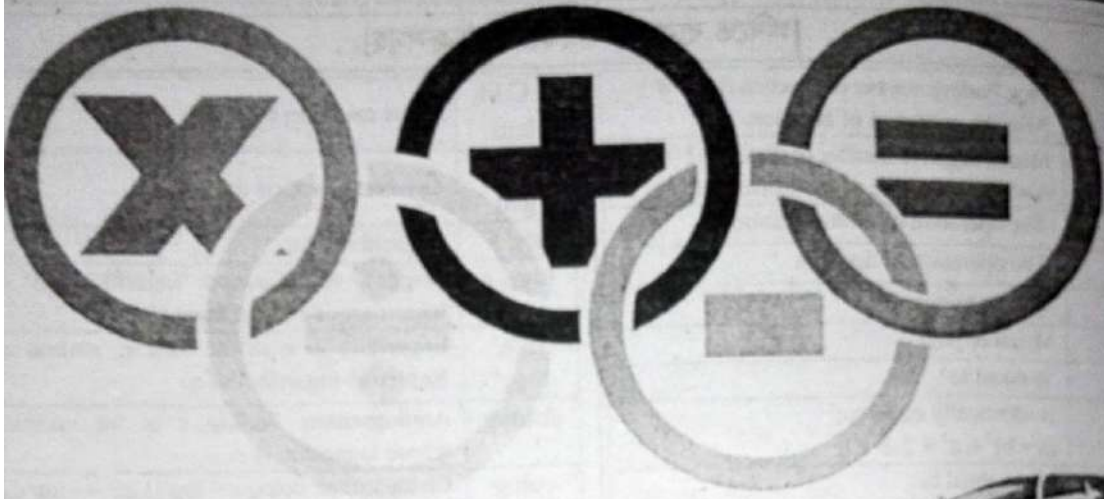
+	Plus; Positive number of direction ( $Lat + 8^\circ$ ); Also the operation of addition.
-	Minus; negative number of direction ( $-6^\circ F$ ); Also the operation of multiplication
$\times$ or $\cdot$	The operation of multiplication
$\div$	The operation of division
$\pm$	Plus or minus
$\mp$	Minus or plus
=	Is equal to
$\equiv$	Is identically equal to; $(a + b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$
$\neq$	Is not equal to
>	Is greater than.
<	Is less than.
$\geq$	Is greater than or equal to.
$\leq$	Is less than or equal to.
$\rightarrow$	Approaches : $x \rightarrow a$ , $x$ approaches $a$ .
...	And so on ; $1 + 3 + 5 + \dots$
$ab$ , $a \cdot b$ , $a \times b$	$a$ times $b$ .
$a(b + c)$	$a$ times the sum of $b$ and $c$ .
$a/b$ , $\frac{a}{b}$	Ratio of $a$ to $b$ ; $a$ divided by $b$ .
$a \div b$ , $a$ : $b$	
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , $a:b::c:d$	Proportion; $a$ is to $b$ as $c$ is to $d$ .
$\propto$	Varies as; is proportional to.
$\infty$	Infinity.
$ x $	Absolute value of $x$ .
$\cup$	Union of sets.
$\cap$	Intersection of sets.
$\subset$	Is included in as a subset of.
$\supset$	Is an element of or contained in.
$a^n$	The net power of $a$ : $a \cdot a \cdot a \dots$ to $n$ factors.
$\sqrt{\quad}$ , $\sqrt{\quad}$	Radical sign.; square root.
$a^{1/n}$ , $\sqrt[n]{a}$	The $n^{\text{th}}$ root of $a$ .
$a^{-n}$	the reciprocal of $a^n$ , i.e. $1/a^n$ .
$\exp x$	Exponential $x$ , or $e^x$ , where $e$ is the base of natural logarithms, 2.71828 approx.
$\{ \}$ , $[ ]$ , $( )$ , $\{ \}$ , $\{ \}$	Parenthesis, brackets, brace, and vinculum, respectively; signs of aggregation that enclose quantities to be taken together.

L.C.M, lcm	Least common multiple.
G.C.D, gcd	Greatest common divisor.
$\log a$	Logarithm of $a$ .
$\log_{10} a$	Briggs's or common logarithm of $a$ ; logarithm of $a$ to the base 10.
In $a$ , $\log_e a$	Logarithm of $a$ to the base $e$ ; natural or Napierian logarithm of $a$ .
antilog	Antilogarithm: antilog $c$ is the number whose logarithm is $c$ .
colog	Co logarithm: $\text{colog } a = \log(1/a) = -\log a$ .
$e$	Base of natural system of logarithms. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = 2.71828 \dots$ ; charge on an electron; eccentricity of a conic section. Imaginary unit; $\sqrt{-1}$ ; in physics, a symbol for electric current; a running, or general, subscript of superscript.
$\sum$ , $\sum_i^x$	Summation: sum of infinitely many term of a type indicated.
$f(x)$ , $F(x)$ , $\phi(x)$ , etc.	Function of $x$ .
$f(x,y)$	Function of $x$ and $y$ .

Elementary and Analytic Geometry

$\angle, \sphericalangle$	Angle, angles: $\angle ABC$ , $\angle D$ , $\angle G$ and $H$
$\square$	Right angle
$\Delta, \triangle$	Triangle, triangles.
rt, $\triangle$	Right angled triangle
$\square$	Parallelogram.
$\odot, \circ$	Circle, circles
$\perp$	Perpendicular; is perpendicular to.
$\parallel$	Parallel; is parallel to.
$\cong, \equiv$	Congruent; is congruent to.
$\sim$	Similar; is similar to.
$\widehat{AB}$	Arc: $\widehat{AB}$ means arc $AB$ .
$\therefore$	Therefore.
$\because$	Since; because.
$^\circ$	Degrees of arc or angle; of temperature
'	Minutes of arc or angle; feet.
"	Seconds of arc or angle; inches.
$\pi$	Pi. the ratio of the circumference of a circle to its diameter = 3.14159. In angular measure $\pi$ radians is equal to $180^\circ$ .





*jewel's Care Collected*

দৌলিনা

SSC

গণিত

**Research**

[বোর্ড বই সমাধান অংশ]

▶▶ প্রথম অধ্যায় :

বাস্তব সংখ্যা (Real Numbers)

▶▶ অনুশীলনী ১

- নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা?
 

Ⓐ 3      Ⓑ  $\sqrt{\frac{16}{9}}$       Ⓒ  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$       Ⓓ  $\frac{5}{\sqrt{3}}$
- a, b, c, d চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা হলে নিচের কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা?
 

Ⓐ abcd      Ⓑ ab + cd      Ⓒ abcd + 1      Ⓓ abcd - 1
- 1 থেকে 10 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যা কয়টি?
 

Ⓐ 3      Ⓑ 4      Ⓒ 5      Ⓓ 6
- কোনটি সকল পূর্ণসংখ্যার সেট?
 

Ⓐ {..., -4, -2, 0, 2, 4, ...}      Ⓑ {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}

Ⓒ {..., -3, -1, 0, 1, 3, ...}      Ⓓ {0, 1, 2, 3, 4}
- বাস্তব সংখ্যার ক্ষেত্রে -
 

i. বিজোড় সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা  
 ii. দুইটি জোড় সংখ্যার গুণফল 4 এর গুণিতক  
 iii. পূর্ণবর্গ নয় এমন সংখ্যার বর্গমূল মূলদ সংখ্যা  
 নিচের কোনটি সঠিক?
 

Ⓐ i ও ii      Ⓑ i ও iii      Ⓒ ii ও iii      Ⓓ i, ii ও iii
- তিনটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল সর্বদাই নিচের কোনটি দ্বারা বিভাজ্য হবে?
 

Ⓐ 3      Ⓑ 5      Ⓒ 7      Ⓓ 11
- a এবং b দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা।
 

Ⓐ উপরের তথ্যের আলোকে নিচের q ও r নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- নিচের কোনটি বিজোড় সংখ্যা?
 

Ⓐ a<sup>2</sup>      Ⓑ b<sup>2</sup>      Ⓒ a<sup>2</sup> + 1      Ⓓ b<sup>2</sup> + 2
- a<sup>2</sup> + b<sup>2</sup> এর সাথে নিচের কোনটি যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে?
 

Ⓐ -ab      Ⓑ ab      Ⓒ 2ab      Ⓓ 4ab

৯. প্রমাণ কর যে, (ক)  $\sqrt{5}$ ; (খ)  $\sqrt{7}$ ; (গ)  $\sqrt{10}$  প্রত্যেকে অমূলদ সংখ্যা।

(ক)  $\sqrt{5}$

**সমাধান** এখানে,  $4 < 5 < 9$

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3$$

সুতরাং  $\sqrt{5}$ , 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব,  $\sqrt{5}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।

মনে করি,  $\sqrt{5}$  মূলদ সংখ্যা।

$$\text{তাহলে, ধরি } \sqrt{5} = \frac{p}{q}$$

যেখানে p, q উভয়েই স্বাভাবিক সংখ্যা,  $q > 1$  এবং p, q সহমৌলিক।

$$\text{কলে, } 5 = \frac{p^2}{q^2} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 5q = \frac{p^2}{q} \text{ [q দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]}$$

এখানে,  $5q$  স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা। অপর পক্ষে  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ p ও q

স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$$\text{সুতরাং } \frac{p^2}{q}, 5q \text{ এর সমান হতে পারে না, অর্থাৎ } 5q \neq \frac{p^2}{q}$$

$\therefore \sqrt{5}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ,  $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

অতএব,  $\sqrt{5}$  অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(খ)  $\sqrt{7}$

**সমাধান** এখানে,  $4 < 7 < 9$

$$\text{বা, } \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

$$\text{বা, } 2 < \sqrt{7} < 3$$

$\therefore \sqrt{7}$ , 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব,  $\sqrt{7}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{7}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

মনে করি,  $\sqrt{7}$  মূলদ সংখ্যা।

$$\text{তাহলে, ধরি } \sqrt{7} = \frac{p}{q}$$

যেখানে, p, q উভয়েই স্বাভাবিক সংখ্যা,  $q > 1$  এবং p, q সহমৌলিক।

$$\text{বা, } 7 = \frac{p^2}{q^2} \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$7q = \frac{p^2}{q} \text{ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]}$$

এখানে,  $7q$  স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা। অপরপক্ষে  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$\therefore \frac{p^2}{q}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।

$\therefore \frac{p^2}{q}, 7q$  এর সমান হতে পারে না।

$\therefore \sqrt{7}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অতএব,  $\sqrt{7}$  অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(গ)  $\sqrt{10}$

**সমাধান** এখানে,  $9 < 10 < 16$

$$\therefore 3 < \sqrt{10} < 4$$

সুতরাং  $\sqrt{10}$ , 3 অপেক্ষা বড় কিন্তু 4 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব,  $\sqrt{10}$  পূর্ণসংখ্যা নয়।

তাহলে,  $\sqrt{10}$  মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

$\sqrt{10}$  মূলদ সংখ্যা হলে,

$$\text{ধরি, } \sqrt{10} = \frac{p}{q}$$

যেখানে, p, q  $\in \mathbb{N}$ , p, q পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$$\text{ফলে, } \sqrt{10} = \frac{p^2}{q^2} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \sqrt{10}q = \frac{p^2}{q} \text{ [q দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]}$$

এখানে,  $10q$  স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়। কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$

$\therefore \frac{p^2}{q}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।

সুতরাং,  $\frac{p^2}{q}, 10q$  এর সমান হতে পারে না।

অতএব,  $\sqrt{10}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অতএব,  $\sqrt{10}$  অমূলদ সংখ্যা।

১০. (ক) 0.31 এবং 0.12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

**সমাধান** এখানে,  $0.12 < 0.31$

মনে করি, 0.12 এবং 0.31 এর মধ্যে একটি অমূলদ সংখ্যা

$$a = 0.131331333 \dots$$

$$\text{এবং অপর অমূলদ সংখ্যা}$$

$$b = 0.212112111 \dots$$

এখানে,

$$\text{স্পষ্টত } 0.12 < 0.131331333 \dots < 0.31$$

$$\text{এবং } 0.12 < 0.212112111 \dots < 0.31$$

অর্থাৎ 0.12 ও 0.31 এর মধ্যে a ও b অবস্থিত এবং উভয়েই অমূলদ সংখ্যা।

$\therefore 0.121331333 \dots$  ও  $0.212112111 \dots$  দুটি অমূলদ সংখ্যা এবং উভয়েই

0.12 ও 0.31 এর মধ্যে অবস্থিত।

jewel's Care Collected

(খ)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  এবং  $\sqrt{2}$  এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

**সমাধান** ক্যালকুলেটরের সাহায্যে পাই,

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7072 \text{ এবং } \sqrt{2} = 1.4142$$

এখানে,  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  এবং  $\sqrt{2}$  এর মধ্যে

$$a = 0.8082$$

এবং  $b = 1.1212212221 \dots$  সংখ্যা দুটি বিবেচনা করি।

স্পষ্টত  $0.7072 < 0.8082 < 1.4142$  এবং  $0.8082$  একটি মূলদ সংখ্যা।

আবার,  $0.7072 < 1.1212212221 \dots < 1.4142$  এবং  $0.1212212221 \dots$  একটি অমূলদ সংখ্যা।

$\therefore 0.8082$  সংখ্যাটি মূলদ এবং  $0.1212212221 \dots$  সংখ্যাটি অমূলদ, যা  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

এবং  $\sqrt{2}$  এর মধ্যে অবস্থিত।

১১. (ক) প্রমাণ কর যে, যেকোনো বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

**সমাধান** মনে করি,  $n$  একটি বিজোড় পূর্ণ সংখ্যা।

তাহলে,  $n = 2x - 1$ ; যেখানে  $x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} \therefore n^2 &= (2x - 1)^2 \\ &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 \\ &= 4x^2 - 4x + 1 \\ &= 4x(x - 1) + 1 \end{aligned}$$

এখানে,  $4x(x - 1)$  সংখ্যাটি ২ দ্বারা বিভাজ্য। অর্থাৎ জোড় সংখ্যা।

$\therefore 4x(x - 1) + 1$  সংখ্যাটি বিজোড় পূর্ণ সংখ্যা।

$\therefore n^2$  বিজোড় পূর্ণ সংখ্যা।

সুতরাং সকল বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল ৪ (আট) দ্বারা বিভাজ্য।

**সমাধান** মনে করি, ক্রমিক জোড় সংখ্যা দুটি  $2x$  ও  $2x + 2$ ; যেখানে  $x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} \text{সংখ্যা দুটির গুণফল} &= 2x(2x + 2) \\ &= 2x \cdot 2(x + 1) \\ &= 4x(x + 1) \end{aligned}$$

এখানে,  $x$  ও  $x + 1$  দুটি ক্রমিক সংখ্যা, যাদের মধ্যে একটি জোড় সংখ্যা।

সুতরাং  $x(x + 1)$ , ২ দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অতএব,  $4x(x + 1)$  সংখ্যাটি  $4 \times 2$  বা ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল ৪ দ্বারা বিভাজ্য। (প্রমাণিত)

১২. আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ প্রকাশ কর :

(ক)  $\frac{1}{6}$

**সমাধান**  $\frac{1}{6}$

$$6 \overline{) 10} (0.166$$

$$\underline{6}$$

$$40$$

$$\underline{36}$$

$$40$$

$$\underline{36}$$

$$4$$

$$\therefore \frac{1}{6} = 0.16666 \dots = 0.1\bar{6}$$

$\therefore$  নির্ণেয় আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ 0.16

(খ)  $\frac{7}{11}$

**সমাধান**  $\frac{7}{11}$

$$11 \overline{) 70} (0.6363$$

$$\underline{66}$$

$$40$$

$$\underline{33}$$

$$70$$

$$\underline{66}$$

$$40$$

$$\underline{33}$$

$$7$$

$$\therefore \frac{7}{11} = 0.636363 \dots$$

$$= 0.6\bar{3}$$

$\therefore$  নির্ণেয় আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ 0.63

(গ)  $3\frac{2}{9}$

**সমাধান**  $3\frac{2}{9} = \frac{29}{9}$

$$9 \overline{) 29} (3.22$$

$$\underline{27}$$

$$20$$

$$\underline{18}$$

$$20$$

$$\underline{18}$$

$$2$$

$$\therefore 3\frac{2}{9} = 3.22222 \dots = 3.2\bar{2}$$

$\therefore$  নির্ণেয় আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ 3.2

(ঘ)  $3\frac{8}{15}$

**সমাধান**  $3\frac{8}{15} = \frac{53}{15}$

$$15 \overline{) 53} (3.5333$$

$$\underline{45}$$

$$80$$

$$\underline{75}$$

$$50$$

$$\underline{45}$$

$$50$$

$$\underline{45}$$

$$50$$

$$\underline{45}$$

$$5$$

$$\therefore 3\frac{8}{15} = 3.5333 \dots = 3.5\bar{3}$$

$\therefore$  নির্ণেয় আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ 3.53

১৩. সাধারণ ভগ্নাংশ প্রকাশ কর :

(ক) 0.2

$$0.2 = \frac{2 - 0}{9} = \frac{2}{9}$$

$\therefore$  নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ  $\frac{2}{9}$

jewel's Care Collected

(খ) 0.35

সমাধান  $0.35 = \frac{35 - 0}{99} = \frac{35}{99}$

∴ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ  $\frac{35}{99}$

(গ) 0.13

সমাধান  $0.13 = \frac{13 - 1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

∴ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ  $\frac{2}{15}$

(ঘ) 3.78

সমাধান  $3.78 = \frac{378 - 37}{90} = \frac{341}{90} = 3\frac{71}{90}$

∴ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ  $3\frac{71}{90}$

(ঙ) 6.2309

সমাধান  $6.2309 = \frac{62309 - 62}{9990}$   
 $= \frac{62247}{9990} = \frac{20,749}{3,330}$   
 $= 6\frac{769}{3,330}$

∴ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ  $6\frac{769}{3,330}$

১৪. সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) 2.3, 5.235

সমাধান প্রদত্ত ভগ্নাংশ: 2.3, 5.235

প্রদত্ত ভগ্নাংশ 2.3 ও 5.235 এর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0 ও 1। এখানে অনাবৃত্ত অংশের সর্বোচ্চ অঙ্ক সংখ্যা 1। সুতরাং অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

আবার, আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2।

1 ও 2 এর ল.সা.গু. = 2

∴ আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

∴  $2.3 = 2.333$

এবং  $5.235 = 5.235$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো হলো 2.333 ও 5.235

(খ) 7.26, 4.237

সমাধান প্রদত্ত ভগ্নাংশ 7.26 ও 4.237

প্রদত্ত ভগ্নাংশ 7.26 ও 4.237 এর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2। এখানে অনাবৃত্ত সর্বোচ্চ অঙ্ক সংখ্যা 2। সুতরাং অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2। আবার, ভগ্নাংশগুলোতে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1 যাদের ল.সা.গু. 1। সুতরাং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

∴  $7.26 = 7.266$

এবং  $4.237 = 4.237$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো হলো 7.266 ও 4.237

(গ) 5.7, 8.34, 6.245

সমাধান প্রদত্ত ভগ্নাংশ: 5.7, 8.34 ও 6.245

প্রদত্ত ভগ্নাংশ 5.7, 8.34 ও 6.245-এর অনাবৃত্ত অংশে কোনো অঙ্ক নেই। সুতরাং সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশের অনাবৃত্ত অংশে কোনো অঙ্ক থাকবে না। আবার, ভগ্নাংশগুলোতে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3 যাদের ল.সা.গু. 6। সুতরাং সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

∴  $5.7 = 5.777777$

$8.34 = 8.343434$

এবং  $6.245 = 6.245245$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো হলো 5.777777, 8.343434 ও 6.245245

(ঘ) 12.32, 2.19, 4.3256

সমাধান প্রদত্ত ভগ্নাংশসমূহ: 12.32, 2.19 ও 4.3256

প্রদত্ত ভগ্নাংশ 12.32, 2.19 ও 4.3256 এর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2, 1 ও 2। এখানে অনাবৃত্ত অংশের সর্বোচ্চ অঙ্ক সংখ্যা 2। সুতরাং অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

আবার, প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোতে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 1 ও 2। এখানে 1 ও 2 এর ল.সা.গু. = 2। সুতরাং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

∴  $12.32 = 12.3200$

$2.19 = 2.1999$

$4.3256 = 4.3256$

∴ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলো হলো 12.3200, 2.1999 ও 4.3256

১৫. যোগ কর :

(ক)  $0.45 + 0.134$

সমাধান এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 ও 1 এর ল.সা.গু. 1 অঙ্কের

$0.45 = 0.455$

$0.134 = 0.134$

$0.589$

∴ নির্ণেয় যোগফল = 0.589

(খ)  $2.05 + 8.04 + 7.018$

সমাধান এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 ও 1 এর ল.সা.গু. 1 অঙ্কের

$2.05 = 2.055$

$8.04 = 8.044$

$7.018 = 7.0180$

$17.1179$

∴ নির্ণেয় যোগফল = 17.1179

Jewel's Care Collected

(খ)  $0.006 + 0.92 + 0.0134$

**সমাধান** এখানে অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ২ এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ১, ২ ও ৩ এর ল.সা.গু ১

$$\therefore 0.006 = 0.00666666$$

$$0.92 = 0.92929292$$

$$0.0134 = 0.01341341$$

$$\begin{array}{r} 0.94937299 \\ +1 \\ \hline 0.94937300 \end{array}$$

$$\therefore \text{নির্ণয় যোগফল} = 0.94937300$$

১৬. বিয়োগ কর :

(ক)  $3.4 - 2.13$

**সমাধান** এখানে অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ১ এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা ১। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করি।

$$\therefore 3.4 = 3.44$$

$$\therefore 2.13 = 2.13$$

$$1.31$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বিয়োগফল} 1.31$$

(খ)  $5.12 - 3.45$

**সমাধান** এখানে অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ১ এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ১ ও ২ ল.সা.গু = ২ অঙ্কের। এখানে দশমিক সংখ্যা দুটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\text{সুতরাং } 5.12 = 5.121$$

$$\begin{array}{r} 3.45 = 3.455 \\ 1.666 \\ -1 \\ \hline 1.665 \end{array}$$

[২ হতে ১ বিয়োগ করলে হাতে ১ নিতে হবে।]

$$\therefore \text{নির্ণয় বিয়োগফল} = 1.665$$

(গ)  $8.49 - 5.356$

**সমাধান** এখানে, অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ২ এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ২। এখানে দশমিক সংখ্যা দুটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\text{সুতরাং } 8.49 = 8.4900$$

$$\begin{array}{r} 5.356 = 5.3565 \\ 3.1335 \\ -1 \\ \hline 3.1334 \end{array}$$

[১০ হতে ৬ বিয়োগ করলে হাতে ১ নিতে হবে।]

$$\therefore \text{নির্ণয় বিয়োগফল} = 3.1334$$

(ঘ)  $19.345 - 13.2349$

**সমাধান** এখানে, অনাবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ২ এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে ১ ও ৩ এর ল.সা.গু ৩। এখন দশমিক সংখ্যা দুটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$\text{সুতরাং } 19.345 = 19.34555$$

$$13.2349 = 13.23493$$

$$6.11062$$

$$\therefore \text{নির্ণয় বিয়োগফল} = 6.11062$$

১৭. গুণ কর :

(ক)  $0.3 \times 0.6$

**সমাধান**  $0.3 \times 0.6$

এখানে,  $0.3 = \frac{3}{10} = \frac{1}{3}$

এবং  $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$$\therefore 0.3 \times 0.6 = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$= 0.22222 \dots$$

$$= 0.2$$

$$\therefore \text{নির্ণয় গুণফল} 0.2$$

(খ)  $2.4 \times 0.81$

**সমাধান**  $2.4 \times 0.81$

এখানে,  $2.4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$

এবং  $0.81 = \frac{81}{100} = \frac{9}{11}$

$$\therefore 2.4 \times 0.81 = \frac{12}{5} \times \frac{9}{11}$$

$$= 2$$

$$\therefore \text{নির্ণয় গুণফল} 2$$

(গ)  $0.62 \times 0.3$

**সমাধান**  $0.62 \times 0.3$

এখানে,  $0.62 = \frac{62}{100} = \frac{31}{50} = \frac{28}{90} = \frac{28}{45}$

এবং  $0.3 = \frac{3}{10} = \frac{1}{3}$

$$\therefore 0.62 \times 0.3 = \frac{28}{45} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{28}{135}$$

$$= 0.2074074074 \dots$$

$$= 0.2074$$

$$\therefore \text{নির্ণয় গুণফল} 0.2074$$

(খ)  $42.\bar{18} \times 0.28$

সমাধান  $42.\bar{18} \times 0.28$

এখানে,  $42.\bar{18} = \frac{4218 - 42}{99} = \frac{4176}{99} = \frac{464}{11}$

এবং  $0.28 = \frac{28 - 2}{90} = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$

$\therefore 42.\bar{18} \times 0.28 = \frac{464}{11} \times \frac{13}{45}$   
 $= \frac{6032}{495}$   
 $= 12.18585858 \dots\dots$   
 $= 12.1\bar{85}$

$\therefore$  নির্ণেয় গুণফল 12.1 $\bar{85}$

১৮. ভাগ কর :

(ক)  $0.\dot{3} + 0.\dot{6}$

সমাধান এখানে,  $0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  এবং  $0.\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

$\therefore 0.\dot{3} + 0.\dot{6} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = \frac{1}{1} = 1$

$\therefore$  নির্ণেয় ভাগফল = 1

(খ)  $0.3\bar{5} + 1.\bar{7}$

সমাধান এখানে,  $0.3\bar{5} = \frac{35 - 3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$

এবং  $1.\bar{7} = \frac{17 - 1}{9} = \frac{16}{9}$

$\therefore 0.3\bar{5} + 1.\bar{7} = \frac{16}{45} + \frac{16}{9} = \frac{16}{45} + \frac{16 \times 5}{9 \times 5} = \frac{16}{45} + \frac{80}{45} = \frac{96}{45} = \frac{32}{15} = 2.\bar{13}$

$\therefore$  নির্ণেয় ভাগফল = 2.1 $\bar{3}$

(গ)  $2.3\bar{7} + 0.4\bar{5}$

সমাধান এখানে,

$2.3\bar{7} = \frac{237 - 23}{90} = \frac{214}{90}$  এবং  $0.4\bar{5} = \frac{45 - 4}{90} = \frac{41}{90}$

$\therefore 2.3\bar{7} + 0.4\bar{5} = \frac{214}{90} + \frac{41}{90} = \frac{214 + 41}{90} = \frac{255}{90} = \frac{17}{6} = 2.\bar{83}$

$\therefore$  নির্ণেয় ভাগফল 2.8 $\bar{3}$

$\therefore$  নির্ণেয় ভাগফল 5.21951

(ঘ)  $1.\bar{185} + 0.\bar{24}$

সমাধান এখানে,  $1.\bar{185} = \frac{1185 - 1}{999} = \frac{1184}{999}$

এবং  $0.\bar{24} = \frac{24}{99}$

$\therefore 1.\bar{185} + 0.\bar{24} = \frac{1184}{999} + \frac{24}{99} = \frac{1184}{999} + \frac{24 \times 11}{99 \times 11} = \frac{1184}{999} + \frac{264}{999} = \frac{1448}{999} = 1.\bar{448}$

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গফল 4.8

১৯. বর্গফল নির্ণয় কর (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গফলসহ আসন্ন মান লেখ :

(ক) 12

সমাধান 12-এর বর্গফল =  $\sqrt{12}$

3) 12 (3.464 .....

9

64 ) 300

256

686 ) 4400

4116

6924 ) 28400

27696

70400

9

64 ) 300

254

686 ) 4400

4116

6924 ) 28400

28696

70400

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গফল = 3.464 .....

$\therefore$  নির্ণেয় দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 3.46

(খ) 0.25

সমাধান .25-এর বর্গফল =  $\sqrt{.25}$

0.25 = 0.252525 .....

.5) 0.252525 ( 0.502 .....

25

1002 ) 2525

2004

52125

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গফল = 0.502 .....

$\therefore$  দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 0.50

(গ) 1.34

সমাধান 1.34 এর বর্গফল =  $\sqrt{1.34}$

1.34 = 1.34444444 .....

1) 1.34444444 (1.159 .....

1

21 ) 34

21

225 ) 1344

1125

2309 ) 21944

20781

116344

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গফল = 1.159 .....

$\therefore$  দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 1.16

(ঘ) 5.1302

সমাধান 5.1302-এর বর্গফল =  $\sqrt{5.1302}$

5.1302 = 5.13023023 .....

2) 5.13023023 (2.2650 .....

4

42 ) 113

84

446 ) 2902

2676

4525 ) 22630

22625

5

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গফল = 2.265 .....

$\therefore$  দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান = 2.27

২০. নিচের কোন সংখ্যাকে মূল্য এবং কোন সংখ্যাকে অমূল্য বর্ণনা কর :

- ক)  $0.4 = \frac{4}{10}$  মূল্য
- খ)  $\sqrt{9} = 3$  মূল্য
- গ)  $\sqrt{11}$  অমূল্য
- ঘ)  $\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  অমূল্য
- ঙ)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{2}}{7}$  অমূল্য
- চ)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{9}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{16}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$  মূল্য
- ছ)  $\frac{7}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{9}$  মূল্য

ক)  $5.639 = \frac{5639 - 5}{999} = \frac{5634}{999} = \frac{626}{111}$  মূল্য

- ২১.  $\sqrt{5}$  ও 4 দুইটি বস্তুর সম্মান।
- ক. কোনটি মূল্য ও কোনটি অমূল্য নির্দেশ কর।
- খ.  $\sqrt{5}$  ও 4 এর মধ্য দুইটি অমূল্য সংখ্যা নির্দেশ কর।
- গ. প্রমাণ কর যে,  $\sqrt{5}$  একটি অমূল্য সংখ্যা।

২২ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

ক) যেখানে, 4 মূল্য সংখ্যা এবং  $\sqrt{5}$  অমূল্য সংখ্যা।  
 খ) মনে কর, প্রদত্ত সংখ্যা,  $\sqrt{5} = 2.2361$  এবং 4 এর মধ্যে একটি সংখ্যা,  $a = 3.141141114$  .....  
 এর অপর সংখ্যাটি  $b = 3.565565556$  .....  
 সংখ্যা দুটি বিস্তারিত করি,  
 এখানে, স্পষ্টত,  $2.2361 < 3.141141114 < 4$   
 এবং  $2.2361 < 3.565565556 < 4$   
 $\therefore a$  ও  $b$  নির্ণেয় অমূল্য সংখ্যা যা  $\sqrt{5}$  ও 4 এর মধ্যে অবস্থিত।

২২) এখানে,  
 $4 < 5 < 9$   
 বা,  $2 < \sqrt{5} < 3$   
 সুতরাং  $\sqrt{5}$ , 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।  
 অতএব,  $\sqrt{5}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।  
 মনে করি,  $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$   
 তাহলে, ধরি  $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$   
 যেখানে  $p, q$  উভয়েই স্বাভাবিক সংখ্যা,  $q \neq 0$  এবং  $p, q$  সহমৌলিক এবং  $q > 1$   
 কলে,  $5 = \frac{p^2}{q^2}$  [কর্ণ করে]  
 বা,  $5q = \frac{p^2}{q}$  [q দ্বারা উভয়পক্ষকে গুণ করে]  
 এখানে,  $5q$  স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা। অপর পক্ষে,  $p^2$  এবং  $q$ -এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

$\therefore \frac{p^2}{q}$  পূর্ণ সংখ্যা নয়।  
 সুতরাং  $\frac{p^2}{q}$  এবং  $5q$ -এর সমান হতে পারে না।  
 $\therefore \sqrt{5}$ -এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।  
 অতএব,  $\sqrt{5}$  একটি অমূল্য সংখ্যা। (প্রমাণিত)

২২.  $n = 2x - 1$ , যেখানে  $x \in \mathbb{N}$
- ক.  $1.2$  কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।
  - খ. দেখাও যে,  $n^2$  কে 8 (আট) দ্বারা ভাগ করলে, প্রতিশেষে ৪ থাকবে।
  - গ. প্রমাণ কর যে,  $\sqrt{n}$  একটি অমূল্য সংখ্যা, যেখানে  $x = 10$ ।

২২ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

ক)  $1.2 = 1.2222 \dots$   
 $1.2 \times 10 = 1.222 \dots \times 10 = 12.222 \dots$   
 $1.2 \times 1 = 1.222 \dots \times 1 = 1.222 \dots$

বিয়োগ করে,  $1.2 \times 10 - 1.2 \times 1 = 11$   
 বা,  $1.2 \times (10 - 1) = 11$   
 বা,  $1.2 \times 9 = 11$   
 বা,  $1.2 = \frac{11}{9}$

$\therefore$  নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ  $\frac{11}{9}$

খ) দেওয়া আছে,  $n = 2x - 1$

বা,  $n^2 = (2x - 1)^2$   
 $= 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2$   
 $= 4x^2 - 4x + 1$   
 $\therefore n^2 = 4x(x - 1) + 1$   
 এখন,  $x = 2$  ধরে পাই,  
 $n^2 = 4 \cdot 2(2 - 1) + 1$   
 $= 8(1) + 1$   
 $= 9$

$8) 9(1)$   
 $8$   
 $1 \leftarrow$  ভাগশেষ

$8) 25(3)$   
 $24$   
 $1 \leftarrow$  ভাগশেষ

একইভাবে,  $x = 3$  হলে,  $n^2 = 25$

অর্থাৎ  $n^2$  কে 8 (আট) দ্বারা ভাগ করলে, প্রতিশেষে 1 ভাগশেষ থাকবে।

গ) দেওয়া আছে,  $n = 2x - 1$

প্রস্তুত,  $x = 10$  হলে,  $n = 2 \cdot 10 - 1$   
 $= 20 - 1$   
 $= 19$

$\therefore \sqrt{n} = \sqrt{19}$

প্রমাণ: প্রদত্ত সংখ্যা  $\sqrt{19}$

এখানে,  $16 < 19 < 25$

বা,  $4 < \sqrt{19} < 5$

সুতরাং  $\sqrt{19}$ , 4 অপেক্ষা বড় কিন্তু 5 অপেক্ষা ছোট।  
 অতএব, ইহা পূর্ণসংখ্যা নয়।

তাহলে,  $\sqrt{19}$  মূল্য অথবা অমূল্য সংখ্যা।

ধরি,  $\sqrt{19} = \frac{p}{q}$  মূল্য সংখ্যা

তাহলে,  $\sqrt{19} = \frac{p}{q}$  যেখানে,  $p$  ও  $q$  উভয়েই স্বাভাবিক সংখ্যা,  $q > 1$ ।

এক  $p$  ও  $q$  সহমৌলিক ( $p$  ও  $q$  এর মধ্যে)। কিন্তু কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

ফলে  $19 = \frac{p^2}{q^2}$

বা,  $19q = \frac{p^2}{q}$  [উভয়পক্ষকে  $q$  দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত  $19q$  পূর্ণসংখ্যা কিন্তু  $\frac{p^2}{q}$  পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ  $p$  ও  $q$  স্বাভাবিক সংখ্যা ও

এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং  $q > 1$ ।

$\therefore q > 1$

$\therefore 19q$  এবং  $\frac{p^2}{q}$  সমান হতে পারে না। অর্থাৎ  $19q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{19}$  এর মান  $\frac{p}{q}$  আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ  $\sqrt{19} = \frac{p}{q}$

$\therefore \sqrt{19}$  অমূল্য সংখ্যা। (প্রমাণিত)

## দ্বিতীয় অধ্যায় :

### সেট ও ফাংশন (Sets and Functions)

#### অনুশীলনী ২.১

১. নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক)  $\{x \in \mathbb{N} : x^2 > 9 \text{ এবং } x^3 < 130\}$

**সমাধান** প্রশ্নমতে,  $x$  উপাদানবিশিষ্ট সেটটি হলো স্বাভাবিক সংখ্যা  $\mathbb{N}$  এর একটি উপসেট, যেখানে উপাদানগুলোর বর্গ 9 এর চেয়ে বড় এবং ঘন 130 এর চেয়ে ছোট।

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

$x = 1$  হলে,  $x^2 = 1^2 = 1 < 9$  এবং  $x^3 = 1^3 = 1 < 130$ , শর্ত মানে না

$x = 2$  হলে,  $x^2 = 2^2 = 4 < 9$  এবং  $x^3 = 2^3 = 8 < 130$ , শর্ত মানে না

$x = 3$  হলে,  $x^2 = 3^2 = 9 > 9$  এবং  $x^3 = 3^3 = 27 < 130$ , শর্ত মানে না

$x = 4$  হলে,  $x^2 = 4^2 = 16 > 9$  এবং  $x^3 = 4^3 = 64 < 130$ , যা শর্ত মানে না

$x = 5$  হলে,  $x^2 = 5^2 = 25 > 9$  এবং  $x^3 = 5^3 = 125 < 130$ , যা শর্ত মানে না

$x = 6$  হলে,  $x^2 = 6^2 = 36 > 9$  এবং  $x^3 = 6^3 = 216 > 130$ , যা শর্ত মানে না

যেহেতু,  $x = 4, 5$  হলে প্রদত্ত শর্ত পূরণ হয়-

$\therefore$  নির্ণেয় সেটটি হলো  $\{4, 5\}$

(খ)  $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 \leq 36\}$

**সমাধান** যেসকল পূর্ণ সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 36 অপেক্ষা বড় নয় তাদের সেট।

পূর্ণ সংখ্যার সেট,  $Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

$x = 0$  হলে,  $x^2 = 0^2 = 0 < 5$  এবং  $x^3 = 0^3 = 0 < 36$

$x = 1$  হলে,  $x^2 = 1^2 = 1 < 5$  এবং  $x^3 = 1^3 = 1 < 36$

$x = 2$  হলে,  $x^2 = 2^2 = 4 < 5$  এবং  $x^3 = 2^3 = 8 < 36$

$x = 3$  হলে,  $x^2 = 3^2 = 9 > 5$  এবং  $x^3 = 3^3 = 27 < 36$

$x = 4$  হলে,  $x^2 = 4^2 = 16 > 5$  এবং  $x^3 = 4^3 = 64 > 36$

আবার,

$x = -1$  হলে,  $x^2 = (-1)^2 = 1 < 5$  এবং  $x^3 = (-1)^3 = -1 < 36$

$x = -2$  হলে,  $x^2 = (-2)^2 = 4 < 5$  এবং  $x^3 = (-2)^3 = -8 < 36$

$x = -3$  হলে,  $x^2 = (-3)^2 = 9 > 5$  এবং  $x^3 = (-3)^3 = -27 < 36$

$x = -4$  হলে,  $x^2 = (-4)^2 = 16 > 5$  এবং  $x^3 = (-4)^3 = -64 < 36$

$x = -5$  হলে,  $x^2 = (-5)^2 = 25 > 5$  এবং  $x^3 = (-5)^3 = -125 < 36$

.....

.....

.....

প্রদত্ত শর্তানুসারে,

গ্রহণযোগ্য পূর্ণ সংখ্যাসমূহ হলো 3 এবং -3, -4, -5, .....

$\therefore$  নির্ণেয় সেট =  $\{\dots, -5, -4, -3, 3\}$

বিশেষ দ্রষ্টব্য : পাঠ্য বইয়ের উত্তরে ভুল আছে।

(গ)  $\{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক এবং } 6 \text{ এর গুণিতক}\}$

**সমাধান** এখানে, নির্ণেয় সেটটি হবে - যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যা 36 এর গুণনীয়ক এবং 6 এর গুণিতক।

আমরা জানি,

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

এখন,

$$36 = 1 \times 36$$

$$= 2 \times 18$$

$$= 3 \times 12$$

$$= 4 \times 9$$

$$= 6 \times 6$$

$\therefore$  36 এর গুণনীয়ক যথাক্রমে 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ও 36

6 এর গুণিতক এরূপ সংখ্যা যথাক্রমে 6, 12, 18, 24, 30, 36, .....

$\therefore$  নির্ণেয় সেট =  $\{6, 12, 18, 36\}$

(ঘ)  $\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$

**সমাধান**  $\{x \in \mathbb{N} : x^3 > 25 \text{ এবং } x^4 < 264\}$

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট,  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$x = 1$  হলে,  $x^3 = 1^3 = 1 < 25$  এবং  $x^4 = 1^4 = 1 < 264$

$x = 2$  হলে,  $x^3 = 2^3 = 8 < 25$  এবং  $x^4 = 2^4 = 16 < 264$

$x = 3$  হলে,  $x^3 = 3^3 = 27 > 25$  এবং  $x^4 = 3^4 = 81 < 264$

$x = 4$  হলে,  $x^3 = 4^3 = 64 > 25$  এবং  $x^4 = 4^4 = 256 < 264$

$x = 5$  হলে,  $x^3 = 5^3 = 125 > 25$  এবং  $x^4 = 5^4 = 625 > 264$

শর্তানুসারে গ্রহণযোগ্য সংখ্যাসমূহ হলো 3 ও 4

$\therefore$  নির্ণেয় সেট =  $\{3, 4\}$

২. নিচের সেটগুলোকে সেট পঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক)  $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

**সমাধান** মনে করি,  $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এক 13 এর বড় নয়।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ বিজোড় সংখ্যা এক } 1 < x < 13\}$

(খ)  $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

**সমাধান** মনে করি,

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

$$36 = 1 \times 36$$

$$= 2 \times 18$$

$$= 3 \times 12$$

$$= 4 \times 9$$

$$= 6 \times 6$$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 36 এর গুণনীয়ক।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, 36 \text{ এর গুণনীয়ক}\}$

(গ)  $\{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

**সমাধান** মনে করি,

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 4 দ্বারা বিভাজ্য, অর্থাৎ 4 এর গুণিতক এক 40 এর সমান অথবা ছোট।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 40\}$

(ঘ)  $\{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

**সমাধান** মনে করি,

$A = \{\pm 4, \pm 5, \pm 6\}$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান পূর্ণ সংখ্যা।

জানা আছে, পূর্ণসংখ্যার সেট,

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

প্রদত্ত সেটের উপাদানগুলোর বর্গ 16 থেকে বড় অথবা 16 এর সমান এক ঘন 216 এর চেয়ে ছোট অথবা 216 এর সমান।

$\therefore A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 \geq 16 \text{ এবং } x^3 \leq 216\}$

৩.  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, a\}$  এবং  $C = \{2, a, b\}$  হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

(ক)  $B \setminus C$

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$B = \{1, 2, a\}$  এবং  $C = \{2, a, b\}$

এখন,  $B \setminus C = B - C$

$$= \{1, 2, a\} - \{2, a, b\} = \{1\}$$

$\therefore B \setminus C = \{1\}$

(খ)  $A \cup B$

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $A = \{2, 3, 4\}$

এবং  $B = \{1, 2, a\}$

$$\therefore A \cup B = \{2, 3, 4\} \cup \{1, 2, a\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, a\}$$

(গ)  $A \cap C$

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $A = \{2, 3, 4\}$

এবং  $C = \{2, a, b\}$

$$\therefore A \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{2, a, b\}$$

$$= \{2\}$$

Jewel's Care Collected



(খ)  $A \cup (B \cap C)$

সমাধান দেওয়া আছে,  $A = \{2, 3, 4\}$

$B = \{1, 2, a\}$

এবং  $C = \{2, a, b\}$

এখন,  $B \cap C = \{1, 2, a\} \cap \{2, a, b\}$   
 $= \{2, a\}$

$\therefore A \cup (B \cap C) = \{2, 3, 4\} \cup \{2, a\}$   
 $= \{2, 3, 4, a\}$

(গ)  $A \cap (B \cup C)$

সমাধান দেওয়া আছে,  $A = \{2, 3, 4\}$

$B = \{1, 2, a\}$

এবং  $C = \{2, a, b\}$

এখন,  $B \cup C = \{1, 2, a\} \cup \{2, a, b\}$   
 $= \{1, 2, a, b\}$

$\therefore A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\} \cap \{1, 2, a, b\}$   
 $= \{2\}$

৪.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$  এবং  $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  হলে, নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সত্যতা যাচাই কর :

(i)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সমাধান দেওয়া আছে,

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

এখন,

$A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B)$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
 $= \{7\}$

আবার,  $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 3, 5\}$   
 $= \{2, 4, 6, 7\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\}$   
 $= \{1, 3, 5, 7\}$

$\therefore A' \cap B' = \{2, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 7\}$   
 $= \{7\}$

$\therefore (A \cup B)' = A' \cap B'$

(ii)  $(B \cap C)' = B' \cup C'$

সমাধান দেওয়া আছে,

$B = \{2, 4, 6\}$

$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন,  $B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{4, 6\}$

$\therefore (B \cap C)' = U - (B \cap C)$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 6\}$   
 $= \{1, 2, 3, 5, 7\}$

আবার,  $B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\}$   
 $= \{1, 3, 5, 7\}$

এবং  $C' = U - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{1, 2\}$

$\therefore B' \cup C' = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{1, 2, 3\}$   
 $= \{1, 2, 3, 5, 7\}$

$\therefore (B \cap C)' = B' \cup C'$

(iii)  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

সমাধান দেওয়া আছে,

$A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন,  $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore (A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{3, 4, 5, 6\}$

আবার,  $A \cap C = \{1, 3, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{3, 5\}$

এবং  $B \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{4, 6\}$

$\therefore (A \cap C) \cup (B \cap C) = \{3, 5\} \cup \{4, 6\}$   
 $= \{3, 4, 5, 6\}$

$\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(iv)  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

সমাধান দেওয়া আছে,

$A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

$C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

এখন,  $A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$

$\therefore (A \cap B) \cup C = \emptyset \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{3, 4, 5, 6, 7\}$

আবার,  $A \cup C = \{1, 3, 5\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

এবং  $B \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$\therefore (A \cup C) \cap (B \cup C) = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$   
 $= \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$\therefore (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

৫.  $Q = \{x, y\}$  এবং  $R = \{m, n, l\}$  হলে,  $P(Q)$  এবং  $P(R)$  নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,

$Q = \{x, y\}$  এবং  $R = \{m, n, l\}$

$\therefore P(Q) = \{\{x, y\}, \{x\}, \{y\}, \emptyset\}$

$P(R) = \{\{m, n, l\}, \{m, n\}, \{m, l\}, \{n, l\}, \{m\}, \{n\}, \{l\}, \emptyset\}$

৬.  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$  এবং  $C = A \cup B$  হলে, দেখাও যে,  $P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$ , যেখানে  $n$  হচ্ছে  $C$  এর উপাদান সংখ্যা।

সমাধান দেওয়া আছে,

$A = \{a, b\}$  এবং

$B = \{a, b, c\}$

$C = A \cup B = \{a, b\} \cup \{a, b, c\}$

$= \{a, b, c\}$

$\therefore P(C) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset\}$

এখানে,

$C$  এর উপাদান সংখ্যা  $= 3$

$P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $= 8 = 2^3$

$C$  এর উপাদান সংখ্যা  $3$  হলে,  $P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^3$

সুতরাং  $C$  এর উপাদান সংখ্যা  $n$  হলে,  $P(C)$  এর উপাদান সংখ্যা  $2^n$

(দেখানো হলো)

৭. (ক)  $(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$  হলে,  $x$  এবং  $y$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,

$(x - 1, y + 2) = (y - 2, 2x + 1)$

ক্রমজোড়ের নিয়মানুযায়ী,

$x - 1 = y - 2$

বা,  $x - y = -2 + 1$

বা,  $x - y = -1$  ..... (i)

এবং  $y + 2 = 2x + 1$

বা,  $-2x + y = 1 - 2$

বা,  $-2x + y = -1$  ..... (ii)

এখন, (i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x - y - 2x + y = -1 - 1$

বা,  $-x = -2$

বা,  $x = 2$

[উভয়পক্ষে -1 দ্বারা গুণ করে]

আবার, (i) নং সমীকরণে  $x$  এর মান বসিয়ে পাই,

$2 - y = -1$

বা,  $-y = -1 - 2$

বা,  $-y = -3$

বা,  $y = 3$

[উভয়পক্ষে -1 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$  নির্ণেয় মান :  $(x, y) = (2, 3)$

jewel's Care Collected

(খ)  $(ax - cy, a^2 - c^2) = (1, 2y - cx)$  হলে,  $(x, y)$  এর মান নির্ণয় কর।

সেওয়া আছে,  $(ax - cy, a^2 - c^2) = (1, 2y - cx)$

ক্রমজোড়ের নিয়মানুযায়ী,

$$ax - cy = 0 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এক } ay - cx = a^2 - c^2 \dots\dots\dots (ii)$$

এখন (i) নং হতে পাই,

$$ax - cy = 0$$

$$\text{বা, } ax = cy$$

$$\text{বা, } x = \frac{cy}{a} \dots\dots\dots (iii)$$

এখন x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসাই,

$$ay - c \frac{cy}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } ay - \frac{c^2y}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } \frac{ay - c^2y}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } \frac{y(a^2 - c^2)}{a} = a^2 - c^2$$

$$\text{বা, } y(a^2 - c^2) = a(a^2 - c^2)$$

$$\text{বা, } y = a$$

এখন y এর মান (iii) নং সমীকরণ বসাই,

$$x = \frac{ca}{a} = c$$

$$\therefore (x, y) = (c, a)$$

(গ)  $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$  হলে,  $(x, y)$  নির্ণয় কর।

সেওয়া আছে,  $(6x - y, 13) = (1, 3x + 2y)$

ক্রমজোড়ের নিয়মানুযায়ী,

$$6x - y = 1$$

$$\text{বা, } 6x = 1 + y$$

$$\text{বা, } x = \frac{1+y}{6} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এক } 3x + 2y = 13 \dots\dots\dots (ii)$$

এখন, x এর মান (i) নং এ বসাই,

$$3x + 2y = 13$$

$$\text{বা, } 3 \cdot \frac{1+y}{6} + 2y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{1+y}{2} + 2y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{1+y+4y}{2} = 13$$

$$\text{বা, } 5y + 1 = 26$$

$$\text{বা, } 5y = 26 - 1$$

$$\text{বা, } 5y = 25$$

$$\text{বা, } y = \frac{25}{5}$$

$$\text{বা, } y = 5$$

এখন, y এর মান (i) নং সমীকরণে বসাই,

$$x = \frac{1+5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore (x, y) = (1, 5)$$

(ঘ) (ক)  $P = \{a\}$ ,  $Q = \{b, c\}$  হলে,  $P \times Q$  এবং  $Q \times P$  নির্ণয় কর।

সেওয়া আছে,  $P = \{a\}$ ,  $Q = \{b, c\}$

$$\therefore P \times Q = \{a\} \times \{b, c\}$$

$$= \{(a, b), (a, c)\}$$

$$\text{এক } Q \times P = \{b, c\} \times \{a\}$$

$$= \{(b, a), (c, a)\}$$

(খ)  $A = \{3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$  এবং  $C = \{x, y\}$  হলে,  $(A \cap B) \times C$  নির্ণয় কর।

সেওয়া আছে,

$$A = \{3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 6\} \text{ এবং } C = \{x, y\}$$

$$\text{এখন, } A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\}$$

$$= \{4, 5\}$$

$$\therefore (A \cap B) \times C = \{4, 5\} \times \{x, y\}$$

$$= \{(4, x), (4, y), (5, x), (5, y)\}$$

(গ)  $P = \{3, 5, 7\}$ ,  $Q = \{5, 7\}$  এবং  $R = P \setminus Q$  হলে,

$(P \cup Q) \times R$  নির্ণয় কর।

সেওয়া আছে,

$$P = \{3, 5, 7\}, Q = \{5, 7\}$$

$$\text{এখন, } R = P \setminus Q = P - Q = \{3, 5, 7\} - \{5, 7\} = \{3\}$$

$$\text{এক } P \cup Q = \{3, 5, 7\} \cup \{5, 7\} = \{3, 5, 7\}$$

$$\therefore (P \cup Q) \times R = \{3, 5, 7\} \times \{3\}$$

$$= \{(3, 3), (5, 3), (7, 3)\}$$

(ঘ) A ও B যথাক্রমে 35 এক 45 এর সকল পুনরীকরণ সেট হলে,  $A \cup B$  ও  $A \cap B$  নির্ণয় কর।

$$\text{সেওয়া আছে, } 35 = 1 \times 35 \quad \text{এক } 45 = 1 \times 45$$

$$= 5 \times 7 \quad = 3 \times 35$$

$$= 5 \times 9$$

$$\therefore A = \{1, 5, 7, 35\} \text{ এবং } B = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 5, 7, 35\} \cup \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 15, 35, 45\}$$

$$\text{এক } A \cap B = \{1, 5, 7, 35\} \cap \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$= \{1, 5\}$$

১০. যে সকল স্বভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এক 556 কে ভাগ করলে প্রতিশেষে 31 অবশিষ্ট থাকে, এদের সেট নির্ণয় কর।

সেওয়া আছে, যেসকল স্বভাবিক সংখ্যা দ্বারা 346 এক 556 কে ভাগ করলে প্রতিশেষে 31 অবশিষ্ট থাকে, সে সংখ্যাগুলো হবে 31 থেকে বড় এক (346 - 31) বা, 315 এক (556 - 31) বা 525 এর সাধারণ পুনরীকরণ।

মান করি, 31 অপেক্ষা বড় 315 এর পুনরীকরণ সেট = A এক 31 অপেক্ষা বড় 525 এর পুনরীকরণ সেট = B.

$$3 \overline{) 315} \quad \therefore 315 = 1 \times 315$$

$$3 \overline{) 105} \quad = 3 \times 105$$

$$5 \overline{) 35} \quad = 5 \times 63$$

$$7 \quad = 7 \times 45$$

$$= 9 \times 35$$

$$= 15 \times 21$$

এখন, 31 অপেক্ষা বড় 315 এর পুনরীকরণগুলো হলো যথাক্রমে 35, 45, 63, 105 ও 315।

$$\therefore A = \{35, 45, 63, 105, 315\}$$

$$\text{আবার, } 5 \overline{) 525} \quad \therefore 525 = 1 \times 525$$

$$5 \overline{) 175} \quad = 3 \times 175$$

$$5 \overline{) 35} \quad = 5 \times 105$$

$$7 \quad = 7 \times 75$$

$$= 15 \times 35$$

$$= 21 \times 25$$

এখন, 31 অপেক্ষা বড় 525 এর পুনরীকরণগুলো হলো যথাক্রমে 35, 75, 105, 175 ও 525।

$$\therefore B = \{35, 75, 105, 175, 525\}$$

$$\therefore A \cap B = \{35, 45, 63, 105, 315\} \cap \{25, 35, 75, 105, 175, 525\}$$

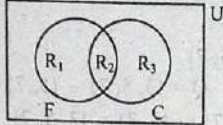
$$\therefore \text{শিথল সেট} = \{35, 105\}$$

১১. কোনো শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে ২০ জন ফুটবল এবং ১৫ জন ক্রিকেট খেলা পছন্দ করে। দুইটি খেলাই, পছন্দ করে তদুপ শিক্ষার্থীর সংখ্যা ১০; কতজন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করে না তা ভেন চিত্রের সাহায্যে নির্ণয় কর।

**সমাধান** নিম্নের ভেনচিত্রের সাহায্যে প্রদত্ত তথ্যগুলো প্রকাশ করা হলো—

এখানে, আয়তাকার ক্ষেত্রটি ৩০ জন শিক্ষার্থীর সেট  $U$  নির্দেশ করেছে।  $F$  এবং  $C$  চিহ্নিত বৃত্তাকার ক্ষেত্র দুটি যথাক্রমে ফুটবল এবং ক্রিকেট খেলা পছন্দের নির্দেশ করেছে।

ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিচ্ছেদ সেটে বিভক্ত হয়েছে যাদের  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  এবং  $R_4$ , দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে।



এখানে,

$R_2 = F \cap C =$  উভয় খেলা পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = ১০

$R_1 = F \setminus R_2 =$  শুধুমাত্র ফুটবল পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = ২০ - ১০ = ১০

$R_3 = C \setminus R_2 =$  শুধুমাত্র ক্রিকেট পছন্দ করে এমন শিক্ষার্থীর সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = ১৫ - ১০ = ৫

এবং  $F \cup C = R_1 \cup R_2 \cup R_3 =$  এক এবং উভয় খেলা পছন্দের সেট এবং সদস্য সংখ্যা = ১০ + ১০ + ৫ = ২৫ জন।

সুতরাং,  $R_4 = U \setminus (F \cup C) =$  দুটি খেলাই পছন্দ করে না এমন শিক্ষার্থীর সেট এবং এর সদস্য সংখ্যা = ৩০ - ২৫ = ৫ জন।

৫ জন শিক্ষার্থী দুইটি খেলাই পছন্দ করেন।

১০০ জন শিক্ষার্থীর মধ্যে কোনো পরীক্ষায় ৬৫% শিক্ষার্থী বাংলায়, ৪৮% শিক্ষার্থী বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস এবং ১৫% শিক্ষার্থী উভয় বিষয়ে ফেল করেছে।

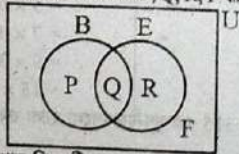
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

খ. শুধু বাংলায় ও ইংরেজিতে পাস করেছে তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. উভয় বিষয়ে পাস এবং উভয় বিষয়ে ফেল সংখ্যাওয়ার মৌলিক গুণনীয়কসূহের সেট দুইটির সংযোগ সেট নির্ণয় কর।

✓ ১২ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** ভেনচিত্র আয়তাকার ক্ষেত্রটি ১০০ জন শিক্ষার্থীর সেট  $U$  এবং বাংলায় ও ইংরেজিতে পাস শিক্ষার্থীদের যথাক্রমে  $B$  ও  $E$  দ্বারা নির্দেশ করে। ফলে ভেনচিত্রটি চারটি নিচ্ছেদ সেটে বিভক্ত হয়েছে, যাদেরকে  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $F$  দ্বারা চিহ্নিত করা হলো।



এখানে, উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট  $Q$ ।

$P =$  শুধু বাংলায় পাস শিক্ষার্থীদের সেট।

$R =$  শুধু ইংরেজিতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট।

$F =$  উভয় বিষয়ে ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট।

**খ** দেওয়া আছে, ১০০ জন শিক্ষার্থী মধ্যে কোনো পরীক্ষায় বাংলায় পাস হয়েছে ৬৫ জন।

বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস করেছে ৪৮ জন। বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে ফেল করেছে ১৫ জন।

ক এ প্রকাশিত ভেনচিত্র থেকে দেখা যায় বাংলা ও ইংরেজি উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট  $Q = B \cap E$ , যার সদস্য সংখ্যা ৪৮ জন।

$P =$  শুধু বাংলায় পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা = ৬৫ - ৪৮ = ১৭ জন।

$R =$  শুধু ইংরেজিতে পাস শিক্ষার্থীদের সেট।

$P \cup Q \cup R = B \cup E$ , যেকোনো একটি বিষয়ে এবং উভয় বিষয়ে পাস শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা = ১৭ + ৪৮ + ৪৮ = ৬৫ + ৪৮

$F =$  উভয় বিষয়ে ফেল করা শিক্ষার্থীদের সেট, যার সদস্য সংখ্যা ১৫ জন।

অর্থাৎ,  $100 - (B \cup E) = 15$

বা,  $100 - (65 + R) = 15$

বা,  $100 - 15 = 65 + R$

বা,  $85 - 65 = R$

বা,  $R = 20$

∴ শুধু বাংলায় পাস করেছে ১৭ জন এবং ইংরেজিতে পাস করেছে ২০ জন।

**গ** উভয় বিষয়ে পাস = ৪৮

উভয় বিষয়ে ফেল = ১৫

2 | 48

2 | 24

2 | 12

2 | 6

3

∴  $1 \times 48 = 48$

$2 \times 24 = 48$

$3 \times 16 = 48$

$4 \times 12 = 48$

$6 \times 8 = 48$

৪৮ এর গুণনীয়কসমূহ, ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ১৬, ২৪, ৪৮

৪৮ এর মৌলিক গুণনীয়ক : ২, ৩

এবং এর সেট,  $A = \{2, 3\}$

3 | 15

5

১৫ এর গুণনীয়কসমূহ, ১, ৩, ৫, ১৫

১৫ এর মৌলিক গুণনীয়ক : ৩, ৫

এবং এর সেট,  $B = \{3, 5\}$

∴  $A \cup B = \{2, 3\} \cup \{3, 5\} = \{2, 3, 5\}$

### ▶▶ অনুশীলনী ২-২

১. ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

Ⓐ  $\{8, 16, 24, \dots\}$

Ⓒ  $\{1, 2, 4, 8\}$

Ⓑ  $\{2, 4, 8\}$

Ⓓ  $\{1, 2\}$

২. সেট  $C$  হতে সেট  $B$  এ একটি সঙ্গর্ক  $R$  হলে নিচের কোনটি সঠিক?

Ⓐ  $R \subset C$

Ⓒ  $R \subset B$

Ⓑ  $R \subseteq C \times B$

Ⓓ  $C \times B \subseteq R$

৩.  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 5\}$  হলে,  $P(A \cap B)$  এর সদস্য সংখ্যা নিচের কোনটি?

Ⓐ ১

Ⓑ ২

Ⓒ ৩

Ⓓ ৪

৪. নিচের কোনটি  $\{x \in \mathbb{N} : 13 < x < 17\}$  এবং  $x$  মৌলিক সংখ্যা এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ?

Ⓐ  $\emptyset$

Ⓑ  $\{0\}$

Ⓒ  $\{\emptyset\}$

Ⓓ  $\{13, 17\}$

৫.  $A \cup B = \{a, b, c\}$  হলে—

i.  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$

ii.  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{b, c\}$

iii.  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{c\}$

উপরোক্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

Ⓐ i

Ⓑ ii

Ⓒ i ও ii

Ⓓ i, ii ও iii

৬.  $A$  ও  $B$  দুইটি সসীম সেটের জন্য—

i.  $A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ এবং } y \in B\}$

ii.  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  হলে  $n(A \times B) = ab$

iii.  $A \times B$  এর প্রতিটি সদস্য একটি ক্রমজোড়

উপরোক্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

Ⓐ i ও ii

Ⓑ i ও iii

Ⓒ ii ও iii

Ⓓ i, ii ও iii

১০.  $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$  হলে, নিচের ১৭৭ - ১৯৭

১. A সেটের সঠিক প্রকাশ কোনটি?  
 (a)  $\{x \in N : 6 < x < 13\}$  (b)  $\{x \in N : 6 \leq x < 13\}$   
 (c)  $\{x \in N : 6 \leq x \leq 13\}$  (d)  $\{x \in N : 6 < x \leq 13\}$
২. A সেটের মৌলিক সংখ্যানুসার সেট কোনটি?  
 (a)  $\{6, 8, 10, 12\}$  (b)  $\{7, 9, 11, 13\}$   
 (c)  $\{7, 11, 13\}$  (d)  $A = \{9, 12\}$
৩. A সেটের 3 এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?  
 (a)  $\{6, 9\}$  (b)  $\{6, 11\}$   
 (c)  $\{9, 12\}$  (d)  $\{6, 9, 12\}$

১০. যদি  $A = \{3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4\}$  হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে  $x > y$  সম্পর্ক বিবেচনা করে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,  $A = \{3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4\}$

মনে করি, রিলেশনটি R  
 শর্তমতে,  $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$   
 এখন,  $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\} = \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$   
 প্রদত্ত শর্তানুসারে,  $R = \{(3, 2), (4, 2)\}$

১১. যদি  $C = \{2, 5\}$ ,  $D = \{4, 6\}$  এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে  $x + 1 < y$  সম্পর্কটি বিবেচনা করে তবুে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,  $C = \{2, 5\}$ ,  $D = \{4, 6\}$   
 মনে করি, রিলেশনটি R  
 অনুসারে,  $R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$   
 এখানে,  $C \times D = \{2, 5\} \times \{4, 6\} = \{(2, 4), (2, 6), (5, 4), (5, 6)\}$   
 $\therefore$  প্রদত্ত শর্তানুসারে,  $R = \{(2, 4), (2, 6)\}$

১২.  $f(x) = x^4 + 5x - 3$  হলে,  $f(-1)$ ,  $f(2)$  এবং  $f(\frac{1}{2})$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,  
 $f(x) = x^4 + 5x - 3$   
 $\therefore f(-1) = (-1)^4 + 5(-1) - 3 = 1 - 5 - 3 = -7$   
 $f(2) = (2)^4 + 5 \cdot 2 - 3 = 16 + 10 - 3 = 23$   
 এবং  $f(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2})^4 + 5 \cdot \frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{16} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{1 + 40 - 48}{16} = \frac{-7}{16}$

১৩. যদি  $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$  হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য  $f(-2) = 0$  হবে?

সমাধান দেওয়া আছে,  $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$   
 $\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8 = -8 + 4k + 8 - 8 = 4k - 8$

অনুসারে,  $4k - 8 = 0$

যা,  $4k = 8$

যা,  $k = \frac{8}{4}$

$\therefore k = 2$

$\therefore k = 2$  এর জন্য  $f(-2) = 0$  হবে।

১৪.  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  হলে, x এর কোন মানের জন্য  $f(x) = 0$  হবে?

সমাধান দেওয়া আছে,  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$\therefore f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 6 = 1 - 6 + 11 - 6 = 12 - 12 = 0$

$\therefore (x - 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎসর্কক।

এখন,  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$   
 $= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6$   
 $= x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1)$   
 $= (x - 1)(x^2 - 5x + 6)$   
 $= (x - 1)(x^2 - 2x - 3x + 6)$   
 $= (x - 1)(x(x - 2) - 3(x - 2))$   
 $= (x - 1)(x - 2)(x - 3)$

বেছেছে,  $f(x) = 0$

সুতরাং,  $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x - 1 = 0$

অথবা,  $x - 2 = 0$

এক  $x - 3 = 0$

যা,  $x = 1$

বা,  $x = 2$

বা,  $x = 3$

সুতরাং, x এর মান 1 অথবা 2 অথবা 3 এর জন্য  $f(x) = 0$  হবে।

১৫. যদি  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$  হয়, তবে  $f(\frac{1}{x}) + 1$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

$\therefore f(\frac{1}{x}) = \frac{2 \cdot \frac{1}{x} + 1}{2 \cdot \frac{1}{x} - 1}$

$= \frac{\frac{2}{x} + 1}{\frac{2}{x} - 1}$

$= \frac{2 + x^2}{2 - x^2}$

$= \frac{2 + x^2}{2 - x^2} = \frac{2 + x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{2 - x^2} = \frac{2 + x^2}{2 - x^2}$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= \frac{f(\frac{1}{x}) + 1}{f(\frac{1}{x}) - 1} = \frac{\frac{2 + x^2}{2 - x^2} + 1}{\frac{2 + x^2}{2 - x^2} - 1}$

$= \frac{2 + x^2 + 2 - x^2}{2 - x^2}$

$= \frac{4}{2 - x^2}$

$= \frac{4}{2 - x^2} = \frac{4}{(2 - x^2)} \times \frac{(2 - x^2)}{2x^2} = \frac{2}{x^2}$

১৬.  $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$  হলে, দেখাও যে,  $g(\frac{1}{x}) = g(x^2)$

সমাধান দেওয়া আছে,

$g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$\therefore g(\frac{1}{x}) = \frac{1 + (\frac{1}{x})^2 + (\frac{1}{x})^4}{(\frac{1}{x})^2} = \frac{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}}$

$= \frac{x^2 + x^4 + 1}{x^2} = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} \times x^2$

$= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2}$

$= \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$

আবার,

$$g(x^2) = \frac{1 + (x^2)^2 + (x^2)^4}{(x^2)^2} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2). \text{ (দেখানো হলো)}$$

১৭. নিচের অর্থগুণ্য থেকে ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক)  $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

**সমাধান**  $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

R অর্থগুণ্যের প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 2 এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 3.

$$\therefore \text{ডোমেন } R = \{2\} \text{ এবং রেঞ্জ } R = \{1, 2, 3\}$$

(খ)  $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

**সমাধান** দেয়া আছে,  $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

S অর্থগুণ্যের প্রথম উপাদানসমূহ -2, -1, 0, 1, 2 এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 4, 1, 0, 1, 4.

$$\therefore \text{ডোমেন } S = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ এবং রেঞ্জ } S = \{4, 1, 0\}$$

(গ)  $F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

**সমাধান** দেয়া আছে,

$$F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$$

F অর্থগুণ্যের প্রথম উপাদানসমূহ  $\frac{1}{2}, 1, 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$  এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 0, 1, -1, 2, -2.

$$\therefore \text{ডোমেন } F = \left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\} \text{ এবং রেঞ্জ } F = \{0, 1, -1, 2, -2\}$$

১৮. নিচের অর্থগুণ্যকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

(ক)  $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$ , যেখানে  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

**সমাধান** দেয়া আছে,  $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$

এবং  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,  $x + y = 1$

এখন, প্রত্যেক  $x \in A$  এর জন্য  $x + y = 1$  বা,  $y = 1 - x$  এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

যেহেতু  $3 \notin A$ , কাজেই  $(-2, 3) \notin R$

$$\therefore R = \{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$$

ডোমেন  $R = \{-1, 0, 1, 2\}$  এবং রেঞ্জ  $R = \{2, 1, 0, -1\}$

(খ)  $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$ , যেখানে  $C = \{-1, 0, 1, 1, 3\}$

**সমাধান** দেয়া আছে,  $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x\}$

এবং  $C = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

F এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,  $y = 2x$

এখন প্রত্যেক  $x \in C$  এর জন্য  $y = 2x$  এর মান নির্ণয় করি :

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	2	4	6

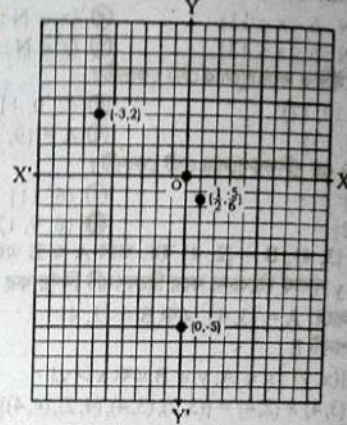
যেহেতু,  $-2, 4, 6 \notin C$  সেহেতু  $(-1, -2), (2, 4), (3, 6) \notin F$

$$\therefore F = \{(0, 0), (1, 2)\}$$

$$\therefore \text{ডোমেন } F = \{0, 1\} \text{ এবং রেঞ্জ } F = \{0, 2\}$$

১৯. ছক কাগজে  $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$  কিস্তুগুলো স্থাপন কর।

সমাধান : প্রদত্ত কিস্তুগুলো স্থানাঙ্ক  $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$

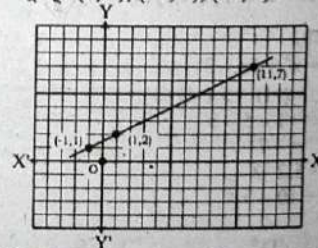


মনে করি,  $XOX'$  ও  $YOY'$  বরাবর যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ একে 0 মূলকিস্তু। ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি 6 বাহুর দৈর্ঘ্যকে উভয় অক্ষে একক ধরে  $(-3, 2), (0, -5)$  ও  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$  কিস্তুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। ইহাই কিস্তুগুলোর লেখ।

[নোট : প্রদত্ত কিস্তুগুলোর স্থানাঙ্কগুলো ভুল্লাপে আকারে থাকলে এগু হরগুণ্যে ল.সা.গু কে একক ধরলে অঙ্ক সহজ হয়।]

২০. ছক কাগজে  $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$  কিস্তু তিনটি স্থাপন করে দেখা যে, কিস্তু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

**সমাধান** প্রদত্ত কিস্তুসমূহ  $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$



মনে করি,  $XOX'$  এবং  $YOY'$  বরাবর যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ একে 0 মূলকিস্তু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে উভয় অক্ষে একক ধরে  $(1, 2), (-1, 1)$  ও  $(11, 7)$  কিস্তুগুলো স্থাপন করি। এখন  $(-1, 1)$  ও  $(11, 7)$  কিস্তু দুটি একটি সরলরেখা দ্বারা যোগ করি। লেখ থেকে দেখা যায়  $(1, 2)$  কিস্তুটি উক্ত সরলরেখায় অবস্থিত। সুতরাং  $(1, 2), (-1, 1)$  ও  $(11, 7)$  কিস্তুগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত।

২১. সার্বিক সেট  $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$$

$$C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ.  $A'$  এবং  $C \setminus B$  নির্ণয় কর।

গ.  $B \times C$  এবং  $P(A \cap C)$  নির্ণয় কর।

✓ ২১ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

এখানে,  $A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$

এখানে, N হলো স্বাভাবিক সংখ্যার সেট এবং

সার্বিক সেট U এর উপাদানসমূহ প্রত্যেকে বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং A

উপাদানসমূহ বিজোড় সংখ্যা হবে।

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

2 থেকে 7 পর্যন্ত বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো

$$\therefore A = \{3, 5, 7\} \text{ (Ans.)}$$

এখানে,

$$U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$$

$$A = \{3, 5, 7\}$$

$$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$$

3 অপেক্ষা বড় এবং 6 অপেক্ষা ছোট বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলো 5

$$\therefore B = \{5\}$$

$$\text{এবং } C = \{x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

অর্থাৎ, যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 5 অপেক্ষা বড় এবং ঘনফল 130 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

$$\text{এখানে, } N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$x = 1 \text{ হলে, } x^2 = 1^2 = 1 < 5 \text{ এবং } x^3 = 1^3 = 1 < 130 \therefore 1 \notin C$$

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 > 5 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 130 \therefore 3 \in C$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 5 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 130 \therefore 5 \in C$$

$$x = 7 \text{ হলে, } x^2 = 7^2 = 49 > 5 \text{ এবং } x^3 = 7^3 = 343 > 130 \therefore 7 \notin C$$

$$\therefore \text{নির্ণয় সেট, } C = \{3, 5\}$$

$$\therefore A' = U \setminus A$$

$$= \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\} \setminus \{3, 5, 7\}$$

$$= \{1, 9, 11, 13, \dots\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } C \setminus B = \{3, 5\} - \{5\}$$

$$= \{3\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ক) 'ক' থেকে পাই, } A = \{3, 5, 7\}$$

$$\text{'খ' থেকে পাই, } B = \{5\}$$

$$\text{এবং } C = \{3, 5\}$$

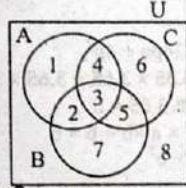
$$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\}$$

$$= \{(5, 3), (5, 5)\}$$

$$\text{আবার, } A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$$

$$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \emptyset\}$$

২২.



ক. B কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. উদ্দেশ্যক ব্যবহার করে  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  সম্পর্কটির সত্যতা যাচাই কর।

গ.  $S = (B \cup C)^c \times A$  হলে, ডোম S নির্ণয় কর।

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

সেট গঠন পদ্ধতিতে সেটের উপাদানসমূহ সুনির্দিষ্টভাবে উল্লেখ থাকে না। তেনটি হতে,  $B = \{2, 3, 5, 7\}$

সেট গঠন পদ্ধতিতে,  $B = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

'ক' হতে পাই,  $B = \{2, 3, 5, 7\}$

তেনটি হতে,  $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$$C = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{এখন, } B \cap C = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{3, 5\}$$

$$\therefore A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 3, 5, 7\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

$$A \cup C = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\therefore (A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\} \dots \dots \dots (ii)$$

সুতরাং (i) ও (ii) নং ফলাফল করে পাই,

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \text{ (সত্যতা যাচাই করা হলো)}$$

'ক' হতে পাই,  $B = \{2, 3, 5, 7\}$

'খ' হতে পাই,  $C = \{3, 4, 5, 6\}$

কেন হতে,  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$\text{এখন, } B \cup C = \{2, 3, 5, 7\} \cup \{3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$(B \cup C)^c = U \setminus (B \cup C)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \setminus \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$= \{1, 8\}$$

$$\therefore S = (B \cup C)^c \times A$$

$$= \{1, 8\} \times \{1, 2, 3, 4\}$$

$$= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (8, 1), (8, 2), (8, 3), (8, 4)\}$$

কোনো অণুর ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে ডোমেন বলা হয়।

$$\therefore \text{ডোম, } S = \{1, 8\}$$

$$২৩. y = f(x) = \frac{4x-7}{2x-4} \text{ একটি ফাংশন।}$$

ক.  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $\frac{f(x)+2}{f(x)-1}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে,  $f(y) = x$

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

$$\text{ক) দেওয়া আছে, } y = f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{4\left(-\frac{1}{2}\right)-7}{2\left(-\frac{1}{2}\right)-4}$$

$$= \frac{-2-7}{-1-4}$$

$$= \frac{-9}{-5} = \frac{9}{5}$$

$$\text{খ) প্রদত্ত রাশি} = \frac{f(x)+2}{f(x)-1}$$

$$= \frac{\frac{4x-7}{2x-4} + 2}{\frac{4x-7}{2x-4} - 1} \left[ \because f(x) = \frac{4x-7}{2x-4} \right]$$

$$= \frac{4x-7+2(2x-4)}{4x-7-(2x-4)}$$

$$= \frac{4x-7+4x-8}{4x-7-2x+4}$$

$$= \frac{8x-15}{2x-3}$$

$$= \frac{8x-15}{2x-3}$$

$$\therefore \frac{f(x)+2}{f(x)-1} = \frac{8x-15}{2x-3}$$

$$\text{গ) দেওয়া আছে, } f(x) = \frac{4x-7}{2x-4}$$

$$\text{এখন, } f(y) = \frac{4y-7}{2y-4}$$

$$\text{আবার, } y = \frac{4x-7}{2x-4}$$

$$\text{বা, } 2xy - 4y = 4x - 7$$

$$\text{বা, } 2xy - 4x = 4y - 7$$

$$\therefore x = \frac{4y-7}{2y-4}$$

$$\therefore f(y) = x \text{ (দেখানো হলো)}$$

## তৃতীয় অধ্যায় : বীজগাণিতিক রাশি (Algebraical Expressions)

### ▶▶ অনুশীলনী ৩.১

১. সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর:

(ক)  $2a + 3b$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} 2a + 3b \text{ এর বর্গ} &= (2a + 3b)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 \\ &= 4a^2 + 12ab + 9b^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গ} = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

(খ)  $x^2 + \frac{2}{y}$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} &= \left(x^2 + \frac{2}{y}\right)^2 \\ &= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{2}{y} + \left(\frac{2}{y}\right)^2 \\ &= x^4 + \frac{4x^2}{y} + \frac{4}{y^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গ} = x^4 + \frac{4x^2}{y} + \frac{4}{y^2}$$

(গ)  $4y - 5x$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} &= (4y - 5x)^2 \\ &= (4y)^2 - 2 \cdot 4y \cdot 5x + (5x)^2 \\ &= 16y^2 - 40xy + 25x^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গ} = 16y^2 - 40xy + 25x^2$$

(ঘ)  $5x^2 - y$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} &= (5x^2 - y)^2 \\ &= (5x^2)^2 - 2 \cdot 5x^2 \cdot y + y^2 \\ &= 25x^4 - 10x^2y + y^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গ} = 25x^4 - 10x^2y + y^2$$

(ঙ)  $3b - 5c - 2a$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} &= (3b - 5c - 2a)^2 \\ &= \{(3b) - (5c + 2a)\}^2 \\ &= (3b)^2 - 2 \cdot 3b \cdot (5c + 2a) + (5c + 2a)^2 \\ &= 9b^2 - 6b(5c + 2a) + (5c)^2 + 2 \cdot 5c \cdot 2a + (2a)^2 \\ &= 9b^2 - 30bc - 12ab + 25c^2 + 20ac + 4a^2 \\ &= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 - 12ab - 30bc + 20ac \end{aligned}$$

(চ)  $ax - by - cz$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} &= (ax - by - cz)^2 \\ &= \{ax - (by + cz)\}^2 \\ &= (ax)^2 - 2 \cdot ax \cdot (by + cz) + (by + cz)^2 \\ &= (ax)^2 - 2ax(by + cz) + (by)^2 + 2 \cdot by \cdot cz + (cz)^2 \\ &= a^2x^2 - 2abxy - 2acxz + b^2y^2 + 2bcyz + c^2z^2 \\ &= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 - 2abxy - 2acxz + 2bcyz \end{aligned}$$

(ছ)  $2a + 3x - 2y - 5z$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ} &= (2a + 3x - 2y - 5z)^2 \\ &= \{(2a + 3x) - (2y + 5z)\}^2 \\ &= (2a + 3x)^2 - 2(2a + 3x)(2y + 5z) + (2y + 5z)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3x + (3x)^2 - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + (2y)^2 + 2 \cdot 2y \cdot 5z + (5z)^2 \\ &= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 4y^2 + 20yz + 25z^2 \\ &= 4a^2 + 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12ax - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 20yz \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় বর্গ} = 4a^2 + 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12ax - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 20yz$$

(জ) 1007

**সমাধান**

$$\begin{aligned} 1007 \text{ এর বর্গ} &= (1007)^2 \\ &= (1000 + 7)^2 \\ &= (1000)^2 + 2 \cdot 1000 \cdot 7 + (7)^2 \\ &= 1000000 + 14000 + 49 \\ &= 1014049 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণেয় বর্গ 1014049

২. সরল কর :

(ক)  $(7p + 3r - 5x)^2 - 2(7p + 3r - 5x)(8p - 4r - 5x) + (8p - 4r - 5x)^2$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{মনে করি,} & a = 7p + 3r - 5x \text{ এবং } b = 8p - 4r - 5x \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - 2ab + b^2 \\ &= (a - b)^2 \\ &= \{(7p + 3r - 5x) - (8p - 4r - 5x)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (7p + 3r - 5x - 8p + 4r + 5x)^2 \\ &= (7r - p)^2 \\ &= (7r)^2 - 2 \cdot 7r \cdot p + p^2 \\ &= 49r^2 - 14pr + p^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 49r^2 - 14pr + p^2$$

(খ)  $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{মনে করি,} & x = 2m + 3n - p \text{ এবং } y = 2m - 3n + p \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + y^2 - 2xy \\ &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= (x - y)^2 \\ &= \{(2m + 3n - p) - (2m - 3n + p)\}^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (2m + 3n - p - 2m + 3n - p)^2 \\ &= (6n - 2p)^2 \\ &= (6n)^2 - 2 \cdot 6n \cdot 2p + (2p)^2 \\ &= 36n^2 - 24pn + 4p^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 36n^2 - 24pn + 4p^2$$

(গ)  $6.35 \times 6.35 + 2 \times 6.35 \times 3.65 + 3.65 \times 3.65$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{ধরি, } 6.35 &= a \text{ এবং } 3.65 = b \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a \times a + 2 \times a \times b + b \times b \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a + b)^2 \\ &= (6.35 + 3.65)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (10)^2 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 100$$

(ঘ)  $2345 \times 2345 - 759 \times 759$

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{ধরি, } 2345 &= a \text{ এবং } 759 = b \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - b^2 \\ &= \frac{a \times a - b \times b}{a - b} \\ &= \frac{a^2 - b^2}{a - b} \\ &= \frac{(a + b)(a - b)}{(a - b)} \\ &= a + b \\ &= 2345 + 759 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 3104 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 3104$$

৩.  $a - b = 4$  এবং  $ab = 60$  হলে,  $a + b$  এর মান কত?

**সমাধান**

$$\begin{aligned} \text{দেওয়া আছে, } a - b &= 4 \\ a + b \text{ এর মান নির্ণয় করতে হবে।} \\ \text{আমরা জানি, } (a + b)^2 &= (a - b)^2 + 4ab \\ &= 4^2 + 4 \cdot 60 \\ &= 16 + 240 = 256 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b = \pm 16 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\therefore a + b \text{ এর নির্ণেয় মান } \pm 16$$

৪.  $a + b = 9m$  এবং  $ab = 18m^2$  হলে,  $a - b$  এর মান কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$$a + b = 9m \text{ এবং } ab = 18m^2$$

$a - b$  এর মান নির্ণয় করতে হবে।

আমরা জানি,

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$$

$$= (9m)^2 - 4 \cdot 18m^2 = 81m^2 - 72m^2 = 9m^2$$

$$\therefore a - b = \pm 3m \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\therefore a - b \text{ এর নির্ণয় মান } \pm 3m$$

৫.  $x - \frac{1}{x} = 4$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$ .

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$$x - \frac{1}{x} = 4$$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$

$$\text{বামপক্ষ} = x^4 + \frac{1}{x^4}$$

$$= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$$

$$= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \right\}^2 - 2$$

$$= (4^2 + 2)^2 - 2$$

$$= (16 + 2)^2 - 2$$

$$= (18)^2 - 2 = 324 - 2 = 322 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 322 \text{ (প্রমাণিত)}$$

৬.  $2x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান কত?

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \text{ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } (x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2) = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4}$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{4} - 2$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9-8}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ নির্ণয় মান } \frac{1}{4}$$

৭.  $a + \frac{1}{a} = 2$  হলে, দেখাও যে,  $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ .

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\text{দেখা } \delta \text{ হবে যে, } a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$$

$$\text{বামপক্ষ} = a^2 + \frac{1}{a^2}$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = (2)^2 - 2 \text{ [মান বসিয়ে]} = 4 - 2 = 2$$

$$\text{ডানপক্ষ} = a^4 + \frac{1}{a^4}$$

$$= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2}$$

$$= (2)^2 - 2 \left[ \because a^2 + \frac{1}{a^2} = 2 \right]$$

$$= 4 - 2 = 2$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4} \text{ (দেখানো হলো)}$$

৮.  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a + b = \sqrt{7}$  এবং  $a - b = \sqrt{5}$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $8ab(a^2 + b^2) = 24$

$$\text{বামপক্ষ} = 8ab(a^2 + b^2)$$

$$= 4ab \times 2(a^2 + b^2)$$

$$= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} \{(a+b)^2 + (a-b)^2\}$$

$$= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\}$$

$$= (7-5)(7+5) = 2 \times 12 = 24 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 8ab(a^2 + b^2) = 24 \text{ (প্রমাণিত)}$$

৯.  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$  হলে,  $a^2 + b^2 + c^2$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a + b + c = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 31$

আমরা জানি,

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 = (9)^2 - 2 \cdot 31 = 81 - 62 = 19$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 19$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মান } 19$$

১০.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$  এবং  $ab + bc + ca = 8$  হলে,  $(a + b + c)^2$  এর মান কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$$a^2 + b^2 + c^2 = 9 \text{ এবং } ab + bc + ca = 8$$

আমরা জানি,

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$= 9 + 2 \cdot 8 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore (a + b + c)^2 \text{ এর নির্ণয় মান } 25$$

১১.  $a + b + c = 6$  এবং  $a^2 + b^2 + c^2 = 14$  হলে,  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$$a + b + c = 6, a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

আমরা জানি,

$$2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = (6)^2 - 14 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = 36 - 14$$

$$\text{বা, } 2(ab + bc + ca) = 22$$

$$\text{বা, } ab + bc + ca = 11$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2 \cdot 14 - 2 \cdot 11 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 28 - 22 = 6$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মান } 6$$

১২.  $x = 3, y = 4$  এবং  $z = 5$  হলে,  $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $x = 3, y = 4$  এবং  $z = 5$

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$$

$$= (3x)^2 + (4y)^2 + (2z)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-4y) + 2 \cdot (-4y) \cdot 2z + 2 \cdot 2z \cdot 3x$$

$$= (3x - 4y + 2z)^2$$

$$= (3 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5)^2 = (9 - 16 + 10)^2 = (3)^2 = 9$$

$$\therefore \text{নির্ণয় মান } 9$$

Jewel's Care Collected



১৩.  $(a + 2b)(3a + 2c)$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

**সমাধান** ধরি,  $a + 2b = x$  এবং  $3a + 2c = y$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি } xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } (a + 2b)(3a + 2c) &= \frac{(a + 2b + 3a + 2c)^2}{4} - \frac{(a + 2b - 3a - 2c)^2}{4} \\ &= \frac{\{2(2a + b + c)\}^2}{4} - \frac{\{-2(a - b + c)\}^2}{4} \\ &= \frac{4(2a + b + c)^2}{4} - \frac{4(a - b + c)^2}{4} \\ &= (2a + b + c)^2 - (a - b + c)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore (a + 2b)(3a + 2c) = (2a + b + c)^2 - (a - b + c)^2$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশিকে বর্গের বিয়োগফল রূপে প্রকাশ করা হলো।

১৪.  $x^2 + 10x + 24$  কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

**সমাধান**  $= x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 - 1$

$$= (x + 5)^2 - 1^2$$

$$\therefore x^2 + 10x + 24 = (x + 5)^2 - 1^2$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশিকে দুটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ করা হলো।

১৫.  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$  হলে,

(i)  $a^2 + b^2$ , (ii)  $ab$ -এর মান নির্ণয় কর।

(i) সমাধান: দেওয়া আছে,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$  এবং  $a^2 + ab + b^2 = 4$

এখন,  $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 8$$

$$\text{বা, } (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 8$$

$$\text{বা, } 4(a^2 + b^2 - ab) = 8 \quad [\because a^2 + ab + b^2 = 4]$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 - ab = 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 - ab = 2 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, } a^2 + ab + b^2 = 4 \dots \dots \dots (ii)$$

(i) + (ii) করে পাই,

$$a^2 - ab + b^2 + a^2 + ab + b^2 = 2 + 4$$

$$\text{বা, } 2a^2 + 2b^2 = 6$$

$$\text{বা, } 2(a^2 + b^2) = 6$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 \text{ এর মান } 3$$

(ii) সমাধান: দেওয়া আছে,  $a^2 + ab + b^2 = 4$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 + ab = 4$$

$$\text{বা, } 3 + ab = 4 \quad [\because a^2 + b^2 = 3]$$

$$\text{বা, } ab = 4 - 3$$

$$\text{বা, } ab = 1$$

$$\therefore ab \text{ এর মান } 1$$

Jewel's Care Collected

**১১ অনুশীলনী ৩.২**

১. সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর:

(ক)  $2x^2 + 3y^2$

**সমাধান**  $2x^2 + 3y^2$  এর ঘন

$$= (2x^2 + 3y^2)^3$$

$$= (2x^2)^3 + 3(2x^2)^2 \cdot 3y^2 + 3 \cdot 2x^2 \cdot (3y^2)^2 + (3y^2)^3$$

$$= 8x^6 + 3 \cdot 4x^4 \cdot 3y^2 + 3 \cdot 2x^2 \cdot 9y^4 + 27y^6$$

$$= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ঘন} = 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6$$

(খ)  $7m^2 - 2n$

**সমাধান**  $7m^2 - 2n$  এর ঘন

$$= (7m^2 - 2n)^3$$

$$= (7m^2)^3 - 3(7m^2)^2 \cdot 2n + 3 \cdot 7m^2 \cdot (2n)^2 - (2n)^3$$

$$= 343m^6 - 3 \cdot 49m^4 \cdot 2n + 3 \cdot 7m^2 \cdot 4n^2 - 8n^3$$

$$= 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ঘন } 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3$$

(গ)  $2a - b - 3c$

**সমাধান**  $2a - b - 3c$  এর ঘন

$$= (2a - b - 3c)^3$$

$$= \{(2a - b) - 3c\}^3$$

$$= (2a - b)^3 - 3(2a - b)^2 \cdot 3c + 3(2a - b)(3c)^2 - (3c)^3$$

$$= \{(2a)^3 - 3(2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot (b)^2 - (b)^3\} - 3\{(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot b + (b)^2\} \cdot 3c + 3(2a - b) \cdot 9c^2 - 27c^3$$

$$= (8a^3 - 3 \cdot 4a^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot b^2 - b^3) - 3(4a^2 - 4ab + b^2) \cdot 3c + 54ac^2 - 27bc^3 - 27c^3$$

$$= (8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3) - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^3 - 27c^3$$

$$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^3 - 27c^3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ঘন} = 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b + 6ab^2 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^3$$

২. সরল কর :

(ক)  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

**সমাধান**

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$$

$$= (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3(7x + 3b)(5x + 3b)\{(7x + 3b) - (5x + 3b)\}$$

$$\text{ধরি, } 7x + 3b = p \text{ এবং } 5x + 3b = q$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = p^3 - q^3 - 3pq(p - q)$$

$$= (p - q)^3$$

$$= (7x + 3b - 5x - 3b)^3 \quad [p, q \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= (2x)^3 = 8x^3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 8x^3$$

(খ)  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)(a^2 - (b + c)^2)$

**সমাধান**

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)(a^2 - (b + c)^2)$$

$$= (a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)(a + b + c)(a - b - c)$$

$$= (a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 3.2(b + c)(a + b + c)(a - b - c)$$

$$\text{মনে করি, } a + b + c = x$$

$$a - b - c = y$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - y^3 - 3(x - y)xy$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$= (x - y)^3$$

$$= 8(b + c)^3 \quad [x - y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 8(b + c)^3$$

(গ)  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

**সমাধান**

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } (m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$$

$$= \{(m + n)^2\}^3 - \{(m - n)^2\}^3 - 3\{(m + n)(m - n)\}^2 \cdot 4mn$$

$$= \{(m + n)^2\}^3 - \{(m - n)^2\}^3 - 3(m + n)^2(m - n)^2\{(m + n) - (m - n)\}$$

$$= (4mn)^3 = 64m^3n^3$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 64m^3n^3$$

(ঘ)  $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$

**সমাধান**

$$\text{প্রদত্ত রাশি: } (x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$$

$$= x^3 + y^3 + y^3 + z^3 + z^3 + x^3$$

$$= 2x^3 + 2y^3 + 2z^3$$

$$= 2(x^3 + y^3 + z^3)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সরলমান } 2(x^3 + y^3 + z^3)$$

(ঙ)  $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x(4x^2 - (3y - 4z)^2)$

**সমাধান**

$$\text{প্রদত্ত রাশি: } (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{(2x)^2 - (3y - 4z)^2\}$$

$$= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x(2x - 3y + 4z)(2x + 3y - 4z)$$

$$= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 3(2x + 3y - 4z)(2x - 3y + 4z)$$

$$\text{মনে করি, } 2x + 3y - 4z = a$$

$$\text{এবং } 2x - 3y + 4z = b$$

$$\text{যোগ করে, } 4x = a + b$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$= (a + b)^3 = (4x)^3 \quad [\because (a + b) \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= 64x^3$$

$$\text{Ans : } 64x^3$$

৩.  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,  $a^3 - b^3$  এর মান কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 \\ &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ &= (5)^3 + 3 \times 36 \times 5 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 125 + 540 = 665 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান 665.

৪. যদি  $a^3 - b^3 = 513$  এবং  $a - b = 3$  হয়, তবে  $ab$  এর মান কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 &= 513 \\ \text{বা, } (a - b)^3 + 3ab(a - b) &= 513 \\ \text{বা, } (3)^3 + 3ab \times 3 &= 513 \text{ [}\because a - b = 3\text{]} \\ \text{বা, } 27 + 9ab &= 513 \\ \text{বা, } 9ab &= 513 - 27 \\ \text{বা, } 9ab &= 486 \\ \text{বা, } ab &= \frac{486}{9} \end{aligned}$$

$\therefore ab = 54$

$\therefore$  নির্ণয় মান 54.

৫.  $x = 19$  এবং  $y = -12$  হলে,  $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $x = 19$  এবং  $y = -12$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \\ &= (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 \\ &= (2x + 3y)^3 \\ &= \{(2 \times 19 + 3(-12))\}^3 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (38 - 36)^3 = (2)^3 = 8 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান 8

৬. যদি  $a = 15$  হয়, তবে  $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$  এর মান কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a = 15$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130 \\ &= (2a)^3 + 3(2a)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2a \cdot (5)^2 + (5)^3 + 5 \\ &= (2a + 5)^3 + 5 \\ &= (2 \times 15 + 5)^3 + 5 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (30 + 5)^3 + 5 \\ &= (35)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান 42880.

৭. যদি  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$  হয়, তবে দেখাও যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$ .

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$

দেখাতে হবে যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= m^3 + 2p^3 \\ &= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3) \text{ [} m \text{ ও } p^3 \text{ এর মান বসিয়ে]} \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3 \\ &= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \\ &= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\} \\ &= 3(a + b)(a^2 + b^2) \\ &= 3mn \text{ [}\because a + b = m \text{ এবং } a^2 + b^2 = n\text{]} \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ  $m^3 + 2p^3 = 3mn$  (দেখানো হলো)

৮.  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$  হলে, (ক)  $a^2 - ab + b^2$  এবং (খ)  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

(ক)  $a^2 - ab + b^2$

**সমাধান** এখানে,  $a + b = 3$   
এবং  $ab = 2$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 3ab \\ &= (a + b)^2 - 3ab \\ &= (3)^2 - 3 \times 2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 9 - 6 = 3 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান 3

(খ)  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি: } a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3 \text{ [সম্প্রদিক্ত মানসমূহ বসিয়ে]} \\ &= 27 - 18 = 9 \end{aligned}$$

$\therefore a^3 + b^3 = 9$

$\therefore$  নির্ণয় মান 9

৯.  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে, (ক)  $a^2 + ab + b^2$  এবং (খ)  $a^3 - b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

(ক)  $a^2 + ab + b^2$

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি: } a^2 + ab + b^2 &= a^2 + b^2 + ab \\ &= (a - b)^2 + 2ab + ab \\ &= (a - b)^2 + 3ab \\ &= (5)^2 + 3 \times 36 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 25 + 108 = 133 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান 133

(খ)  $a^3 - b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি: } a^3 - b^3 &= (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ &= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5 \text{ [সম্প্রদিক্ত মানসমূহ বসিয়ে]} \\ &= 125 + 540 = 665 \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান 665

১০.  $m + \frac{1}{m} = a$  হলে,  $m^3 + \frac{1}{m^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $m + \frac{1}{m} = a$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি: } m^3 + \frac{1}{m^3} &= (m + \frac{1}{m})^3 - 3m \cdot \frac{1}{m} (m + \frac{1}{m}) \\ &= (m + \frac{1}{m})^3 - 3 \cdot m \cdot \frac{1}{m} (m + \frac{1}{m}) \\ &= a^3 - 3 \times a \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= a^3 - 3a \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান  $a^3 - 3a$

১১.  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = p$

$$\begin{aligned} \text{রাশি} &= x^3 - \frac{1}{x^3} \\ &= (x - \frac{1}{x})^3 + 3(x - \frac{1}{x}) \\ &= (p)^3 + 3 \times p \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= p^3 + 3p \end{aligned}$$

$\therefore$  নির্ণয় মান  $p^3 + 3p$

১২. যদি  $a - \frac{1}{a} = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ .

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 1$

দেখাতে হবে যে,  $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= a^3 - \frac{1}{a^3} = (a - \frac{1}{a})^3 + 3a \cdot \frac{1}{a} (a - \frac{1}{a}) \\ &= (1)^3 + 3 \cdot 1 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 1 + 3 = 4 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$ . (দেখানো হলো)

jewel's Care Collected

১৩. যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে দেখাও যে,

(ক)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$a + b + c = 0$

বা,  $a + b = -c$

দেখাতে হবে যে,  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

বামপক্ষ =  $a^3 + b^3 + c^3$

=  $(a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3$

=  $(-c)^3 - 3ab(-c) + c^3$  [ $\because a + b = -c$ ]

=  $-c^3 + 3abc + c^3 = 3abc =$  ডানপক্ষ

$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  (প্রমাণিত)

(খ)  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

বা,  $a + b = -c$

বা,  $b + c = -a$

বা,  $c + a = -b$

দেখাতে হবে যে,  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$

$\therefore$  বামপক্ষ =  $\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab}$

=  $\frac{(-a)^2}{3bc} + \frac{(-b)^2}{3ca} + \frac{(-c)^2}{3ab}$

=  $\frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ca} + \frac{c^2}{3ab}$

=  $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc}$

=  $\frac{3abc}{3abc}$

=  $1 =$  ডানপক্ষ

$\therefore \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$  (প্রমাণিত)

১৪.  $p - q = r$  হলে, দেখাও যে,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$ .

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $p - q = r$

দেখাতে হবে যে,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$

বামপক্ষ =  $p^3 - q^3 - r^3$

=  $(p - q)^3 + 3pq(p - q) - r^3$

=  $(r)^3 + 3pq.r - r^3$  [মান বসিয়ে]

=  $r^3 + 3pqr - r^3 = 3pqr =$  ডানপক্ষ

$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$  (দেখানো হলো)

১৫.  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে, দেখাও যে,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$ .

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $2x - \frac{2}{x} = 3$

বা,  $2\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$

বা,  $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

দেখাতে হবে যে,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

এখন, বামপক্ষ =  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$

=  $8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}$

=  $8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2}\right\}$  [ $\because x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ ]

=  $8\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right)$

=  $8\left(\frac{27 + 36}{8}\right) = 8 \cdot \frac{63}{8} = 63 =$  ডানপক্ষ

$\therefore$  বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ,  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$  (দেখানো হলো)

১৬.  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6 - 1}{a}$  এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$

=  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$  [হর লবকে  $\sqrt{6} - \sqrt{5}$  জা কু করে]

=  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2}$  [ $\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ]

=  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5}$

=  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

প্রদত্ত রাশি,  $\frac{a^6 - 1}{a} = a^5 - \frac{1}{a}$

=  $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$

=  $(2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{5}$

=  $8 \cdot 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

=  $40\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

=  $46\sqrt{5}$

$\therefore$  নির্ণেয় মান  $46\sqrt{5}$

১৭.  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  যেখানে  $x \neq 0$ .

ক. প্রমাণ কর যে,  $x^2 - \sqrt{3}x = 1$

খ. প্রমাণ কর যে,  $23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$

গ.  $\left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right)$  এর মান নির্ণয় কর।

**✓ ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর ▶**

**ক** দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

বা,  $\frac{x^2 - 1}{x} = \sqrt{3}$

বা,  $x^2 - 1 = \sqrt{3}x$

$\therefore x^2 - \sqrt{3}x = 1$  (প্রমাণিত)

**খ** দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$

এখন,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2x \cdot \frac{1}{x}$  [ $\because a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$ ]

=  $(\sqrt{3})^2 + 2$

=  $3 + 2$

=  $5$

$\therefore$  বামপক্ষ =  $23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 23 \times 5 = 115$

আবার,

$(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$

=  $(5)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$  [ $\because a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ ]

$\therefore$  ডানপক্ষ =  $5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = 5 \times 23 = 115 =$  বামপক্ষ

অতএব  $23\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 5\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)$  (প্রমাণিত)

১৩. 'খ' হতে পাই,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$

এখন,  $(x^6 + \frac{1}{x^6})$

$= (x^2)^3 + (\frac{1}{x^2})^3$

$= (x^2 + \frac{1}{x^2})^3 - 3 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} (x^2 + \frac{1}{x^2})$

[ $\because a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$ ]

$= (5)^3 - 3(5)$

$= 125 - 15 = 110$

$\therefore (x^6 + \frac{1}{x^6}) = 110$

$\therefore$  নির্ণেয় মান 110

jewel's Care Collected

অনুশীলনী ৩.৩

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১ - ৩০) :

১.  $ab(x-y) - bc(x-y)$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $ab(x-y) - bc(x-y)$   
 $= (x-y)(ab-bc)$   
 $= b(x-y)(a-c)$

২.  $9x^2 + 24x + 16$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $9x^2 + 24x + 16$   
 $= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 + (4)^2$   
 $= (3x+4)^2$

৩.  $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $a^4 - 27a^2 + 1$   
 $= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + (1)^2 - 25a^2$   
 $= (a^2 - 1)^2 - 25a^2$   
 $= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$   
 $= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$   
 $= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1)$

৪.  $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$   
 $= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$   
 $= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$   
 $= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy)$

৫.  $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$   
 $= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy$   
 $= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 - 2abxy - b^2x^2$   
 $= \{(ax)^2 + 2 \cdot ax \cdot by + (by)^2\} - \{(ay)^2 + 2 \cdot ay \cdot bx + (bx)^2\}$   
 $= (ax+by)^2 - (ay-bx)^2$   
 $= \{(ax+by) + (ay-bx)\} \{(ax+by) - (ay-bx)\}$   
 $= (ax+by+ay-bx)(ax+by-ay+bx)$

৬.  $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$   
 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 - 4c^2$   
 $= (2a-3b)^2 - (2c)^2$   
 $= (2a-3b+2c)(2a-3b-2c)$

৭.  $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$   
 $= (a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2) - y^2 + 2y - 1$   
 $= (a+3)^2 - \{(y)^2 - 2y \cdot 1 + (1)^2\}$   
 $= (a+3)^2 - (y-1)^2$   
 $= \{(a+3) + (y-1)\} \{(a+3) - (y-1)\}$   
 $= (a+3+y-1)(a+3-y+1)$   
 $= (a-y+4)(a+y+2)$

৮.  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$   
 $= (4x)^2 - (5y)^2 - 8xz + 10yz$   
 $= (4x+5y)(4x-5y) - 2z(4x-5y)$   
 $= (4x+5y-2z)(4x-5y)$

৯.  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$   
 $= -(a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2b^2c^2 - 2c^2a^2)$   
 $= -\{(a^2)^2 + (b^2)^2 + (c^2)^2 + 2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 - (a^2+b^2+c^2)^2\}$   
 $= -\{(a^2+b^2-c^2)^2 - (2ab)^2\}$   
 $= -\{(a^2+b^2-c^2+2ab)(a^2+b^2-c^2-2ab)\}$   
 $= -\{(a+b)^2 - c^2\} \{(a-b)^2 - c^2\}$   
 $= -(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$   
 $= (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(c+b-a)$

১০.  $x^2 + 13x + 36$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $x^2 + 13x + 36$   
 $= x^2 + 9x + 4x + 36$   
 $= x(x+9) + 4(x+9)$   
 $= (x+9)(x+4)$

১১.  $x^4 + x^2 - 20$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $x^4 + x^2 - 20$   
 $= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20$   
 $= x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5)$   
 $= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$   
 $= (x^2 + 5)(x^2 - (2)^2)$   
 $= (x^2 + 5)(x+2)(x-2)$

১২.  $a^2 - 30a + 216$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $a^2 - 30a + 216$   
 $= a^2 - 18a - 12a + 216$   
 $= a(a-18) - 12(a-18)$   
 $= (a-18)(a-12)$

১৩.  $a^8 - a^4 - 2$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $a^8 - a^4 - 2$   
 $= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$   
 $= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2)$   
 $= (a^4 - 2)(a^4 + 1)$

১৪.  $x^2 - 37x - 650$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $x^2 - 37x - 650$   
 $= x^2 - 50x + 13x - 650$   
 $= x(x-50) + 13(x-50)$   
 $= (x-50)(x+13)$

১৫.  $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$   
 $= y^2(9x^2 - 5x - 14)$   
 $= y^2(9x^2 + 9x - 14x - 14)$   
 $= y^2\{9x(x+1) - 14(x+1)\}$   
 $= y^2(x+1)(9x-14)$

১৬.  $4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $4x^4 - 27x^2 - 81$   
 $= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81$   
 $= 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$   
 $= (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$   
 $= \{(x)^2 - (3)^2\} (4x^2 + 9)$   
 $= (x-3)(x+3)(4x^2 + 9)$

১৭.  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$   
 $= ax^2 + a^2x + x + a$   
 $= ax(x+a) + 1(x+a)$   
 $= (x+a)(ax+1)$

১৮.  $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

সমাধান ধরি,  $a^2 + 2a = x$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= 3x^2 - 22x + 40$   
 $= 3x^2 - 12x - 10x + 40$   
 $= 3x(x-4) - 10(x-4)$   
 $= (x-4)(3x-10)$   
 $= (a^2 + 2a - 4)(3(a^2 + 2a) - 10)$  [মান বসিয়ে]  
 $= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10)$

১৯.  $14(x+z)^2 - 29(x+z)(x+1) - 15(x+1)^2$ .

**সমাধান** ধরি,  $x+z = a$  এবং  $x+1 = b$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= 14a^2 - 29ab - 15b^2$   
 $= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2$   
 $= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b)$   
 $= (2a - 5b)(7a + 3b)$   
 $= \{2(x+z) - 5(x+1)\} \{7(x+z) + 3(x+1)\}$   
 [মান বসিয়ে]  
 $= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3)$   
 $= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3)$

২০.  $(a-1)x^2 + a^2xy + (a+1)y^2$ .

**সমাধান** মনে করি,  $a-1 = p$   
 $a+1 = q$   
 (গুণ করে)  $(a-1)(a+1) = pq$   
 বা,  $a^2 - 1 = pq$   
 বা,  $a^2 = pq + 1$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= px^2 + (pq+1)xy + qy^2$   
 $= px^2 + pqxy + xy + qy^2$   
 $= px(x+qy) + y(x+qy)$   
 $= (x+qy)(px+y)$   
 $= \{x+(a-1)y\} \{(a-1)x+y\}$   
 [p ও q এর মান বসিয়ে]  
 $= (x+ay+y)(ax-x+y)$

২১.  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$   
 $= (x)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3 + 1$   
 $= (x+1)^3 + (1)^3$   
 $= (x+1+1) \{(x+1)^2 - (x+1) \cdot 1 + 1^2\}$   
 $= (x+2)(x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1)$   
 $= (x+2)(x^2 + x + 1)$

২২.  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$   
 $= a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 2 + 3a \cdot (2)^2 - (2)^3 - 1$   
 $= (a-2)^3 - 1$   
 $= (a-2-1) \{(a-2)^2 + (a-2) \cdot 1 + (1)^2\}$   
 $= (a-3) \{(a)^2 - 2 \cdot 2a + (2)^2 + a - 2 + 1\}$   
 $= (a-3)(a^2 - 4a + 4 + a - 1)$   
 $= (a-3)(a^2 - 3a + 3)$

২৩.  $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $a^3 - 9b^3 + (a+b)^3$   
 $= (a^3 - b^3) + (a+b)^3 - 8b^3$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b)^3 - (2b)^3$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b-2b) \{(a+b)^2 + (a+b)2b + (2b)^2\}$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2)$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a^2 + 4ab + 7b^2)$   
 $= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$   
 $= (a-b)(2a^2 + 5ab + 8b^2)$

২৪.  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$   
 $= (2x)^3 + 3(2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot (1)^2 + (1)^3 - 64$   
 $= (2x+1)^3 - (4)^3$   
 $= (2x+1-4) \{(2x+1)^2 + (2x+1) \cdot 4 + (4)^2\}$   
 $= (2x-3) \{(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + (1)^2 + 8x + 4 + 16\}$   
 $= (2x-3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 20)$   
 $= (2x-3)(4x^2 + 12x + 21)$

২৫.  $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

**সমাধান**  $8a^3 + \frac{b^3}{27}$   
 $= (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$   
 $= \left(2a + \frac{b}{3}\right) \left\{ (2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2 \right\}$

$= \left(\frac{6a+b}{3}\right) \left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$

$= \left(\frac{6a+b}{3}\right) \left(\frac{36a^2 - 6ab + b^2}{9}\right)$

$= \frac{1}{27} (6a+b)(36a^2 - 6ab + b^2)$

২৬.  $\frac{a^6}{27} - b^6$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $\frac{a^6}{27} - b^6$

$= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3$

$= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left\{ \left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2 \right\}$

$= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right)$

২৭.  $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

$= 4a^2 - 2 + \frac{1}{4a^2} + 4a - \frac{1}{a}$

$= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a}$

$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a}$

$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a}\right) + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$

$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right)$

২৮.  $(3a+1)^3 - (2a-3)^3$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $(3a+1)^3 - (2a-3)^3$

$= \{(3a+1) - (2a-3)\} \{(3a+1)^2 + (3a+1)(2a-3) + (2a-3)^2\}$

$= (3a+1-2a+3) \{(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 1 + 1^2 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + (3)^2\}$

$= (a+4)(9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 7a - 3 + 4a^2 - 12a + 9)$

$= (a+4)(19a^2 - 13a + 7)$

২৯.  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $(x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48$

$= (x+2)(x+5)(x+3)(x+4) - 48$

$= (x^2 + 5x + 2x + 10)(x^2 + 4x + 3x + 12) - 48$

$= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48$

ধরি,  $x^2 + 7x = a$

তাহলে, প্রদত্ত রাশি  $= (a+10)(a+12) - 48$

$= a^2 + 12a + 10a + 120 - 48$

$= a^2 + 22a + 72$

$= a^2 + 18a + 4a + 72$

$= a(a+18) + 4(a+18)$

$= (a+18)(a+4)$

$= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 7x + 4)$

[ $\because a = x^2 + 7x$ ]

দ্রষ্টব্য: বোর্ড বইয়ের উত্তর ভুল আছে।

৩০.  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$

$= (x-1)(x-7)(x-3)(x-5) - 65$

$= (x^2 - 7x - x + 7)(x^2 - 5x - 3x + 15) - 65$

$= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$

ধরি,  $x^2 - 8x = a$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= (a + 7)(a + 15) - 65 \\ &= a^2 + 15a + 7a + 105 - 65 \\ &= a^2 + 22a + 40 \\ &= a^2 + 20a + 2a + 40 \\ &= a(a + 20) + 2(a + 20) \\ &= (a + 20)(a + 2) \\ &= (x^2 - 8x + 20)(x^2 - 8x + 2) \end{aligned}$$

[ $\because a = x^2 - 8x$ ]

দ্রষ্টব্য: বোর্ড বইয়ের প্রশ্ন সমাধান করা হয়েছে।

৩১. দেখাও যে,  $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$ .

**সমাধান** দেখাতে হবে যে,  $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= (x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) \\ &= (x + 1)(3x - 1)(x + 2)(3x - 4) \\ &= (3x^2 - x + 3x - 1)(3x^2 - 4x + 6x - 8) \\ &= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8) \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$\therefore (x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$  (প্রমাণিত)

### অনুশীলনী ৩.৪

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

১.  $3a^3 + 2a + 5$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $3a^3 + 2a + 5$

ধরি,  $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

এখানে,  $a = -1$  হলে  $f(-1) = 0$  হবে

$$\begin{aligned} \therefore f(-1) &= 3(-1)^3 + 2(-1) + 5 \\ &= 3(-1) - 2 + 5 = -3 - 2 + 5 \\ &= -5 + 5 = 0 \end{aligned}$$

$(a + 1), f(a)$  এর একটি উৎপাদক:

$$\begin{aligned} f(a) &= 3a^3 + 2a + 5 \\ &= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5 \\ &= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1) \\ &= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5) \end{aligned}$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$

২.  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ .

**সমাধান**

প্রদত্ত রাশি:  $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

ধরি,  $f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

তাহলে,  $f(-y) = -y^3 + 7y^3 - 6y^3$   
 $= 7y^3 - 6y^3$   
 $= 0$

$\therefore (x + y), f(x)$  এর একটি উৎপাদক

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 - 7xy^2 - 6y^3 &= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3 \\ &= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y) \\ &= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2) \\ &= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2) \\ &= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)\} \\ &= (x + y)(x + 2y)(x - 3y) \end{aligned}$$

প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(x + y)(x + 2y)(x - 3y)$

৩.  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ .

**সমাধান**

প্রদত্ত রাশি:  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

ধরি,  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

তাহলে,  $f(2) = 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 6$   
 $= 8 + 8 - 10 - 6$   
 $= 16 - 16$   
 $= 0$

$\therefore (x - 2), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + 2x^2 - 5x - 6 &= x^3 - 2x^2 + 4x^2 - 8x + 3x - 6 \\ &= x^2(x - 2) + 4x(x - 2) + 3(x - 2) \\ &= (x - 2)(x^2 + 4x + 3) \\ &= (x - 2)(x^2 + 3x + x + 3) \\ &= (x - 2)\{x(x + 3) + 1(x + 3)\} \\ &= (x - 2)(x + 3)(x + 1) \end{aligned}$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(x - 2)(x + 3)(x + 1)$

৪.  $x^3 + 4x^2 + x - 6$ .

**সমাধান**

প্রদত্ত রাশি:  $x^3 + 4x^2 + x - 6$

ধরি,  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

তাহলে,  $f(1) = 1 + 4 \cdot 1 + 1 - 6$   
 $= 6 - 6$   
 $= 0$

$\therefore (x - 1), f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + 4x^2 + x - 6 &= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6 \\ &= x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 + 5x + 6) \\ &= (x - 1)(x^2 + 3x + 2x + 6) \\ &= (x - 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\} \\ &= (x - 1)(x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(x - 1)(x + 3)(x + 2)$

৫.  $a^3 + 3a + 36$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $a^3 + 3a + 36$

ধরি,  $f(a) = a^3 + 3a + 36$

এখানে,  $a = -3$  হলে  $f(-3) = 0$  হবে

$$\begin{aligned} \therefore f(-3) &= (-3)^3 + 3(-3) + 36 \\ &= -27 - 9 + 36 \\ &= -36 + 36 = 0 \end{aligned}$$

$(a + 3), f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} f(a) &= a^3 + 3a + 36 \\ &= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36 \\ &= a^2(a + 3) - 3a(a + 3) + 12(a + 3) \\ &= (a + 3)(a^2 - 3a + 12) \end{aligned}$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(a + 3)(a^2 - 3a + 12)$

৬.  $a^4 - 4a + 3$

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $a^4 - 4a + 3$

ধরি,  $f(a) = a^4 - 4a + 3$

এখানে,  $a = 1$  হলে  $f(1) = 0$  হবে

$$\begin{aligned} \therefore f(1) &= (1)^4 - 4 \cdot 1 + 3 \\ &= 1 - 4 + 3 \\ &= 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore (a - 1), f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^4 - 4a + 3 &= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3 \\ &= a^3(a - 1) + a^2(a - 1) + a(a - 1) - 3(a - 1) \\ &= (a - 1)(a^3 + a^2 + a - 3) \end{aligned}$$

আবার, ধরি,  $f'(a) = a^3 + a^2 + a - 3$   
 $\therefore f'(1) = 1^3 + 1^2 + 1 - 3$   
 $= 1 + 1 + 1 - 3$   
 $= 3 - 3 = 0$

$\therefore (a - 1), f'(a)$  এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } a^3 + a^2 + a - 3 &= a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3 \\ &= a^2(a - 1) + 2a(a - 1) + 3(a - 1) \\ &= (a - 1)(a^2 + 2a + 3) \end{aligned}$$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $= (a - 1)(a - 1)(a^2 + 2a + 3)$   
 $= (a - 1)^2(a^2 + 2a + 3)$

৭.  $a^3 - a^2 - 10a - 8$ .

**সমাধান**

প্রদত্ত রাশি:  $a^3 - a^2 - 10a - 8$

ধরি,  $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

এখানে,  $a = -1$  হলে  $f(-1) = 0$  হবে

তাহলে,  $f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$   
 $= -1 - 1 + 10 - 8$   
 $= 10 - 10$   
 $= 0$

∴  $(a + 1)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 - a^2 - 10a - 8$

$= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8$

$= a^2(a + 1) - 2a(a + 1) - 8(a + 1)$

$= (a + 1)(a^2 - 2a - 8)$

$= (a + 1)(a^2 - 4a + 2a - 8)$

$= (a + 1)\{a(a - 4) + 2(a - 4)\}$

$= (a + 1)(a + 2)(a - 4)$

∴ প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(a + 1)(a + 2)(a - 4)$

৮.  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

ধরি,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

এখানে,  $x = 2$  হলে,  $f(2) = 0$  হবে

∴  $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 - 4$   
 $= 8 - 3 \cdot 4 + 8 - 4$   
 $= 8 - 12 + 8 - 4$   
 $= 16 - 16 = 0$

∴  $(x - 2)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$= x^2 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4$

$= x^2(x - 2) - x(x - 2) + 2(x - 2)$

$= (x - 2)(x^2 - x + 2)$

৯.  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

ধরি,  $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$a = b$  হলে,  $f(b) = 0$  হবে,

তাহলে,  $f(b) = b^3 - 7b^2 \cdot b + 7b \cdot b^2 - b^3$   
 $= b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3$   
 $= 8b^3 - 8b^3 = 0$

∴  $(a - b)$ ,  $f(a)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6ab^2 + ab^2 - b^3$

$= a^2(a - b) - 6ab(a - b) + b^2(a - b)$

$= (a - b)(a^2 - 6ab + b^2)$

∴ প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(a - b)(a^2 - 6ab + b^2)$

১০.  $x^3 - x - 24$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $x^3 - x - 24$

ধরি,  $f(x) = x^3 - x - 24$

$x = 3$  এর জন্য  $f(3) = 0$  হবে,

তাহলে,  $f(3) = (3)^3 - 3 - 24$

$= 27 - 3 - 24$

$= 27 - 27$

$= 0$

∴  $(x - 3)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 - x - 24$

$= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24$

$= x^2(x - 3) + 3x(x - 3) + 8(x - 3)$

$= (x - 3)(x^2 + 3x + 8)$

∴ প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(x - 3)(x^2 + 3x + 8)$

১১.  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

ধরি,  $f(x) = x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$x = -y$  এর জন্য  $f(-y) = 0$  হবে

$f(-y) = (-y)^3 + 6(-y)^2 \cdot y + 11(-y) \cdot y^2 + 6y^3$   
 $= -y^3 + 6y^3 - 11y^3 + 6y^3$   
 $= 12y^3 - 12y^3$   
 $= 0$

∴  $(x + y)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$= x^3 + x^2y + 5x^2y + 5xy^2 + 6xy^2 + 6y^3$

$= x^2(x + y) + 5xy(x + y) + 6y^2(x + y)$

$= (x + y)(x^2 + 5xy + 6y^2)$

$= (x + y)(x^2 + 3xy + 2xy + 6y^2)$

$= (x + y)\{x(x + 3y) + 2y(x + 3y)\}$

$= (x + y)(x + 3y)(x + 2y)$

∴ প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(x + y)(x + 3y)(x + 2y)$

১২.  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

ধরি,  $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

এখানে,  $x = 2$  হলে  $f(2) = 0$  হবে।

∴  $f(2) = 2(2)^4 - 3(2)^3 - 3 \cdot 2 - 2$   
 $= 2 \cdot 16 - 3 \cdot 8 - 6 - 2$   
 $= 32 - 24 - 6 - 2 = 32 - 32 = 0$

∴  $(x - 2)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

$f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

$= 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2$

$= 2x^3(x - 2) + x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 1(x - 2)$

$= (x - 2)(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$

$= (x - 2)\{x^2(2x + 1) + 1(2x + 1)\}$

$= (x - 2)(2x + 1)(x^2 + 1)$

∴ প্রদত্ত রাশির উৎপাদক  $(x - 2)(2x + 1)(x^2 + 1)$

১৩.  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$ .

**সমাধান** প্রদত্ত রাশি:  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

ধরি,  $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$x = \frac{1}{2}$  এর জন্য  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  হবে।

তাহলে,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 12\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 7\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} - 2$

$= \frac{4}{16} + \frac{12}{8} + \frac{7}{4} - \frac{3}{2} - 2$

$= \frac{1}{4} + \frac{6}{4} + \frac{7}{4} - \frac{3}{2} - 2$

$= \frac{1 + 6 + 7 - 6 - 8}{4}$

$= \frac{8 - 8}{4} = 0$

∴  $(2x - 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$= 4x^4 - 2x^3 + 14x^3 - 7x^2 + 14x^2 - 7x + 4x - 2$

$= 2x^3(2x - 1) + 7x^2(2x - 1) + 7x(2x - 1) + 2(2x - 1)$

$= (2x - 1)(2x^3 + 7x^2 + 7x + 2)$

আবার, ধরি,  $g(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$

তাহলে,  $g(-1) = 2(-1)^3 + 7(-1)^2 + 7(-1) + 2$

$= -2 + 7 - 7 + 2$

$= 9 - 9 = 0$

∴  $(x + 1)$ ,  $g(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$

$= 2x^3 + 2x^2 + 5x^2 + 5x + 2x + 2$

$= 2x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 2(x + 1)$

$= (x + 1)(2x^2 + 5x + 2)$

$= (x + 1)(2x^2 + 4x + x + 2)$

$= (x + 1)(2x(x + 2) + 1(x + 2))$

$= (x + 1)(x + 2)(2x + 1)$

∴ নির্ণেয় উৎপাদক  $= (2x - 1)(x + 1)(x + 2)(2x + 1)$

jewel's Care Collected

১৪.  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$ .

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$   
 $= x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$

এখন, মনে করি,  $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$   
 $x = 1$  বসালে পাই,

$f(1) = (1)^5 - (1)^4 + (1)^3 - (1)^2 + (1) - 1$   
 $= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 0$

∴ ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে  $(x - 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$   
 $= x^4(x - 1) + x^2(x - 1) + (x - 1)$   
 $= (x - 1)(x^4 + x^2 + 1)$   
 $= (x - 1)\{(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + (1)^2 - x^2\}$   
 $= (x - 1)\{(x^2 + 1)^2 - (x)^2\}$   
 $= (x - 1)\{(x^2 + 1) + x\}\{(x^2 + 1) - x\}$   
 $= (x + 1)(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$   
 $= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - 1 + 1)$

∴  $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$   
 $= x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$  (Ans.)

১৫.  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$ .

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

ধরি,  $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

$x = \frac{1}{4}$  হলে,  $f\left(\frac{1}{4}\right) = 0$  হয়

তাহলে,  $f\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{5}{4} - 1$   
 $= \frac{4}{64} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1$   
 $= \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1$   
 $= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16}$   
 $= \frac{21 - 21}{16} = 0$

∴  $(4x - 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$   
 $= 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1$   
 $= x^2(4x - 1) - x(4x - 1) + 1(4x - 1)$   
 $= (4x - 1)(x^2 - x + 1)$   
 ∴ নির্ণেয় উৎপাদক =  $(4x - 1)(x^2 - x + 1)$

১৬.  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$ .

সমাধান প্রদত্ত রাশি:  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

ধরি,  $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$x = -\frac{1}{2}$  হলে,  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$  হবে।

তাহলে,  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 2$   
 $= -\frac{18}{8} + \frac{15}{4} + \frac{1}{2} - 2$   
 $= -\frac{9}{4} + \frac{15}{4} + \frac{1}{2} - 2$   
 $= \frac{-9 + 15 + 2 - 8}{4}$   
 $= \frac{17 - 17}{4} = 0$

∴  $(2x + 1)$ ,  $f(x)$  এর একটি উৎপাদক।

এখন,  $18x^3 + 15x^2 - x - 2$   
 $= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2$   
 $= 9x^2(2x + 1) + 3x(2x + 1) - 2(2x + 1)$   
 $= (2x + 1)(9x^2 + 3x - 2)$   
 $= (2x + 1)(9x^2 + 6x - 3x - 2)$   
 $= (2x + 1)\{3x(3x + 2) - 1(3x + 2)\}$   
 $= (2x + 1)(3x + 2)(3x - 1)$   
 ∴ নির্ণেয় উৎপাদক =  $(2x + 1)(3x + 2)(3x - 1)$

▶▶ অনুশীলনী ৩.৫

১.  $f(x) = x^2 - 4x + 4$  হলে,  $f(2)$  এর মান নিচের কোনটি?  
 (ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 0

২.  $\frac{1}{2}\{(a+b)^2 - (a-b)^2\}$  এর মান নিচের কোনটি?  
 (ক)  $2(a^2 + b^2)$  (খ)  $a^2 + b^2$  (গ)  $2ab$  (ঘ)  $4ab$

৩.  $x + \frac{2}{x} = 3$  হলে,  $x^3 + \frac{8}{x^3}$  এর মান কত?  
 (ক) 1 (খ) 8 (গ) 9 (ঘ) 16

৪.  $p^4 + p^2 + 1$  এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি?  
 (ক)  $(p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1)$  (খ)  $(p^2 - p - 1)(p^2 + p + 1)$   
 (গ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 + p + 1)$  (ঘ)  $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$

৫. যদি  $x = 2 - \sqrt{3}$  হয়, তবে  $x^2$  এর মান কত?  
 (ক) 1 (খ)  $7 - 4\sqrt{3}$  (গ)  $2 + \sqrt{3}$  (ঘ)  $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

৬.  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  এবং  $f(x) = 0$  হলে,  $x =$  কত?  
 (ক) 2, 3 (খ) -5, 1 (গ) -2, 3 (ঘ) 1, -5

৭.  $9x^2 + 16y^2$  এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?  
 (ক)  $6xy$  (খ)  $12xy$  (গ)  $24xy$  (ঘ)  $144xy$

৮. যদি  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হলে, নিচের চ-নং-১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৮.  $x^2 + \frac{1}{x^2} =$  কত?  
 (ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 0

৯.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$  এর মান কত?  
 (ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 (ঘ) 1

১০.  $x^3 + \frac{1}{x^3} =$  কত?  
 (ক) 3 (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 0

১১.  $a^2 + b^2 = 9$  এবং  $ab = 3$  হলে—  
 i.  $(a - b)^2 = 3$  ii.  $(a + b)^2 = 15$   
 iii.  $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 18$

নিচের কোনটি সঠিক?  
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১২.  $3a^5 - 6a^4 + 3a + 14$  একটি বীজগণিতিক রাশি হলে—

i. রাশিটির চলক a ii. রাশিটির মাত্রা 5  
 iii.  $a^4$  এর সহগ 6  
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩.  $p^3 - \frac{1}{64}$  এর উৎপাদক—

i.  $p - \frac{1}{4}$  ii.  $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{8}$  iii.  $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}$   
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৪. 'ক' একটি কাজ p দিনে করে এবং খ 2p দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান ক p দিনে করে সম্পূর্ণ কাজটি

∴ ক 1 দিনে করে কাজটির  $\frac{1}{p}$  অংশ  
 আবার, খ 2p দিনে করে সম্পূর্ণ কাজটি  
 ∴ খ 1 দিনে করে কাজটির  $\frac{1}{2p}$  অংশ

∴ ক ও খ একত্রে 1 দিনে করে কাজটির  $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2p}\right)$  অংশ কাজের প্রথম পর্যায়ে ক ও খ একত্রে কয়েক দিন কাজ করার পর ক চলে যায় এবং শেষ পর্যায়ে খ একাকী বাকি কাজটুকু r দিনে শেষ করে।



১৬. একজন ছবি প্রোগ্রাম প্রতিবৃদ্ধি  $p$  বছর  $d$  কি.মি. বেগে পড়ে। প্রোগ্রামের  $2d$  গুণ বেগে আর  $q$  বছর লাগে। প্রোগ্রামের বেগ  $v$  কি.মি.।  
 সমাধান: মনে করি, প্রোগ্রামের বেগ  $v$  কি.মি.,  
 বেল ফটার  $u$  কি.মি।  
 তাহলে প্রোগ্রামের অনুবৃত্তে বৌকার কার্যকর বেগ  $(u + v)$  কি.মি।  
 এক প্রোগ্রামের প্রতিবৃদ্ধি বৌকার কার্যকর বেগ  $(u - v)$  কি.মি।  
 অনুসৃত্তারে,  $u - v = \frac{d}{p}$  ..... (i) থেকে বেগ =  $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}$   
 এক  $u + v = \frac{d}{q}$  ..... (ii)  
 সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,  
 $u - v + u + v = \frac{d}{p} + \frac{d}{q}$   
 বা,  $2u = d\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$   
 বা,  $u = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$   
 আবার, সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,  
 $u + v - u + v = \frac{d}{q} - \frac{d}{p}$   
 বা,  $2v = d\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$   
 বা,  $v = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$   
 সুতরাং প্রোগ্রামের বেগ  $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$   
 এক বৌকার বেগ  $\frac{d}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$  কি.মি।

১৭. একজন মাঝির দীর্ঘ বেগে 15 কি.মি. বেগে এক লেবান বেগে ছিট  
 আসতে 4 ঘণ্টা লাগে। সে প্রোগ্রামের অনুবৃত্তে বতকবে 5 কি.মি.  
 যায়, প্রোগ্রামের প্রতিবৃদ্ধি ততকবে 3 কি.মি. যায়। দীর্ঘ বেগে  $q$   
 প্রোগ্রামের বেগ নির্ণয় কর।

ঘাটী	ঘাটী লম্বা	মান্যপিত্তু তাড়া	ঘোট তাড়া
ত্রুত	$x$	$q$	$q$
অঘাটী	$x + 5$	$q - 3$	$(q - 3)(x + 5)$

সমাধান: মনে করি, দীর্ঘমানিত্ত বেগ  $u$  কি.মি.  
 এক প্রোগ্রামের বেগ  $v$  কি.মি.  
 প্রোগ্রামের অনুবৃত্তে বৌকার বেগ  $(u + v)$  কি.মি.  
 এক প্রোগ্রামের প্রতিবৃদ্ধি বৌকার বেগ  $(u - v)$  কি.মি.  
 অনুসৃত্তারে,  
 $\frac{15}{u + v} + \frac{15}{u - v} = 4$   
 $\frac{15(u - v) + 15(u + v)}{(u + v)(u - v)} = 4$   
 $\frac{15u - 15v + 15u + 15v}{(u + v)(u - v)} = 4$   
 $\frac{30u}{(u + v)(u - v)} = 4$   
 $\frac{15u}{(u + v)(u - v)} = 2$  (২) দ্বারা উভয়পক্ষে ভাগ করে  
 $\therefore 2(u + v)(u - v) = 15u$  ..... (i)  
 $\frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v}$   
 আবার,  $5u - 5v = 3u + 3v$   
 বা,  $5u - 3u = 3v + 5v$   
 বা,  $2u = 8v$   
 বা,  $u = 4v$  ..... (ii)  
 সমীকরণ (ii) থেকে  $u$  এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,  
 $2(4v + v)(4v - v) = 15 \cdot 4v$   
 বা,  $2 \cdot 5v \cdot 3v = 60v$   
 বা,  $v = 2$  (30v দ্বারা উভয়পক্ষে ভাগ করে। এখানে  $v \neq 0$ )  
 $v$  এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,  
 $u = 4 \cdot 2$   
 $\therefore u = 8$   
 $\therefore$  দীর্ঘ বেগ  $8$  কি.মি. এক প্রোগ্রামের বেগ  $2$  কি.মি।

Jewel's Care Collected

১৮. একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটিকে  $t_1$  মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা  $t_2$  মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতকালে পূর্ণ হবে? [এখানে  $t_1 > t_2$ ]

**সমাধান** মনে করি, চৌবাচ্চাটিতে  $v$  লিটার পানি ধরে।  
১ম নল দ্বারা  $v$  লিটার পানি প্রবেশ করে  $t_1$  মিনিটে

∴ ১ম নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয়  $\frac{v}{t_1}$  লিটার

আবার, ২য় নল দ্বারা  $v$  লিটার পানি বের হয়  $t_2$  মিনিটে

অর্থাৎ ২য় নল দ্বারা ১ মিনিটে খালি হয়  $\frac{v}{t_2}$  লিটার

∴ দুটি নল একত্রে খুলে দিলে ১ মিনিটে পূর্ণ হয়

$$\left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2}\right) \text{ লিটার} = v \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right) \text{ লিটার}$$

অর্থাৎ দুটি নল দ্বারা  $v \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)$  লিটার পূর্ণ হয় ১ মিনিটে

সুতরাং  $v$  লিটার পূর্ণ হয়  $\frac{v}{v \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)}$  মিনিটে

$$= \frac{1}{\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}} \text{ মিনিটে} = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} \text{ মিনিটে}$$

∴ দুটি নল একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি  $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$  মিনিটে পূর্ণ হবে।

১৯. একটি নল দ্বারা ১২ মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা ১ মিনিটে তা থেকে ১৫ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকে অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি ৪৮ মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

**সমাধান** মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে  $x$  লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট  $y$  লিটার পানি ধরে।

প্রথম নল দ্বারা ১২ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } y = 12x \dots \dots \dots (i)$$

আবার, অপর নল দ্বারা ১ মিনিটে ১৫ লিটার পানি বের হয়ে যায় এবং দুইটি নল এক সঙ্গে খুলে দেওয়া হলে ৪৮ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 48x - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } y = 48x - 720 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$$48x - 720 = 12x$$

$$\text{বা, } 48x - 12x = 720$$

$$\text{বা, } 36x = 720$$

$$\text{বা, } x = \frac{720}{36}$$

$$\therefore x = 20$$

$x$  এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 12 \times 20$$

$$\therefore y = 240$$

∴ চৌবাচ্চাটিতে ২৪০ লিটার পানি ধরে।

২০. ক, খ ও গ এর মধ্যে ২৬০ টাকা এতদুপে ভাগ করে দাত যেন ক এর অংশের ২ গুণ, খ এর অংশের ৩ গুণ এবং গ এর অংশের ৪ গুণ পরস্পর সমান হয়।

**সমাধান** মনে করি, ক এর অংশের ২ গুণ = খ এর অংশের ৩ গুণ = গ এর অংশের ৪ গুণ =  $x$  টাকা।

$$\therefore \text{ক এর অংশ} = \frac{x}{2} \text{ টাকা}$$

$$\text{খ এর অংশ} = \frac{x}{3} \text{ টাকা}$$

$$\text{গ এর অংশ} = \frac{x}{4} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 260$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{12} = 260$$

$$\text{বা, } \frac{13x}{12} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 260 \times 12$$

$$\text{বা, } x = \frac{260 \times 12}{13}$$

$$\text{বা, } x = 240$$

$$\therefore \text{ক এর অংশ} = \frac{240}{2} \text{ টাকা} = 120 \text{ টাকা}$$

$$\text{খ এর অংশ} = \frac{240}{3} \text{ টাকা} = 80 \text{ টাকা}$$

$$\text{গ এর অংশ} = \frac{240}{4} \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

∴ ক, খ ও গ পাবে যথাক্রমে ১২০ টাকা, ৮০ টাকা ও ৬০ টাকা।

২১. একটি দ্রব্য  $x\%$  ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে দ্রব্য পাওয়া যায়,  $3x\%$  লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে  $18x$  টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

**সমাধান** মনে করি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য =  $C$  টাকা।

$$x\% \text{ ক্ষতিতে দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য} = C \left(1 - \frac{x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{আবার, } 3x\% \text{ লাভে দ্রব্যটির বিক্রয় মূল্য} = C \left(1 + \frac{3x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } C \left(1 + \frac{3x}{100}\right) - C \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } C \left(1 + \frac{3x}{100} - 1 + \frac{x}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } C \left(\frac{3x + x}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{C \cdot 4x}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } C = \frac{18x \times 100}{4x} = 450 \text{ টাকা}$$

∴ দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ৪৫০ টাকা।

২২. মুনাকার একটি হাটের ৩০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাকা ও ৪০০ টাকার ৫ বছরের সরল মুনাকা একত্রে ১৪৮ টাকা হলে, শতকরা মুনাকার হার কত?

**সমাধান** মনে করি, মুনাকার হার,  $r\% = \frac{r}{100}$

তাহলে,  $r\%$  হারে ৩০০ টাকার ৪ বছরের মুনাকা

$$= 300 \times 4 \times \frac{r}{100} \text{ টাকা} \quad [\because I = Pnr]$$

$$= 12r \text{ টাকা}$$

আবার,

$r\%$  হারে, ৪০০ টাকার ৫ বছরের মুনাকা

$$= 400 \times 5 \times \frac{r}{100} \text{ টাকা} = 20r \text{ টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$12r + 20r = 148$$

$$\text{বা, } 32r = 148$$

$$\text{বা, } r = \frac{148}{32}$$

$$\text{বা, } r = 4.625$$

∴ মুনাকার হার ৪.৬২৫%

২৩. ৪% হারে মুনাকার কোনো টাকার ২ বছরের মুনাকা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাকার পার্থক্য ১ টাকা হলে, মূলধন কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে, মুনাকার হার,  $r = 4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

সময়,  $n = 2$  বছর,

মনে করি, মূলধন  $P$  টাকা

$$\text{সরল মুনাকা, } I = Pnr = \left(P \times 2 \times \frac{1}{25}\right) \text{ টাকা} = \frac{2P}{25} \text{ টাকা}$$

আবার, চক্রবৃদ্ধি মুনাকার ক্ষেত্রে সর্বমুখ্যমূল,

$$C = P(1 + r)^n$$

$$= P \left(1 + \frac{1}{25}\right)^2 \text{ টাকা} = P \left(\frac{25+1}{25}\right)^2 \text{ টাকা} = P \left(\frac{26}{25}\right)^2 \text{ টাকা} = \frac{676P}{625} \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মূল্য} &= \text{সর্বমুখ মূল্য} - \text{মূল্য} \\ &= \left( \frac{676P}{625} - P \right) \text{ টাকা} \\ &= \frac{676P - 625P}{625} \text{ টাকা} = \frac{51P}{625} \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রশ্নমতে, } \frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} &= 1 \\ \text{বা, } \frac{51P - 50P}{625} &= 1 \\ \text{বা, } \frac{P}{625} &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore P = 625$$

$\therefore$  নির্ণেয় মূল্য 625 টাকা।

২৪. কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

**সমাধান** মনে করি, মূল্য P টাকা এবং মুনাফার হার r%

$$\therefore 3 \text{ বছরের মুনাফাসহ আসল} = P \left( 1 + \frac{3r}{100} \right) = P + \frac{3Pr}{100}$$

$$\text{শর্তমতে, } P + \frac{3Pr}{100} = 460 \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, 5 বছরান্তে মুনাফাসহ আসল} = P \left( 1 + \frac{5r}{100} \right) \text{ টাকা} = P + \frac{5Pr}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তমতে, } P + \frac{5Pr}{100} = 600 \dots \dots (ii)$$

(ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$P + \frac{5Pr}{100} - P - \frac{3Pr}{100} = 600 - 460$$

$$\text{বা, } \frac{5Pr}{100} - \frac{3Pr}{100} = 140$$

$$\text{বা, } \frac{5Pr - 3Pr}{100} = 140$$

$$\text{বা, } \frac{2Pr}{100} = 140$$

$$\text{বা, } \frac{Pr}{50} = 140$$

$$\text{বা, } Pr = 7000$$

$$\text{বা, } P = \frac{7000}{r}$$

P এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{7000}{r} + \frac{3r \left( \frac{7000}{r} \right)}{100} = 460$$

$$\text{বা, } \frac{7000}{r} + \frac{21000}{100} = 460$$

$$\text{বা, } \frac{7000}{r} + 210 = 460$$

$$\text{বা, } \frac{7000}{r} = 460 - 210$$

$$\text{বা, } \frac{7000}{r} = 250$$

$$\text{বা, } 250r = 7000$$

$$\text{বা, } r = \frac{7000}{250}$$

$$\text{বা, } r = 28$$

$\therefore$  শতকরা মুনাফার হার 28%

২৫. শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সর্বমুখমূল 985 টাকা হবে?

**সমাধান** মনে করি, মূল্য P টাকা  
আমরা জানি, সরল মুনাফার ক্ষেত্রে সর্বমুখমূল =  $P(1 + rn)$

$$\text{এখানে, মুনাফার হার, } r = \frac{5}{100}$$

$$\text{সময়, } n = 13 \text{ বছর}$$

$$\therefore \text{সর্বমুখমূল} = P \left( 1 + \frac{5}{100} \times 13 \right) \text{ টাকা} = \left( P + \frac{13P}{20} \right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } P + \frac{13P}{20} = 985$$

$$\text{বা, } \frac{20P + 13P}{20} = 985$$

$$\text{বা, } \frac{33P}{20} = 985$$

$$\text{বা, } 33P = 19700$$

$$\text{বা, } P = \frac{19700}{33}$$

$$\text{বা, } P = 596.97 \text{ (প্রায়)}$$

$\therefore$  নির্ণেয় মূল্য 596.97 টাকা (প্রায়)

২৬. শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সর্বমুখমূল 1248 টাকা হবে?

**সমাধান** এখানে, সর্বমুখমূল,  $A = 1248$  টাকা,  
মেট সময়  $n = 12$  বছর এবং

$$\text{মুনাফার হার, } r = \frac{5}{100}$$

মনে করি, মূল্য P

$$\text{আমরা জানি, } A = P(1 + nr)$$

$$\text{বা, } 1248 = P \left( 1 + 12 \times \frac{5}{100} \right) \quad [A, n \text{ ও } r \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 1248 = P \left( 1 + \frac{60}{100} \right)$$

$$\text{বা, } 1248 = P \left( \frac{100 + 60}{100} \right)$$

$$\text{বা, } 1248 = \frac{160P}{100}$$

$$\text{বা, } P = \frac{1248 \times 100}{160} = 780$$

$\therefore$  নির্ণেয় মূল্য 780 টাকা।

২৭. 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

**সমাধান** এখানে,  
মূল্য,  $P = 8000$  টাকা  
সময়,  $n = 3$  বছর

$$\text{মুনাফার হার, } r = 5\% = \frac{5}{100}$$

$$\text{এখন, সরল মুনাফা, } I = Pnr$$

$$= 8000 \times 3 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 1200 \text{ টাকা}$$

আবার, চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে সর্বমুখ মূল্য,

$$C = P(1 + r)^n$$

$$= 8000 \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000(1 + 0.05)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \times 1.157625 \text{ টাকা} = 9261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধির মুনাফা} = \text{সর্বমুখ মূল্য} - \text{মূল্য}$$

$$= 9261 - 8000 = 1261$$

$$\text{সুতরাং সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য} = (1261 - 1200) \text{ টাকা} = 61 \text{ টাকা}$$

$\therefore$  নির্ণেয় পার্থক্য 61 টাকা

২৮. মিস্টার উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) x%। একজন বিক্রেতা  
ভ্যাটসহ P টাকার মিস্তি বিক্রি করলে তাকে কত ভ্যাট দিতে হবে?

$$15, p = 2300 \text{ হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?}$$

**সমাধান** মনে করি, ভ্যাট বাদে বিক্রয়মূল্য C টাকা

$$x\% \text{ ভ্যাটসহ } C \text{ টাকার মিস্তির বিক্রয়মূল্য} = \left( C + \frac{Cx}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left( 1 + \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা}$$

সম্মত,  $C\left(1 + \frac{x}{100}\right) = P$

বা,  $C = \frac{P}{1 + \frac{x}{100}}$

বা,  $C = \frac{P}{\frac{100+x}{100}}$

বা,  $C = \frac{P \times 100}{100+x}$

$\therefore C = \frac{100P}{100+x}$

$\therefore$  ভ্যাটের পরিমাণ =  $(P - C)$  টাকা  
 $= \left(P - \frac{100P}{100+x}\right)$  টাকা  
 $= \frac{100P + Px - 100P}{100+x}$  টাকা =  $\frac{Px}{100+x}$  টাকা

এখন,  $x = 15$  ও  $C = 2300$  হলে,

ভ্যাটের পরিমাণ =  $\frac{2300 \times 15}{100 + 15}$  টাকা  
 $= \frac{2300 \times 15}{115}$  টাকা = 300 টাকা।

$\therefore$  নির্ণয় ভ্যাট দিতে হয়  $\frac{Px}{100+x}$  টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা।

২৯. কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3.

ক. সংখ্যাটিকে  $x$  চপকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ.  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$ .

✓ ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

ধরি, সংখ্যাটি =  $x$

$\therefore x$  এর গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যা =  $\frac{1}{x}$

শর্তমতে,  $x + \frac{1}{x} = 3$

ধরি 'ক' থেকে পাই,  $x + \frac{1}{x} = 3$

আমরা জানি,

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(3 + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (3)^2 - 4$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4$

বা,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$

কিন্তু রাশি =  $x^3 - \frac{1}{x^3}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} \left[\because x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}\right]$

$= (\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

আবার,  $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (-\sqrt{5})^3 + 3(-\sqrt{5})$

$= 5(-\sqrt{5}) - 3\sqrt{5}$

$= -5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$= -8\sqrt{5}$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \pm 8\sqrt{5}$

$\therefore$  নির্ণয় মান  $\pm 8\sqrt{5}$

ধরি 'ক' থেকে পাই,  $x + \frac{1}{x} = 3$

বা,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2$  [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা,  $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9$

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

আবার,  $x + \frac{1}{x} = 3$

বা,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3$  [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা,  $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$

বা,  $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 3 = 27$

বা,  $x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 = 27$

বা,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9$

বা,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

এখন,  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 7 \times 18$

বা,  $x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x^3} = 126$

বা,  $x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 126$

বা,  $x^5 + \frac{1}{x^5} + 3 = 126$

বা,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - 3$

$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$  (প্রমাণিত)

৩০. কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যা 100 টাকা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য টাকা না দেওয়ার প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্যসংখ্যা  $x$  এবং মোট টাকার পরিমাণ  $A$  হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্যসংখ্যা ও মোট টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট টাকার  $\frac{1}{4}$  অংশ 596 হলে এক লক্ষটি টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুদাকার বিশিষ্টে রাখা হলো। মোট মুদাকার নির্ণয় কর।

## ✓ ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

১১৩) দেওয়া আছে, সমিতির সদস্য সংখ্যা =  $x$

∴ প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ =  $100x$  টাকা

∴ মোট টাকার পরিমাণ =  $100x \cdot x$  টাকা

শর্তমতে,  $A = 100x^2$

যা নির্ণয়ে সম্পর্ক।

১১৪) 'ক' হতে পাই, সদস্য সংখ্যা  $x$  হলে মোট টাকার পরিমাণ  $100x^2$  টাকা

4 জন সদস্য টাকা না দেওয়ায় প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ =  $(100x + 500)$  টাকা

∴ 4 জন সদস্য টাকা না দেওয়ায় মোট টাকার পরিমাণ

=  $(100x + 500)(x - 4)$  টাকা

শর্তানুসারে,

$$(100x + 500)(x - 4) = 100x^2$$

বা,  $100(x + 5)(x - 4) = 100x^2$

বা,  $(x + 5)(x - 4) = x^2$  [100 দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে]

বা,  $x^2 - 4x + 5x - 20 = x^2$

বা,  $x^2 - 4x + 5x - 20 - x^2 = 0$

বা,  $x - 20 = 0$

∴  $x = 20$

সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন এবং মোট টাকার পরিমাণ

$$= 100 \times (20)^2 \text{ টাকা}$$

$$= 100 \times 400 \text{ টাকা}$$

$$= 40000 \text{ টাকা}$$

সুতরাং সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন এবং মোট টাকার পরিমাণ 40000 টাকা।

১১৫) 'খ' থেকে পাই,

মোট টাকার পরিমাণ 40,000 টাকা

তাহলে, 5% হারে বিনিয়োগ করা হলো

$$= \frac{1}{4} \times 40,000 \text{ টাকা}$$

$$= 10000 \text{ টাকা}$$

এবং 4% হারে বিনিয়োগ করা হলো

$$= (40000 - 10000) \text{ টাকা}$$

$$= 30000 \text{ টাকা}$$

5% হারে 10000 টাকার 2 বছরের সরল মুনাফা

$$= 10000 \times 2 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 1000 \text{ টাকা}$$

আবার, 4% হারে 30000 টাকার 2 বছরের সরল মুনাফা

$$= 30000 \times 2 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 2400 \text{ টাকা}$$

∴ মোট মুনাফা পরিমাণ =  $(1000 + 2400)$

$$= 3400 \text{ টাকা।}$$

সুতরাং নির্ণয়ে মুনাফা 3400 টাকা।

৩১. বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া 8 (আট) টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক. মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

খ. বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

গ. বাসভাড়ার সমপরিমাণ টাকার 5% হার মুনাফায় 13 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

১১৬) উদ্দিষ্টক অনুসারে,

মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ 8 টাকা

না আসা যাত্রী সংখ্যা 10 জন

∴ মাথাপিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার =  $\frac{8}{10} \times 100\% = 80\%$

১১৭) মনে করি,

বনভোজনে যাওয়ার আর্থীর সংখ্যা  $x$  জন

$x$  জনে ভাড়া বহন করে 2400 টাকা

∴ 5 (প্রত্যেকে) " " "  $\frac{2400}{x}$  টাকা

$$= \frac{2400}{x} \text{ টাকা}$$

10 জন না আসায় যাত্রীর সংখ্যা হলো  $(x - 10)$  জন

$(x - 10)$  জনে ভাড়া বহন করে 2400 টাকা

∴ 1 (প্রত্যেকে) " " "  $\frac{2400}{x - 10}$  টাকা

$$= \frac{2400}{x - 10} \text{ টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে,  $\frac{2400}{x - 10} - \frac{2400}{x} = 8$

$$\text{বা, } 2400 \left( \frac{1}{x - 10} - \frac{1}{x} \right) = 8$$

$$\text{বা, } \frac{2400}{8} \left[ \frac{x - x + 10}{(x - 10)x} \right] = \frac{8}{8} \text{ [উভয়পক্ষকে 8 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{300 \times 10}{x^2 - 10x} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x = 3000$$

$$\text{বা, } x^2 - 10x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 60x + 50x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 60) + 50(x - 60) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 60)(x + 50) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 60 = 0 \text{ অথবা, } x + 50 = 0$$

$$\therefore x = 60$$

$$\therefore x = -50$$

যেহেতু যাত্রী সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই  $x = -50$  গ্রহণযোগ্য নয়।

∴ বাসে গিয়েছিল  $(60 - 10) = 50$  জন

∴ প্রত্যেকে ভাড়া দেয়  $\left( \frac{2400}{50} \right)$  টাকা বা 48 টাকা

∴ বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 48 টাকা।

১১৮)

আমরা জানি,

সরল মুনাফা,  $I = Pnr$

$$= 2400 \times 13 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 1560 \text{ টাকা}$$

এখানে,

$P =$  মূলধন = 2400 টাকা

$n =$  নির্দিষ্ট সময় = 13 বছর

$r =$  একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

$$= 5\% = \frac{5}{100}$$

$$= \frac{5}{100}$$

$I = n$  সময় পরে মুনাফা = ?

$A = n$  সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন = ?

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা,  $A = P(1 + r)^n$

$$= 2400 \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^{13}$$

$$= 2400 \left( \frac{21}{20} \right)^{13}$$

$$= 4525.56 \text{ টাকা}$$

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা =  $(4525.56 - 2400)$  টাকা

$$= 2125.56 \text{ টাকা}$$

সুতরাং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য

$$= (2125.56 - 1560) \text{ টাকা}$$

$$= 565.56 \text{ টাকা}$$

## ১১ চতুর্থ অধ্যায় : সূচক ও লগারিদম (Exponents and Logarithms)

### ১১ অসুশীলনী ৪.৯

সমাধান কর (১-৮) :

১.  $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$

সমাধান  $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}} = \frac{7^{3-3}}{3^{1-4}} = \frac{7^0}{3^{-3}} = \frac{1}{3^{-3}} = 3^3 = 27$

২.  $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$

সমাধান  $\frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(7^{\frac{1}{3}})^2}{7^{\frac{1}{2}}} = \frac{7^{\frac{2}{3}}}{7^{\frac{1}{2}}} = 7^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} = 7^{\frac{4-3}{6}} = 7^{\frac{1}{6}}$

৩.  $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$

সমাধান  $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5+2}{10}\right)^{-1} = \frac{10}{7} = \frac{10}{7}$

৪.  $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$

সমাধান  $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1} = \frac{1}{2a^{-1} + 3b^{-1}} = \frac{1}{\frac{2}{a} + \frac{3}{b}} = \frac{ab}{2b + 3a}$

৫.  $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-1} b}\right)^2$

সমাধান  $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-1} b}\right)^2 = \left(\frac{a^2}{a^{-1}} \cdot \frac{1}{b}\right)^2 = \left(a^3 \cdot \frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{a^3}{b}\right)^2 = \frac{a^6}{b^2}$

৬.  $\sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$ , ( $x > 0, y > 0, z > 0$ )

সমাধান গুণিত রাশি  $= \sqrt{x^{-1}y} \cdot \sqrt{y^{-1}z} \cdot \sqrt{z^{-1}x}$   
 $= (x^{-1}y)^{\frac{1}{2}} \cdot (y^{-1}z)^{\frac{1}{2}} \cdot (z^{-1}x)^{\frac{1}{2}}$   
 $= (x^{-1} \cdot y \cdot y^{-1} \cdot z \cdot z^{-1} \cdot x)^{\frac{1}{2}}$   
 $= (x^0 \cdot y^0 \cdot z^0)^{\frac{1}{2}}$   
 $= (1 \cdot 1 \cdot 1)^{\frac{1}{2}} = 1$

৭.  $\frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} + 2}$

সমাধান গুণিত রাশি  $= \frac{2^{n+4} - 4 \cdot 2^{n+1}}{2^{n+2} + 2}$   
 $= \frac{2^n \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^n \cdot 2}{2^{n+2} + 2}$   
 $= \frac{2^n \cdot 16 - 8 \cdot 2^n}{2^{n+2} + 2}$   
 $= \frac{2^n (16 - 8)}{2^{n+2} + 2} = \frac{8 \cdot 2^n}{2^{n+2} + 2} = 4$

৮.  $\frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} + \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$

সমাধান গুণিত রাশি  $= \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}} + \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}}$   
 $= \frac{3^{m+1}}{3^{m(m-1)}} + \frac{3^{2(m+1)}}{3^{(m-1)(m+1)}}$   
 $= 3^{m+1-m^2+m} + 3^{2m+2-m^2+1}$   
 $= 3^{2m-m^2+1} + 3^{2m-m^2+3}$   
 $= 3^2 \cdot 3^{2m-m^2+1} + 3^3 \cdot 3^{2m-m^2+1}$   
 $= 3^2 \cdot 3^{2m-m^2+1} (1 + 3) = 4 \cdot 3^{2m-m^2+1}$

সমাধান কর (৯-১৬) :

৯.  $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$

সমাধান প্রমাণ করতে হবে যে,  $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$

বামপক্ষ  $= \frac{4^n - 1}{2^n - 1} = \frac{2^{2n} - 1}{2^n - 1}$

ডানপক্ষ  $= 2^n + 1 = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{(2^n - 1)}$   
 $= \frac{2^{2n} - 2^n + 2^n - 1}{2^n - 1} = \frac{2^{2n} - 1}{2^n - 1}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১০.  $\frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-4} \cdot 5^{p+4} \cdot 6^p}{6^p \cdot 10^{p+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$

সমাধান বামপক্ষ  $= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-4} \cdot 5^{p+4} \cdot 6^p}{6^p \cdot 10^{p+2} \cdot 15^p}$   
 $= \frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-4} \cdot 5^{p+4} \cdot 2^p \cdot 3^p}{2^p \cdot 3^p \cdot 2^{p+2} \cdot 5^{p+2} \cdot 3^p \cdot 5^p}$   
 $= \frac{2^{p+1+4} \cdot 3^{2p-4+p} \cdot 5^{p+4+p}}{2^{p+2+p} \cdot 3^{p+p+2+p} \cdot 5^{p+2+p+p}}$   
 $= \frac{2^{p+5} \cdot 3^{3p-4} \cdot 5^{2p+8}}{2^{2p+2} \cdot 3^{3p+2} \cdot 5^{3p+4}}$   
 $= 2^{p+5-2p-2} \cdot 3^{3p-4-3p-2} \cdot 5^{2p+8-3p-4}$   
 $= 2^{-p+3} \cdot 3^{-6} \cdot 5^{-p+4}$   
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3^6} \cdot \frac{1}{5^p} = \frac{1}{50}$

∴  $\frac{2^{p+1} \cdot 3^{2p-4} \cdot 5^{p+4} \cdot 6^p}{6^p \cdot 10^{p+2} \cdot 15^p} = \frac{1}{50}$

∴ [বিঃ দ্র: পাঠ্য বইয়ের প্রস্তুত ভুল আছে। হলে  $6^p$  এর পরিবর্তে  $6^p$  হবে।]

১১.  $\left(\frac{a}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^m \cdot \left(\frac{a^n}{a}\right)^m = 1$

সমাধান বামপক্ষ  $= \left(\frac{a}{a^m}\right)^n \cdot \left(\frac{a^m}{a^n}\right)^m \cdot \left(\frac{a^n}{a}\right)^m$   
 $= (a^{1-n})^n \cdot (a^{m-n})^m \cdot (a^{n-1})^m$   
 $= a^{n(1-n)} \cdot a^{m(m-n)} \cdot a^{m(n-1)}$   
 $= a^{n - n^2 + mn - mn + mn - m^2}$   
 $= a^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১২.  $\frac{a^{p+q}}{a^{2p}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2q}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2r}} = 1$

সমাধান বামপক্ষ  $= \frac{a^{p+q}}{a^{2p}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2q}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2r}}$   
 $= a^{p+q-2p} \cdot a^{q+r-2q} \cdot a^{r+p-2r}$   
 $= a^{-p+q} \cdot a^{-q+r} \cdot a^{-r+p}$   
 $= a^{-p+q-q+r-r+p} = a^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

Jewel's Care Collected

১৩.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)ab \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)bc \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)ca = 1$

**সমাধান** বামপক্ষ =  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)ab \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)bc \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)ca$   
 $= (x^{a-b})ab \cdot (x^{b-c})bc \cdot (x^{c-a})ca$   
 $= \frac{a-b}{x} ab + \frac{b-c}{bc} + \frac{c-a}{ca}$

[x ভিত্তির সূচকসমূহ যোগ করে]

$\frac{ca - bc + ab - ca + bc - ab}{abc}$   
 $= \frac{0}{abc} = x^0 = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

১৪.  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$

**সমাধান**

বামপক্ষ =  $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \cdot \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} \cdot \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a}$   
 $= (x^{a-b})^{a+b} \cdot (x^{b-c})^{b+c} \cdot (x^{c-a})^{c+a}$   
 $= x^{a^2 - b^2 + b^2 - c^2 + c^2 - a^2}$   
 $= x^0 = 1 \text{ ডানপক্ষ}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

১৫.  $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} = 1$

**সমাধান**

বামপক্ষ =  $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q}$   
 $= x^{(p-q)(p+q-r)} \times x^{(q-r)(q+r-p)} \times x^{(r-p)(r+p-q)}$   
 $= x^{p^2 + pq - pr - pq - q^2 + qr} \times x^{q^2 + qr - pq - qr - r^2 + pr}$   
 $\times x^{r^2 + pr - pr - p^2 + pq}$   
 $= x^{p^2 - pq - r^2 + pr + r^2 - qr - p^2 + pq + p^2 - pq - q^2 + qr}$   
 $= x^0 = 1$   
 $= \text{ডানপক্ষ}$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৬. যদি  $a^x = b$ ,  $b^y = c$  এবং  $c^z = a$  হয়, তবে দেখাও যে,  $xyz = 1$

**সমাধান** দেওয়া আছে,  $a^x = b$ ,  $b^y = c$  এবং  $c^z = a$

$c^z = a$

বা,  $(c^y)^z = a$

বা,  $(b^y)^z = a$  [∵  $c = b^y$ ]

বা,  $b^{yz} = a$

বা,  $(a^x)^{yz} = a$  [∵  $b = a^x$ ]

বা,  $a^{xyz} = a^1$

বা,  $xyz = 1$

∴  $xyz = 1$  (দেখানো হল)

সমাধান কর (১৭-২০):

১৭.  $4^x = 8$

**সমাধান**  $4^x = 8$

বা,  $(2^2)^x = 2^3$

বা,  $2^{2x} = 2^3$

বা,  $2x = 3$

বা,  $x = \frac{3}{2}$

∴  $x = \frac{3}{2}$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = \frac{3}{2}$

১৮.  $2^{2x+1} = 128$

**সমাধান**  $2^{2x+1} = 128$

বা,  $2^{2x+1} = 2^7$

বা,  $2x + 1 = 7$

বা,  $2x = 7 - 1$

বা,  $2x = 6$

বা,  $x = \frac{6}{2}$

বা,  $x = 3$

∴  $x = 3$

∴ নির্ণয় সমাধান,  $x = 3$

১৯.  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

**সমাধান**  $(\sqrt{3})^{x+1} = (\sqrt[3]{3})^{2x-1}$

বা,  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{x+1} = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^{2x-1}$

বা,  $3^{\frac{x}{2} + \frac{1}{2}} = 3^{\frac{2x}{3} - \frac{1}{3}}$

বা,  $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{3}$

বা,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2x}{3} - \frac{x}{2}$

বা,  $\frac{3+2}{6} = \frac{4x-3x}{6}$

বা,  $\frac{5}{6} = \frac{x}{6}$

বা,  $6x = 30$

বা,  $x = 5$

∴ নির্ণয় সমাধান  $x = 5$

২০.  $2^x + 2^{1-x} = 3$

**সমাধান**  $2^x + 2^{1-x} = 3$

বা,  $2^x + 2 \cdot 2^{-x} = 3$

বা,  $2^x + 2 \cdot \frac{1}{2^x} = 3$

বা,  $\frac{2^x \cdot 2^x + 2}{2^x} = 3$

বা,  $\frac{2^{2x} + 2}{2^x} = 3$

বা,  $2^{2x} + 2 = 3 \cdot 2^x$

বা,  $(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$

বা,  $(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 2^x + 2 = 0$

বা,  $2^x(2^x - 2) - 1(2^x - 2) = 0$

বা,  $(2^x - 2)(2^x - 1) = 0$

হয়,  $2^x - 2 = 0$

বা,  $2^x = 2^1$

বা,  $x = 1$

∴  $x = 1$

∴ নির্ণয় সমাধান  $x = 0, 1$

২১.  $P = x^a$ ,  $Q = x^b$  এবং  $R = x^c$

ক.  $P^{bc} \cdot Q^{-ca}$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c} + 2(RP)^{a-c}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে,  $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2} = 1$

✓ ২১ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

দেওয়া আছে,  $P = x^a$ ,  $Q = x^b$

প্রদত্ত রাশি,  $P^{bc} \cdot Q^{-ca} = (x^a)^{bc} \cdot (x^b)^{-ca}$

$= x^{abc} \cdot x^{-bca}$  [∵  $(a^m)^n = a^{mn}$ ]

$= x^{abc - abc}$  [∵  $a^0 = 1$ ]

$= x^0 = 1$

অথবা,  $2^x - 1 = 0$

বা,  $2^x = 1$

বা,  $2^x = 2^0$

বা,  $x = 0$  ∴  $x = 0$

Jewel's Care Collected

২১ দেওয়া আছে,  $P = x^a$

$Q = x^b$

এবং  $R = x^c$

প্রদত্ত রাশি,  $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a+b} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b+c} + 2(RP)^{a-c}$

$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c} + 2(x^a \cdot x^c)^{a-c}$  [মান বসিয়ে]

$= (x^{a-b})^{a+b} \times (x^{b-c})^{b+c} + 2(x^{a+c})^{a-c}$  [ $\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ]

$= x^{(a-b)(a+b)} \times x^{(b-c)(b+c)} + 2x^{(a+c)(a-c)}$  [ $\because (a^m)^n = a^{mn}$ ]

$= x^{a^2-b^2} \times x^{b^2-c^2} + 2x^{a^2-c^2}$

$= x^{a^2-b^2+b^2-c^2} + 2x^{a^2-c^2}$

$= x^0 + 2$  [ $\because a^0 = 1$ ]

২২ বামপক্ষ =  $\left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2}$

$= \left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c^2+ca+a^2}$  [মান বসিয়ে]

$= (x^{a-b})^{a^2+ab+b^2} \times (x^{b-c})^{b^2+bc+c^2} \times (x^{c-a})^{c^2+ca+a^2}$

$= x^{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times x^{(b-c)(b^2+bc+c^2)} \times x^{(c-a)(c^2+ca+a^2)}$  [ $\because (a^m)^n = a^{mn}$ ]

$= x^{a^3-b^3} \times x^{b^3-c^3} \times x^{c^3-a^3}$  [ $\because a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ ]

$= x^0$  [ $\because a^0 = 1$ ]

$= 1$  [ডানপক্ষ]

$\therefore \left(\frac{P}{Q}\right)^{a^2+ab+b^2} \times \left(\frac{Q}{R}\right)^{b^2+bc+c^2} \times \left(\frac{R}{P}\right)^{c^2+ca+a^2} = 1$  (দেখানো হলো)

২২.  $X = (2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$ ,  $Y = \sqrt{\frac{x^p}{x^q}} \times \sqrt{\frac{x^q}{x^r}} \times \sqrt{\frac{x^r}{x^p}}$ , যেখানে  $x > 0$  এবং  $p, q, r > 0$  এবং  $Z = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} + \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$

ক. X এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে,  $Y + \sqrt[3]{64} = 5$

গ. প্রমাণ কর যে,  $Y + Z = 25$

✓ ২২ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

২২ক দেওয়া আছে,

$X = (2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1} = \frac{1}{(2a^{-1} + 3b^{-1})} = \frac{1}{\left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b}\right)} = \frac{1}{\frac{2b+3a}{ab}}$

$\therefore X = \frac{ab}{3a+2b}$

২২খ দেওয়া আছে,

$Y = \sqrt{\frac{x^p}{x^q}} \times \sqrt{\frac{x^q}{x^r}} \times \sqrt{\frac{x^r}{x^p}}$   
 $= \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{\frac{1}{2}}$  [ $\because \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ ]  
 $= (x^{p-q})^{\frac{1}{2}} \times (x^{q-r})^{\frac{1}{2}} \times (x^{r-p})^{\frac{1}{2}}$  [ $\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ]  
 $= x^{\left(\frac{p-q}{2}\right)} \times x^{\left(\frac{q-r}{2}\right)} \times x^{\left(\frac{r-p}{2}\right)}$  [ $\because (a^m)^n = a^{mn}$ ]  
 $= x^{\left(\frac{p-q}{2} + \frac{q-r}{2} + \frac{r-p}{2}\right)}$  [ $\because a^m \times a^n = a^{m+n}$ ]  
 $= x^{\frac{pr-qr+pq-pq+qr-pr}{2}}$   
 $= x^0$   
 $= 1$

$= \frac{0}{x^p q r} \left[ \because \frac{0}{x} = 0 \right]$   
 $= x^0$  [ $\because a^0 = 1$ ]  
 $= 1$

$\therefore Y + \sqrt[3]{64} = 1 + 64^{\frac{1}{3}}$   
 $= 1 + (4^3)^{\frac{1}{3}}$   
 $= 1 + 4 = 5$  (দেখানো হলো)

২২গ 'খ' নং হতে পাই,  $Y = 1$

উপীক্ষিত হতে,

$Z = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}} + \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}$   
 $= \frac{5^{m+1}}{5^{m^2-m}} + \frac{5^{2m+2}}{5^{(m-1)(m+1)}}$   
 $= 5^{m+1-m^2+m} + \frac{5^{2m+2}}{5^{m^2-1}}$   
 $= 5^{2m+1-m^2} + \frac{5^{2m+2-m^2+1}}{5^{2m+1-m^2-2m-2+m^2-1}}$   
 $= 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

এখন,  $Y + Z = 1 + \frac{1}{25}$  [Y এবং Z এর মান বসিয়ে]

$= 1 \times \frac{25}{1} = 25$

$\therefore Y + Z = 25$  (প্রমাণিত)

jewel's Care Collected

▶▶ অনুশীলনী ৪.২

১. মান নির্ণয় কর :

(ক)  $\log_3 81$   
**সমাধান**  $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4 \log_3 3 = 4 \times 1$  [ $\because \log_a a = 1$ ] = 4

(খ)  $\log_5 \sqrt[3]{5}$

**সমাধান**  $\log_5 \sqrt[3]{5} = \log_5 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_5 5 = \frac{1}{3} \times 1$  [ $\log_a a = 1$ ] =  $\frac{1}{3}$

(গ)  $\log_4 2$

**সমাধান**  $\log_4 2 = \log_4 \sqrt{4} = \log_4 4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_4 4 = \frac{1}{2} \times 1$  [ $\because \log_a a = 1$ ] =  $\frac{1}{2}$

(ঘ)  $\log_2 \sqrt{5} \cdot 400$

**সমাধান**  $\log_2 \sqrt{5} \cdot 400$   
 $= \log_2 \sqrt{5} \cdot (2\sqrt{5})^4 = 4 \log_2 \sqrt{5} \cdot (2\sqrt{5}) = 4 \times 1 = 4$

(ঙ)  $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$

**সমাধান**  $\log_5 (\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{5})$   
 $= \log_5 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$   
 $= \log_5 5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$   
 $= \log_5 5^{\frac{2+3}{6}}$   
 $= \log_5 5^{\frac{5}{6}}$   
 $= \frac{5}{6} \log_5 5 = \frac{5}{6} \times 1$  [ $\because \log_a a = 1$ ]  
 $= \frac{5}{6}$



২.  $x$  এর মান নির্ণয় কর :

(ক)  $\log_3 x = 3$

**সমাধান**  $\log_3 x = 3$

বা,  $x = 3^3$

$\therefore x = 125$

(খ)  $\log_x 25 = 2$

**সমাধান**  $\log_x 25 = 2$

বা,  $x^2 = 25$

বা,  $x = \sqrt{25}$  [লগারিদমে ঋণাত্মক মান বিবেচ্য নয়]

বা,  $x = 5$

$\therefore x = 5$

(গ)  $\log_x \frac{1}{16} = -2$

**সমাধান**  $\log_x \frac{1}{16} = -2$

বা,  $x^{-2} = \frac{1}{16}$

বা,  $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{16}$

বা,  $x^2 = 16$

বা,  $x = \sqrt{16}$  [লগারিদমে ঋণাত্মক মান বিবেচ্য নয়]

$\therefore x = 4$

৩. দেখাও যে,

(ক)  $5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25 = \log_{10} 125$

**সমাধান** বামপক্ষ =  $5 \log_{10} 5 - \log_{10} 25$

=  $\log_{10}(5^5) - \log_{10}(5^2)$

=  $\log_{10} \frac{5^5}{5^2}$

=  $\log_{10} 5^{5-2}$

=  $\log_{10}(5^3)$

=  $\log_{10} 125$  = ডানপক্ষ (দেখানো হল)

(খ)  $\log \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$

**সমাধান** বামপক্ষ =  $\log_{10} \frac{50}{147}$

=  $\log_{10} \frac{2 \times 5^2}{3 \times 7^2}$

=  $\log_{10}(2 \times 5^2) - \log_{10}(3 \times 7^2)$  [ $\because \log_{10} \frac{M}{N} = \log_{10} M - \log_{10} N$ ]

=  $\log_{10} 2 + \log_{10} 5^2 - (\log_{10} 3 + \log_{10} 7^2)$

=  $\log_{10} 2 + \log_{10} 5^2 - \log_{10} 3 - \log_{10} 7^2$

=  $\log_{10} 2 + 2 \log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2 \log_{10} 7$  [ $\because \log_{10} m^r = r \log_{10} m$ ]

= ডানপক্ষ (দেখানো হল)

(গ)  $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$

**সমাধান** বামপক্ষ =  $3 \log_{10} 2 + 2 \log_{10} 3 + \log_{10} 5$

=  $\log_{10}(2^3) + \log_{10}(3^2) + \log_{10} 5$

=  $\log_{10}(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)$

=  $\log_{10} 8 \cdot 9 \cdot 5$

=  $\log_{10} 360$  = ডানপক্ষ (দেখানো হল)

৪. সরল কর :

(ক)  $7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$

**সমাধান**  $7 \log_{10} \frac{10}{9} - 2 \log_{10} \frac{25}{24} + 3 \log_{10} \frac{81}{80}$

=  $\log_{10} \left( \frac{10}{9} \right)^7 - \log_{10} \left( \frac{25}{24} \right)^2 + \log_{10} \left( \frac{81}{80} \right)^3$  [ $\because r \log M = \log M^r$ ]

=  $\log_{10} \left\{ \left( \frac{10}{9} \right)^7 \div \left( \frac{25}{24} \right)^2 \times \left( \frac{81}{80} \right)^3 \right\}$  [ $\because \log M - \log N = \log \frac{M}{N}$ ]

=  $\log_{10} \left\{ \left( \frac{10}{9} \right)^7 \times \left( \frac{24}{25} \right)^2 \times \left( \frac{81}{80} \right)^3 \right\}$  [ $\because \log M + \log N = \log(MN)$ ]

=  $\log_{10} \left\{ \left( \frac{2 \times 5}{3 \times 3} \right)^7 \times \left( \frac{5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3} \right)^2 \times \left( \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} \right)^3 \right\}$

=  $\log_{10} \left\{ \left( \frac{2 \times 5}{3^2} \right)^7 \times \left( \frac{5^2}{2^3 \times 3} \right)^2 \times \left( \frac{3^4}{2^4 \times 5} \right)^3 \right\}$

=  $\log_{10} \left( \frac{2^7 \times 5^7}{3^{14}} \times \frac{5^4}{2^6 \times 3^2} \times \frac{3^{12} \times 5^3}{2^{12} \times 5^3} \right)$

=  $\log_{10} \left( \frac{2^7 \times 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^6 \times 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12} \times 5^3}{2^{12} \times 5^3} \right)$

=  $\log_{10} \left\{ \frac{(2^7 \times 2^6) \times (3^2 \times 3^{12}) \times 5^7}{2^{12} \times 3^{14} \times (5^4 \times 5^3)} \right\}$

=  $\log_{10} \left( \frac{2^{7+6} \times 3^{2+12} \times 5^7}{2^{12} \times 3^{14} \times 5^{4+3}} \right)$  [ $\because a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ]

=  $\log_{10} \left( \frac{2^{13} \times 3^{14} \times 5^7}{2^{12} \times 3^{14} \times 5^7} \right)$

=  $\log_{10} \left( \frac{2^{13}}{2^{12}} \right)$

=  $\log_{10} (2^{13-12})$  [ $\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ]

=  $\log_{10} 2^1 = \log_{10} 2$

(খ)  $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

**সমাধান**  $\log_7 (\sqrt[5]{7} \cdot \sqrt{7}) - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$

=  $\log_7 \left( \frac{1}{75} \cdot \frac{1}{72} \right) - \log_3 3^{\frac{1}{2}} + \log_4 4^{\frac{1}{2}}$

=  $\log_7 \left( \frac{1}{75} \cdot \frac{1}{72} \right) - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$  [ $\log_a a = m$ ]

=  $\log_7 7^{-\frac{2+5}{10}} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

=  $\log_7 7^{-\frac{7}{10}} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{10} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{21 - 10 + 15}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$

(গ)  $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

**সমাধান**  $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3 \log_e b^2 c$

=  $\log_e \left( \frac{a^3 b^3}{c^3} \times \frac{b^3 c^3}{d^3} \times \frac{c^3 d^3}{a^3} \right) - \log_e (b^2 c)^3$

=  $\log_e (b^{3+3} \cdot c^3) - \log_e b^6 c^3$

[ $\because \log_e M + \log_e N + \log_e P + \dots$   
=  $\log_e(MNP \dots)$ ]

=  $\log_e b^6 c^3 - \log_e b^6 c^3$

= 0

৫.  $x = 2, y = 3, z = 5, w = 7$

ক.  $\sqrt{y}$  এর 3 ভিত্তিক লগ নির্ণয় কর।

খ.  $w \log \frac{xz}{y} - x \log \frac{z^2}{xy} + y \log \frac{y^4}{xz}$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে,  $\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log(xz)}{\log(xy) - \log z} = \log_7 \sqrt{y^3}$

✓ ও নং প্রশ্নের উত্তর ▶

ক দেওয়া আছে,  $y = 3$

এখন,  $\sqrt{y^3} = \sqrt{3^3}$

=  $\sqrt{27}$

=  $27^{\frac{1}{2}}$

=  $\log_3 27^{\frac{1}{2}}$

=  $\log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}$  [ $\because \log_a a = 1$ ]

jewel's Care Collected

৪৬. প্রদত্ত রাশি,  $w \log \frac{xz}{y^2} - x \log \frac{z^2}{x^2y} + y \log \frac{y^4}{x^2z}$

$$= 7 \log \frac{2 \times 5}{3^2} - 2 \log \frac{5^2}{2^4 \times 3} + 3 \log \frac{3^4}{2^4 \times 3}$$

মান বসিয়ে

$$= \log \left( \frac{2 \times 5}{3^2} \right)^7 - \log \left( \frac{5^2}{2^4 \times 3} \right)^2 + \log \left( \frac{3^4}{2^4 \times 3} \right)^3$$

$$= \log \left( \frac{2^7 \times 5^7}{3^{14}} \right) - \log \left( \frac{5^4}{2^8 \times 3^2} \right) + \log \left( \frac{3^{12}}{2^{12} \times 3^3} \right)$$

$$= \log \left( \frac{2^7 \times 5^7}{3^{14}} \times \frac{2^8 \times 3^2}{5^4} \times \frac{3^{12}}{2^{12} \times 3^3} \right)$$

$$= \log \left( \frac{2^{7+8-12} \times 5^{7-4} \times 3^{2+12-3-14}}{5^{4+3}} \right)$$

$$= \log \left( \frac{2^{11} \times 3^{14} \times 5^7}{2^{12} \times 3^{14} \times 5^7} \right)$$

$$= \log(2^{11-12} \times 3^{14-14} \times 5^{7-7})$$

$$= \log(2^{-1} \times 3^0 \times 5^0)$$

$$= \log\left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = \log\left(\frac{1}{2} \times 1\right) = \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

৪৭. বামপক্ষ,  $\frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log(xz)}{\log(xy) - \log z}$

$$= \frac{\log(3)^{\frac{3}{2}} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log(2 \times 5)}{\log(2 \times 3) - \log 5}$$

$$= \frac{\log(3)^{\frac{3}{2}} + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log 10}{\log 6 - \log 5}$$

$$= \frac{\frac{3}{2} \log 3 + 3 \log 2 - \frac{3}{2} \log 10}{\log \frac{6}{5}} \left[ \because \log \frac{6}{5} = \log \frac{12}{10} \right]$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + 2 \log 2 - 1)}{\log(3 \times 2^2) - \log 10} \left[ \because \log 10 = 1 \right]$$

$$= \frac{\frac{3}{2}(\log 3 + 2 \log 2 - 1)}{(\log 3 + 2 \log 2 - 1)} = \frac{3}{2}$$

ডানপক্ষ,  $\log_y \sqrt{y^3} = \log_3 \sqrt{3^3} = \log_3(3^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 3 \left[ \because \log_a a = 1 \right] = \frac{3}{2}$

অর্থাৎ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\therefore \frac{\log \sqrt{y^3} + y \log x - \frac{y}{x} \log(xz)}{\log(xy) - \log z} = \log_y \sqrt{y^3} \text{ (দেখানো হলো)}$$

▶▶ অনুশীলনী ৪.৩

০১. কোন শর্তে  $a^0 = 1$ ?  
 (ক)  $a = 0$  (খ)  $a \neq 0$  (গ)  $a > 0$  (ঘ)  $a \neq 1$
০২.  $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$  এর মান নিচের কোনটি?  
 (ক)  $\sqrt[6]{5}$  (খ)  $\left(\sqrt[3]{5}\right)^3$  (গ)  $(\sqrt{5})^3$  (ঘ)  $\sqrt[3]{25}$
০৩. কোন শর্তে  $\log_a a = 1$ ?  
 (ক)  $a > 0$  (খ)  $a \neq 1$  (গ)  $a > 0, a \neq 1$  (ঘ)  $a \neq 0, a > 1$

০৪.  $\log_4 4 = 2$  হলে,  $x$  এর মান কত?  
 (ক) ২ (খ)  $\pm 2$  (গ) ৪ (ঘ) ১০
০৫. একটি সংখ্যাকে  $a \times 10^n$  আকারে লেখার জন্য নর্ত কোণটি?  
 (ক)  $1 < a < 10$  (খ)  $1 \leq a \leq 10$  (গ)  $1 \leq a < 10$  (ঘ)  $1 < a \leq 10$
৬.  $a > 0, b > 0$  এবং  $a \neq 1, b \neq 1$  হলে—  
 i.  $\log_a b \times \log_b a = 1$  ii.  $\log_a M^x = M \log_a x$
- iii.  $\log_a \left(\sqrt[3]{a} \sqrt{a}\right) = \frac{5}{6}$   
 নিচের কোনটি সঠিক?  
 (ক) i (খ) ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii
০৭. ০.০০৩৫ এর সাধারণ লগের পূর্ণক কত?  
 (ক) ৩ (খ) ১ (গ) ২ (ঘ) ৩
০৮. ০.০২২৫ সংখ্যাটি বিবেচনা করে নিচের চ-নং - ১০ নং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:  
 ক. সংখ্যাটির 'a' আকার নিচের কোনটি?  
 (ক)  $(2.5)^2$  (খ)  $(0.015)^2$  (গ)  $(1.5)^2$  (ঘ)  $(.15)^2$
- খ. সংখ্যাটির বৈজ্ঞানিক রূপ নিচের কোনটি?  
 (ক)  $225 \times 10^{-4}$  (খ)  $22.5 \times 10^{-3}$  (গ)  $2.25 \times 10^{-2}$  (ঘ)  $.225 \times 10^{-4}$
১০. সংখ্যাটির সাধারণ লগের পূর্ণক কত?  
 (ক) ২ (খ) ১ (গ) ০ (ঘ) ২
১১. বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর:  
 (ক) ৬৫৩০

সমাধান ৬৫৩০ =  $\frac{6530}{1000} \times 1000 = 6.53 \times 1000 = 6.53 \times 10^3$   
 (খ) ৬০.৮৩১  
 সমাধান ৬০.৮৩১ =  $\frac{60.831}{10} \times 10 = 6.0831 \times 10 = 6.0831 \times 10^1$   
 (গ) ০.০০০২৪৫  
 সমাধান ০.০০০২৪৫ =  $\frac{2.45}{10000} = \frac{2.45}{10^4} = 2.45 \times 10^{-4}$   
 (ঘ) ৩৭৫০০০০  
 সমাধান ৩৭৫০০০০ =  $3.75 \times 1000000 = 3.75 \times 10^7$   
 (ঙ) ০.০০০০০০১৪  
 সমাধান ০.০০০০০০১৪ =  $\frac{1.4}{10000000} = \frac{1.4}{10^7} = 1.4 \times 10^{-7}$

১২. সাধারণ দশমিক রূপে প্রকাশ কর:  
 (ক)  $10^5$   
 সমাধান  $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$   
 (খ)  $10^{-5}$   
 সমাধান  $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0.000001$   
 (গ)  $2.53 \times 10^4$   
 সমাধান  $2.53 \times 10^4 = \frac{253}{100} \times 10000 = 25300$   
 (ঘ)  $9.813 \times 10^{-3}$   
 সমাধান  $9.813 \times 10^{-3} = \frac{9813}{1000} \times \frac{1}{10^3} = \frac{9813}{1000} \times \frac{1}{1000} = \frac{9813}{1000000} = 0.009813$   
 (ঙ)  $3.12 \times 10^{-5}$   
 সমাধান  $3.12 \times 10^{-5} = \frac{312}{100} \times \frac{1}{10^5} = \frac{312}{100} \times \frac{1}{100000} = \frac{312}{10000000} = 0.0000312$
১৩. নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক বের কর (ক্যালকুলেটর ব্যবহার না করে):  
 (ক) ৪৮২০  
 সমাধান ৪৮২০ =  $4.820 \times 1000 = 4.820 \times 10^3$   
 $\therefore$  সংখ্যাটি লগের পূর্ণক ৩.  
 অন্যভাবে, ৪৮২০ সংখ্যাটিতে অঙ্কের সংখ্যা ৪টি  
 $\therefore$  সংখ্যাটির লগের পূর্ণক =  $4 - 1 = 3$

(খ) 72.245

সমাধান 72.245

$$= 7.2245 \times 10 = 7.2245 \times 10^1$$

∴ সংখ্যাটি লগের পূর্ণক 1

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 2টি অঙ্ক আছে।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = 2 - 1 = 1

(গ) 1.734

সমাধান 1.734

$$= 1.732 \times 1 = 1.734 \times 10^0$$

∴ সংখ্যাটি লগের পূর্ণক 0

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিকের বামে, অর্থাৎ পূর্ণ অংশে 1টি অঙ্ক আছে।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = 1 - 1 = 0

(ঘ) 0.045

$$\text{সমাধান } 0.045 = \frac{4.5}{100} = \frac{4.5}{10^2} = 4.5 \times 10^{-2}$$

∴ সংখ্যাটি লগের পূর্ণক -2, বা,  $\bar{2}$ 

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক কিম্বা 0 এর পরবর্তী প্রথম সার্থক অঙ্ক 4 এর মাঝে 1টি শূন্য আছে।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = - (1 + 1) = -2 =  $\bar{2}$ 

(ঙ) 0.000036

$$\text{সমাধান } 0.000036 = \frac{3.6}{100000} = \frac{3.6}{10^5} = 3.6 \times 10^{-5}$$

∴ সংখ্যাটি লগের পূর্ণক -5, বা,  $\bar{5}$ 

অন্যভাবে, সংখ্যাটির দশমিক কিম্বা 0 এর পরবর্তী প্রথম সার্থক অঙ্ক 3 এর মাঝে 4টি শূন্য আছে।

∴ সংখ্যাটির লগের পূর্ণক = - (4 + 1) = -5 =  $\bar{5}$ 

১৪. ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে নিচের সংখ্যাগুলোর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর :

(ক) 27

সমাধান ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\text{AC } \log 27 = 1.43136$$

∴ log 27 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .43136

(খ) 63.147

সমাধান ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\text{AC } \log 63.147 = 1.80035$$

∴ log 63.147 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .80035

(গ) 1.405

সমাধান ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\text{AC } \log 1.405 = 0.14765$$

∴ log 1.405 এর পূর্ণক 0 এবং অংশক .14765

(ঘ) 0.0456

সমাধান ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\text{AC } \log 0.0456 = -1.34104$$

∴ log 0.0456 এর পূর্ণক - (1 + 1) = -2 বা  $\bar{2}$ 

এবং অংশক (1 - .34104) = .65896

(ঙ) 0.000673

সমাধান ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\text{AC } \log 0.000673 = -4.82802$$

∴ log 0.000673 এর পূর্ণক - (3 + 1) = -4 বা,  $\bar{4}$ 

এবং অংশক (1 - .17198) = .82802

১৫. পূর্ণকসের/ভাগকসের সাধারণ লগ (আসন্ন পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত) নির্ণয় কর :

(ক)  $5.34 \times 8.7$ 

সমাধান

$$\therefore \log (5.34 \times 8.7) = \log 5.34 + \log 8.7$$

$$= 0.727541 + 0.9399519$$

$$= 1.66706 \text{ [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]}$$

(খ)  $0.79 \times 0.56$ 

সমাধান

$$\therefore \log (0.79 \times 0.56) = \log (0.79) + \log (0.56)$$

$$= -0.102372 - 0.251811 = -0.354183$$

-0.35418 এর পূর্ণক -(0 + 1) = -1

0.35418 এর অংশক (1 - .35418) = .64582

$$\therefore \log (0.79 \times 0.56) = \bar{1}.64582$$

(গ)  $22.2642 + 3.42$ 

সমাধান

$$\therefore \log (22.2642 + 3.42) = \log 22.2642 - \log 3.42$$

$$= 1.347607 - 0.534026$$

$$= 0.813581$$

$$= 0.813581 \text{ [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]}$$

(ঘ)  $0.19926 + 32.4$ 

সমাধান

$$\therefore \log (0.19926 + 32.4) = \log 0.19926 - \log 32.4$$

$$= 0.700579 - 1.510545$$

$$= -2.211124 \text{ [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]}$$

-2.211124 এর পূর্ণক (-2 - 1) = -3 বা,  $\bar{3}$ 

.211124 এর অংশক (1 - 2.1112) = .78888

$$\therefore \log (0.19926 + 32.4) = \bar{3}.78888$$

১৬. যদি  $\log 2 = 0.30103$ ,  $\log 3 = 0.47712$  এবং  $\log 7 = 0.84510$  হয়, তবে নিচের রাশিগুলোর মান নির্ণয় কর :

(ক) log 9

সমাধান log 9

$$= \log (3 \times 3)$$

$$= \log 3 + \log 3$$

$$= 0.47712 + 0.47712$$

$$= 0.95424$$

(খ) log 28

সমাধান log 28

$$= \log (2 \times 2 \times 7)$$

$$= \log 2 + \log 2 + \log 7$$

$$= 0.30103 + 0.30103 + 0.84510$$

$$= 1.44716$$

(গ) log 42

সমাধান log 42

$$= \log (2 \times 3 \times 7)$$

$$= \log 2 + \log 3 + \log 7$$

$$= 0.30103 + 0.47712 + 0.84510$$

$$= 1.62325$$

১৭. দেওয়া আছে,  $x = 1000$  এবং  $y = 0.0625$ ক.  $x$  কে  $a^n b^m$  আকারে প্রকাশ কর, যেখানে  $a$  ও  $b$  মৌলিক সংখ্যা।খ.  $x$  ও  $y$  এর গুণফলকে বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।গ.  $xy$  এর সাধারণ লগের পূর্ণক ও অংশক নির্ণয় কর।

✓ ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

$$\text{ক. } x = 1000 = 5^3 \times 2^3$$

যেখানে, 5 এবং 2 মৌলিক সংখ্যা এবং  $n = 3$ সুতরাং,  $x$  কে  $a^n b^m$  আকারে প্রকাশ করা হল।

$$\text{খ. } x \text{ ও } y \text{ এর গুণফল } xy = 62.5$$

একে বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ করতে হবে।

$$\text{প্রদত্ত স্বাভাবিক রাশি} = 62.5 = \frac{625}{10}$$

$$= 625 \times 10^{-1}$$

$$= 6.25 \times 100 \times 10^{-1}$$

$$= 6.25 \times 10^2 \times 10^{-1}$$

$$= 6.25 \times 10^1$$

∴ নির্ণয় বৈজ্ঞানিকরূপে প্রকাশ  $6.25 \times 10^1$  Ans.

$$\text{গ. } xy = 1000 \times 0.0625 = 62.5$$

ক্যালকুলেটর ব্যবহার করি :

$$\log 62.5 = 1.79588$$

∴ log 62.5 এর পূর্ণক 1 এবং অংশক .79588।

## ▶▶ পঞ্চম অধ্যায় : এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ (Equations in One Variable)

### ▶▶ অনুশীলনী ৫.১

সমাধান কর (১-৮) :

১.  $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

**সমাধান**  $\frac{ay}{b} - \frac{by}{a} = a^2 - b^2$

বা,  $\frac{a^2y - b^2y}{ab} = a^2 - b^2$

বা,  $\frac{y(a^2 - b^2)}{ab} = (a^2 - b^2)$

বা,  $\frac{y}{ab} = 1$  [উভয়পক্ষকে  $(a^2 - b^2)$  দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $y = ab$  [বহুগুণন করে]

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $y = ab$

২.  $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

**সমাধান**  $(z + 1)(z - 2) = (z - 4)(z + 2)$

বা,  $z^2 + z - 2z - 2 = z^2 - 4z + 2z - 8$

বা,  $z^2 - z - 2 = z^2 - 2z - 8$

বা,  $z^2 - z - z^2 + 2z = -8 + 2$  [পক্ষান্তর করে]

∴  $z = -6$

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $z = -6$

৩.  $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

**সমাধান**  $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{25}{5x+4}$

বা,  $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{10}{10+15}$

বা,  $\frac{4}{2x+1} + \frac{9}{3x+2} = \frac{5x+4}{5x+4} + \frac{15}{5x+4}$

বা,  $\frac{4}{2x+1} - \frac{5x+4}{5x+4} = \frac{10}{15} - \frac{9}{3x+2}$

বা,  $\frac{4(5x+4) - 10(2x+1)}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{15(3x+2) - 9(5x+4)}{(5x+4)(3x+2)}$

বা,  $\frac{20x+16-20x-10}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{45x+30-45x-36}{(5x+4)(3x+2)}$

বা,  $\frac{6}{(2x+1)(5x+4)} = \frac{-6}{(5x+4)(3x+2)}$

বা,  $\frac{1}{2x+1} = \frac{-1}{3x+2}$  [উভয়পক্ষকে  $\frac{(5x+4)}{6}$  দ্বারা গুণা করে]

বা,  $3x+2 = -2x-1$

বা,  $3x+2x = -1-2$

বা,  $5x = -3$  বা,  $x = -\frac{3}{5}$

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $x = -\frac{3}{5}$

৪.  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

**সমাধান**  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3}$

বা,  $\frac{x+4+x+1}{(x+1)(x+4)} = \frac{x+3+x+2}{(x+2)(x+3)}$

বা,  $\frac{2x+5}{x^2+5x+4} = \frac{2x+5}{x^2+5x+6}$

আমরা জানি, সমান মানবিশিষ্ট দুটি ভগ্নাংশের লব সমান কিছু হর অসমান হলে পকের মান শূন্য হয়।

∴  $2x+5 = 0$

বা,  $2x = -5$

বা,  $x = -\frac{5}{2}$

∴  $x = -\frac{5}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $x = -\frac{5}{2}$

৫.  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

**সমাধান**  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a+b}{x-a-b}$

বা,  $\frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} = \frac{a}{x-a-b} + \frac{b}{x-a-b}$

বা,  $\frac{a}{x-a} - \frac{a}{x-a-b} = \frac{b}{x-a-b} - \frac{b}{x-b}$  [পক্ষান্তর করে]

বা,  $\frac{a(x-a-b) - a(x-a)}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{b(x-b) - b(x-a-b)}{(x-b)(x-a-b)}$

বা,  $\frac{ax - a^2 - ab - ax + a^2}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{bx - b^2 - bx + ab + b^2}{(x-b)(x-a-b)}$

বা,  $\frac{-ab}{(x-a)(x-a-b)} = \frac{-ab}{(x-b)(x-a-b)}$

বা,  $\frac{-1}{x-a} = \frac{1}{x-b}$  [উভয় পক্ষকে  $\frac{(x-a-b)}{ab}$  দ্বারা গুণ করে]

বা,  $x-a = -x+b$

বা,  $x+x = a+b$

বা,  $2x = a+b$

বা,  $x = \frac{a+b}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $x = \frac{a+b}{2}$

৬.  $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

**সমাধান**  $\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} + \frac{x-3a-3b}{a+b} = 0$

বা,  $\frac{x-a}{b} - 1 + \frac{x-b}{a} - 1 + \frac{x-3a-3b}{a+b} + 2 = 0$

বা,  $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-b-a}{a} + \frac{x-3a-3b+2a+2b}{a+b} = 0$

বা,  $\frac{x-a-b}{b} + \frac{x-a-b}{a} + \frac{x-a-b}{a+b} = 0$

বা,  $(x-a-b) \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \right) = 0$

এখানে,  $\left( \frac{1}{b} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a+b} \right) \neq 0$

কারণ এটি x বর্জিত রাশি

∴  $x-a-b = 0$

বা,  $x = a+b$

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $x = a+b$

৭.  $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

**সমাধান**  $\frac{x-a}{a^2-b^2} = \frac{x-b}{b^2-a^2}$

বা,  $\frac{x-a}{a^2-b^2} - \frac{x-b}{b^2-a^2} = 0$

বা,  $\frac{x-a}{a^2-b^2} - \frac{x-b}{-(a^2-b^2)} = 0$

বা,  $\frac{x-a}{a^2-b^2} + \frac{x-b}{a^2-b^2} = 0$

বা,  $\frac{x-a+x-b}{a^2-b^2} = 0$

বা,  $2x-a-b = 0 \times (a^2-b^2)$

বা,  $2x - (a+b) = 0$

বা,  $2x = a+b$

বা,  $x = \frac{a+b}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান:  $x = \frac{a+b}{2}$

Jewel's Care Collected

$$৮. (3 + \sqrt{3})z + 2 = 5 + 3\sqrt{3}$$

$$\text{সমাধান } (3 + \sqrt{3})z + 2 = 5 + 3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } (3 + \sqrt{3})z = 5 + 3\sqrt{3} - 2$$

$$\text{বা, } (3 + \sqrt{3})z = 3\sqrt{3} + 3$$

$$\text{বা, } (3 + \sqrt{3})z = \sqrt{3}(3 + \sqrt{3})$$

$$\text{বা, } z = \frac{\sqrt{3}(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})}$$

$$\therefore z = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান: } z = \sqrt{3}$$

সমাধান সেট নির্ণয় কর (১১ - ১৯) :

$$৯. 2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$$

$$\text{সমাধান } 2x + \sqrt{2} = 3x - 4 - 3\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } 3x - 2x = \sqrt{2} + 4 + 3\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x = 4 + 4\sqrt{2}$$

$$\therefore x = 4(1 + \sqrt{2})$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান সেট: } S = \{4(1 + \sqrt{2})\}$$

$$১০. \frac{z-2}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$$

$$\text{সমাধান } \frac{z-2}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$$

$$\text{বা, } \frac{z-1-1}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$$

$$\text{বা, } \frac{z-1}{z-1} - \frac{1}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{1}{z-1} = 2 - \frac{1}{z-1}$$

$$\text{বা, } 1 = 2 - \frac{1}{z-1} + \frac{1}{z-1}$$

$$\text{বা, } 1 = 2$$

কিছু এটি অসম্ভব।

সুতরাং এক্ষেত্রে কোনো সমাধান নেই।

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \{\}$$

$$১১. \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$$

$$\text{সমাধান } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{x+1+x}{x(x+1)} = \frac{2}{x-1}$$

$$\text{বা, } \frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{2}{x-1}$$

$$\text{বা, } 2(x^2+x) = (2x+1)(x-1)$$

$$\text{বা, } 2x^2+2x = 2x^2-2x+x-1$$

$$\text{বা, } 2x^2+2x-2x^2+2x-x = -1$$

$$\text{বা, } 3x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{সুতরাং সমাধান সেট, } S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

$$১২. \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m+n}{m+n-x}$$

$$\text{সমাধান } \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m+n}{m+n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{m-x} + \frac{n}{n-x} = \frac{m}{m+n-x} + \frac{n}{m+n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m}{m-x} - \frac{m}{m+n-x} = \frac{n}{m+n-x} - \frac{n}{n-x}$$

$$\text{বা, } \frac{m(m+n-x) - m(m-x)}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{n(n-x) - n(m+n-x)}{(m+n-x)(n-x)}$$

$$\text{বা, } \frac{m^2+mn-mx-m^2+mx}{(m-x)(m+n-x)} = \frac{n^2-nx-nn-n^2+nx}{(m+n-x)(n-x)}$$

$$\text{বা, } \frac{mn}{m-x} = \frac{-mn}{(n-x)} \quad (\text{উভয় পক্ষকে } (m+n-x) \text{ দ্বারা গুণ করে।)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{m-x} = \frac{-1}{n-x} \quad (\text{উভয় পক্ষকে } m+n \text{ দ্বারা গুণ করে।)}$$

$$\text{বা, } -1(m-x) = 1(n-x) \quad (\text{আড়ম্বলন করে।})$$

$$\text{বা, } -m+x = n-x$$

$$\text{বা, } x+x = m+n$$

$$\text{বা, } 2x = m+n$$

$$\therefore x = \frac{m+n}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \left\{\frac{m+n}{2}\right\}$$

$$১৩. \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$$

$$\text{সমাধান } \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+4) - 1(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{1(x+5) - 1(x+3)}{(x+3)(x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+4-x-2}{x^2+6x+8} = \frac{x+5-x-3}{x^2+8x+15}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{x^2+6x+8} = \frac{2}{x^2+8x+15} \quad (\text{উভয়পক্ষকে } 2 \text{ দ্বারা গুণ করে।})$$

$$\text{বা, } 1(x^2+8x+15) = 1(x^2+6x+8)$$

$$\text{বা, } x^2+8x+15 = x^2+6x+8$$

$$\text{বা, } x^2+8x-x^2-6x = 8-15$$

$$\text{বা, } 2x = -7$$

$$\therefore x = -\frac{7}{2}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$$

$$১৪. \frac{2t-6}{9} + \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18}$$

$$\text{সমাধান } \frac{2t-6}{9} + \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15}{18} - \frac{2t-6}{9}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{1(4t-15) - 2(2t-6)}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{4t-15-4t+12}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{-3}{18}$$

$$\text{বা, } \frac{15-2t}{12-5t} = \frac{-1}{6}$$

$$\text{বা, } -1(12-5t) = 6(15-2t) \quad (\text{আড়ম্বলন করে।})$$

$$\text{বা, } -12+5t = 90-12t$$

$$\text{বা, } 5t+12t = 90+12$$

$$\text{বা, } 17t = 102$$

$$\text{বা, } t = \frac{102}{17}$$

$$\therefore t = 6$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমাধান সেট, } S = \{6\}$$

$$১৫. \frac{x+2b^2+c^2}{a+b} + \frac{x+2c^2+a^2}{b+c} + \frac{x+2a^2+b^2}{c+a} = 0$$

সমাধান

$$\frac{x+a^2+2c^2}{b+c} + \frac{x+b^2+2a^2}{c+a} + \frac{x+c^2+2b^2}{a+b} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+a^2+2c^2}{b+c} + (b-c) + \frac{x+b^2+2a^2}{c+a} + (c-a)$$

$$+ \frac{x+c^2+2b^2}{a+b} + (a-b)$$

$$[\because b-c+c-a+a-b=0]$$

$$\text{বা, } \frac{x+a^2+2c^2+(b+c)(b-c)}{b+c} + \frac{x+b^2+2a^2+(c+a)(c-a)}{c+a} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+a^2+2c^2+b^2-c^2}{b+c} + \frac{x+b^2+2a^2+c^2-a^2}{c+a} = 0$$

$$\text{বা, } \frac{x+a^2+c^2+b^2}{b+c} + \frac{x+b^2+a^2+c^2}{c+a} + \frac{x+c^2+2b^2+a^2-b^2}{a+b} = 0$$

$$\text{বা, } (x+a^2+b^2+c^2) \left( \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) = 0$$

এখানে, a, b, c ধ্রুবক সংখ্যা  
 $\therefore \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \neq 0$  [চলক বর্জিত]  
 সুতরাং  $x+a^2+b^2+c^2=0$   
 $\therefore x=-(a^2+b^2+c^2)$   
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান:  $x=-(a^2+b^2+c^2)$   
 অতএব, নির্ণেয় সমাধান সেট:  $S = \{-(a^2+b^2+c^2)\}$   
 সমীকরণ পঠন করে সমাধান কর (১৬-২০) :

১৬. একটি সংখ্যা অপর একটি সংখ্যার  $\frac{2}{5}$  গুণ। সংখ্যা দুইটির সমষ্টি ৯৪ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, একটি সংখ্যা = x  
 তাহলে, অপর সংখ্যা =  $x \times \frac{2}{5}$  বা,  $\frac{2x}{5}$   
 অনুসারে,  $x + \frac{2x}{5} = 98$   
 বা,  $\frac{5x+2x}{5} = 98$   
 বা,  $7x = 98 \times 5$   
 বা,  $x = \frac{98 \times 5}{7}$   
 $\therefore x = 70$

সুতরাং, একটি সংখ্যা ৭০  
 এবং অপর সংখ্যাটি  $\frac{2 \times 70}{5}$  বা ২৮।  
 সুতরাং, সংখ্যা দুইটি ২৮ এবং ৭০।

১৭. একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের অন্তর ১, লব থেকে ২ বিয়োগ ও হরের সাথে ২ যোগ করলে যে ভগ্নাংশ পাওয়া যাবে তা  $\frac{1}{6}$  এর সমান। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, নির্ণেয় ভগ্নাংশের লব = x,  
 তাহলে হর = x + 1  
 $\therefore$  ভগ্নাংশটি =  $\frac{x}{x+1}$   
 লব থেকে ২ বিয়োগ এবং হরের সাথে ২ যোগ করলে পঠিত নতুন ভগ্নাংশটি =  $\frac{x-2}{x+1+2}$

অনুসারে,  $\frac{x-2}{x+1+2} = \frac{1}{6}$   
 বা,  $\frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6}$   
 বা,  $6(x-2) = x+3$  [আড়ম্বলন করে]  
 বা,  $6x-12 = x+3$   
 বা,  $6x-x = 12+3$  [পদান্তর করে]  
 বা,  $5x = 15$   
 বা,  $x = \frac{15}{5}$   
 বা,  $x = 3 \therefore x = 3$   
 $\therefore$  নির্ণেয় ভগ্নাংশটি =  $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

১৮. দুই অকল্পবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কবহুরের সমষ্টি ৭, অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যাবে তা প্রাপ্ত সংখ্যা হতে ৪৫ কম হবে। সংখ্যাটি কত?

**সমাধান** মনে করি, দশক স্থানীয় অঙ্কটি = x  
 এবং একক স্থানীয় অঙ্কটি = y  
 $\therefore$  সংখ্যাটি =  $10x + y$   
 অঙ্কবহুর স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা =  $10y + x$   
 অনুসারে,  $x + y = 9$  .....(i)  
 এবং  $10y + x = 10x + y - 45$   
 বা,  $10x + y - 45 = 10y + x$   
 বা,  $10x + y - 10y - x = 45$   
 বা,  $9x - 9y = 45$   
 বা,  $9(x - y) = 45$   
 বা,  $x - y = 5$  .....(ii) [উভয়পক্ষে ৭ দ্বারা ভাগ করে]  
 (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,  
 $x + y + x - y = 9 + 5$   
 বা,  $2x = 14$   
 বা,  $x = \frac{14}{2}$   
 $\therefore x = 7$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,  
 $7 + y = 9$   
 বা,  $y = 9 - 7$   
 $\therefore y = 2$   
 $\therefore$  সংখ্যাটি =  $10 \times 7 + 2 = 70 + 2 = 72$   
 সুতরাং, নির্ণেয় সংখ্যাটি ৭২

১৯. দুই অকল্পবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ। দেখাও যে, সংখ্যাটি অঙ্কবহুরের সমষ্টির সাতগুণ।

**সমাধান** মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্কটি = x  
 তাহলে দশক স্থানীয় অঙ্কটি = ৩x  
 অঙ্কবহুরের সমষ্টি =  $x + 3x + 3x$   
 $\therefore$  সংখ্যাটি =  $10 \times 3x + x$   
 $= 20x + x = 21x$   
 $= 7 \times 3x$   
 $\therefore$  সংখ্যাটি = অঙ্কবহুরের সমষ্টি সাত গুণ (দেখানো হলো)

২০. একজন ছাত্র ব্যবসায়ী ৫৬০০ টাকা বিনিয়োগ করে এক বছর পর কিছু টাকার উপর ৫% এবং অবশিষ্ট টাকার উপর ৪% লাভ করলেন। মোট ২৫৬ টাকা লাভ করলে, তিনি কত টাকার উপর ৫% লাভ করলেন?

**সমাধান** মনে করি, ৫% হারে বিনিয়োগের পরিমাণ = x টাকা  
 তাহলে, ৪% হারে বিনিয়োগের পরিমাণ হবে =  $(5600 - x)$  টাকা  
 কিছু ৫% হারে x টাকার ১ বৎসরের লাভ =  $x \times \frac{5}{100} \times 1$   
 $= \frac{x}{20}$  টাকা

৪% হারে  $(5600 - x)$  টাকার ১ বৎসরের লাভ  
 $= (5600 - x) \times \frac{4}{100} \times 1$   
 $= \frac{5600 - x}{25}$  টাকা  
 $\therefore$  মোট লাভ =  $\left( \frac{x}{20} + \frac{5600 - x}{25} \right)$  টাকা

অনুসারে,  $\frac{x}{20} + \frac{5600 - x}{25} = 256$   
 বা,  $\frac{x}{20} + \frac{5600}{25} - \frac{x}{25} = 256$   
 বা,  $\frac{x}{20} - \frac{x}{25} = 256 - 224$   
 বা,  $\frac{x}{100} = 32$   
 বা,  $x = 3200$   
 $\therefore x = 3200$   
 $\therefore$  এই ব্যক্তি ৩২০০ টাকার উপর ৫% লাভ করলেন।

Jewel's Care Collected

২১. একটি গাধা যাত্রী সংখ্যা 47; মাথাপিছু কেবিনের ভাড়া ডেকের ভাড়ার বিপুল। ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 30 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 1680 টাকা হলে, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা কত?

**সমাধান** মনে করি,  
কেবিনের যাত্রী সংখ্যা =  $x$  জন।

∴ ডেকের যাত্রী সংখ্যা =  $(47 - x)$  জন  
ডেকের ভাড়া মাথাপিছু 30 টাকা

∴ কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া  $(30 \times 2)$  টাকা  
= 60 টাকা

এখন, ডেকের মাথাপিছু ভাড়া 30 টাকা হলে ডেকের মোট ভাড়া =  $30(47 - x)$  টাকা  
আবার, কেবিনের মাথাপিছু ভাড়া 60 টাকা হলে কেবিনের মোট ভাড়া =  $60x$  টাকা।

∴ সর্বমোট ভাড়া =  $60x + 30(47 - x)$

প্রশ্নমতে,  $60x + 30(47 - x) = 1680$

বা,  $60x + 1410 - 30x = 1680$

বা,  $30x = 1680 - 1410$

বা,  $x = \frac{270}{30} = 9$

∴  $x = 9$

∴ কেবিনের যাত্রী সংখ্যা 9 জন।

২২. 120 টি পঁচিশ পয়সার মুদ্রা ও পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রায় মোট 35 টাকা হলে, কোন প্রকারের মুদ্রার সংখ্যা কয়টি?

**সমাধান** মনে করি, পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা =  $x$  টি

∴ পঁচিশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা =  $(120 - x)$  টি

∴ সর্বমোট মুদ্রা মান =  $50x + 25(120 - x)$  পয়সা

=  $50x + 3000 - 25x$

=  $3000 + 25x$

=  $\frac{3000 + 25x}{100}$  [∴ 100 পয়সা = 1 টাকা]

প্রশ্নমতে,  $\frac{3000 + 25x}{100} = 35$

বা,  $3000 + 25x = 3500$

বা,  $25x = 500$

বা,  $x = 20$

∴  $x = 20$

∴ পঞ্চাশ পয়সার মুদ্রার সংখ্যা 20 টি

পঁচিশ পয়সার মুদ্রা সংখ্যা =  $120 - 20 = 100$  টি

২৩. একটি গাড়ি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কিছু পথ এবং ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে অবশিষ্ট পথ অতিক্রম করলো। গাড়িটি মোট 5 ঘণ্টায় 240 কি.মি. পথ অতিক্রম করলে, ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে কতদূর গিয়েছে?

**সমাধান** মনে করি, ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে যায়  $x$  কি.মি.

∴ ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে যায় =  $(240 - x)$  কি.মি.

জানা আছে, বেগ =  $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

সময় =  $\frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$

এখন, ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে  $x$  কি.মি. যেতে প্রয়োজনীয় সময় =  $\frac{x}{60}$  ঘণ্টা

এবং ঘণ্টায় 40 কি.মি. বেগে  $(240 - x)$  কি.মি.

যেতে প্রয়োজনীয় সময়  $\frac{240 - x}{40}$  ঘণ্টা

∴ মোট সময় =  $\left(\frac{x}{60} + \frac{240 - x}{40}\right)$  ঘণ্টা

প্রশ্নমতে,  $\frac{x}{60} + \frac{240 - x}{40} = 5$

বা,  $\frac{2x + 720 - 3x}{120} = 5$

বা,  $\frac{720 - x}{120} = 5$

বা,  $720 - x = 600$

বা,  $-x = -120$

বা,  $x = 120$

∴  $x = 120$

সুতরাং, ঐ ব্যক্তি ঘণ্টায় 60 কি.মি. বেগে 120 কি.মি. পথ অতিক্রম করেছিল।

২৪. একটি স্টিমারে যাত্রী সংখ্যা 376 জন। কেবিনের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়ার বিপুল। ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া 30 টাকা এবং মোট ভাড়া প্রাপ্তি 27120 টাকা। আবার কেবিনের যাত্রী সংখ্যা অর্ধেক হলে কোনো সংখ্যার অঙ্কবন্ধের যোগফল থেকে 61 কেবিনের যাত্রী সংখ্যা  $x$  ধরে সমীকরণ তৈরি কর।

খ. কেবিন থেকে প্রাপ্ত ভাড়ার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

✓ ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** দেওয়া আছে, ডেকের যাত্রী সংখ্যা =  $x$

মনে করি, কেবিনের যাত্রী সংখ্যা =  $y$

প্রশ্নমতে,  $x + y = 376$  .....(i)

আবার, ডেকের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া = 60 টাকা

∴ কেবিনের যাত্রীর মাথাপিছু ভাড়া =  $(60 \times 2)$  টাকা  
= 120 টাকা

∴ মোট ভাড়ার পরিমাণ =  $60x + 120y$

প্রশ্নমতে,

$60x + 120y = 27120$  ..... (ii)

**খ** 'ক' হতে পাই,

$x + y = 376$  ..... (i)

$60x + 120y = 27120$  ..... (ii)

(i) হতে পাই,

$x = 376 - y$

আবার, (ii) হতে পাই,

$60(376 - y) + 120y = 27120$

বা,  $22560 - 60y + 120y = 27120$

বা,  $60y = 4560$

∴  $y = 76$

অর্থাৎ কেবিনের যাত্রীর মোট ভাড়া =  $(76 \times 120)$  টাকা = 9120 টাকা

**গ** 'খ' হতে পাই,

কেবিনের যাত্রী সংখ্যা,  $y = 76$

মনে করি, দুই অর্ধেক সংখ্যাটির—

একক স্থানীয় অঙ্ক, =  $m$

ও দশক স্থানীয় অঙ্ক =  $n$

∴ সংখ্যাটি =  $10n + m$

এখন, প্রথম শর্তমতে,

$m + n + 61 = y$

বা,  $m + n = 76 - 61 = 15$  .....(i)

আবার, অঙ্কবন্ধ স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি দাঁড়ায় =  $10m + n$

∴ দ্বিতীয় শর্তমতে,

$(10m + n) - (10n + m) = 27$

বা,  $9(m - n) = 27$

বা,  $m - n = 3$  .....(ii)

(i) + (ii)  $\Rightarrow 2m = 18$

∴  $m = 9$

(i) নং হতে পাই,

$9 + n = 15$

∴  $n = 6$

∴ সংখ্যাটি =  $10n + m = 10 \times 6 + 9 = 69$

### ▶▶ অনুশীলনী ৫.২

০১.  $x$  কে চলক ধরে  $a^2x + b = 0$  সমীকরণটির ঘাত নিচের কোনটি?  
Ⓐ 3      Ⓑ 2      Ⓒ 1      Ⓓ 0

০২. নিচের কোনটি অভেদ?  
Ⓐ  $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 4x$       Ⓑ  $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 2(x^2 + 1)$   
Ⓒ  $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 2ab$       Ⓓ  $(a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

০৩.  $(x - 4)^2 = 0$  সমীকরণের মূল কয়টি?  
Ⓐ 1টি      Ⓑ 2টি      Ⓒ 3টি      Ⓓ 4টি

০৪.  $x^2 - x - 12 = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় নিচের কোনটি?  
Ⓐ 3, 4      Ⓑ 3, -4      Ⓒ -3, 4      Ⓓ -3, -4

০৫.  $3x^2 - x + 5 = 0$  সমীকরণে  $x$  এর সহগ কত?  
Ⓐ 3      Ⓑ 2      Ⓒ 1      Ⓓ -1

০৬. দুইটি বীজগণিতিক রাশি  $x$  ও  $y$  এর গুণফল  $xy = 0$  হলে—  
 i.  $x = 0$  অথবা  $y = 0$   
 ii.  $x = 0$  এবং  $y = 0$   
 iii.  $x \neq 0$  এবং  $y = 0$   
 নিচের কোশটি সঠিক?  
 (a) i ও ii (b) i ও iii (c) ii ও iii (d) i, ii ও iii
০৭.  $x^2 - (a+b)x + ab = 0$  সমীকরণের সমাধান সেট নিচের কোশটি?  
 (a)  $\{a, b\}$  (b)  $\{a, -b\}$  (c)  $\{-a, b\}$  (d)  $\{-a, -b\}$
০৮. দুই অজ্ঞবিশিষ্ট একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের বিপুল। এই তথ্যের আলোকে নিচের চ-নং-১০নং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।  
 একক স্থানীয় অঙ্ক  $x$  হলে, সংখ্যাটি কত?  
 (a)  $2x$  (b)  $3x$  (c)  $12x$  (d)  $21x$
০৯. অঙ্কসময় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত হবে?  
 (a)  $3x$  (b)  $4x$  (c)  $12x$  (d)  $21x$
১০.  $x = 2$  হলে, মূল সংখ্যার সাথে স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যার পার্থক্য কত?  
 (a) 18 (b) 20 (c) 34 (d) 36

সমাধান কর (১১ - ১৭) :

১১.  $(\sqrt{2}x + 3)(\sqrt{3}x - 2) = 0$   
**সমাধান**  $(\sqrt{2}x + 3)(\sqrt{3}x - 2) = 0$   
 $\therefore \sqrt{2}x + 3 = 0$  অথবা,  $\sqrt{3}x - 2 = 0$   
 বা,  $\sqrt{2}x = -3$  বা,  $\sqrt{3}x = 2$   
 বা,  $x = \frac{-3}{\sqrt{2}}$  বা,  $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$   
 বা,  $x = \frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$  বা,  $x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$   
 $\therefore x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$   $\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান :  $x = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$  অথবা,  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

১২.  $(y + 5)(y - 5) = 24$   
**সমাধান**  $(y + 5)(y - 5) = 24$   
 বা,  $(y)^2 - (5)^2 = 24$   
 বা,  $y^2 - 25 = 24$   
 বা,  $y^2 = 24 + 25$   
 বা,  $y^2 = 49$   
 বা,  $y^2 = \sqrt{49}$   
 $\therefore y = \pm 7$   
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান :  $y = 7$  অথবা,  $7$

১৩.  $2(z^2 - 9) + 9z = 0$   
**সমাধান**  $2(z^2 - 9) + 9z = 0$   
 বা,  $2z^2 - 18 + 9z = 0$   
 বা,  $2z^2 + 12z - 18 = 0$   
 বা,  $2z^2 + 12z - 3z - 18 = 0$   
 বা,  $2z(z + 6) - 3(z + 6) = 0$   
 বা,  $(z + 6)(2z - 3) = 0$   
 $\therefore z + 6 = 0$  অথবা,  $2z - 3 = 0$   
 বা,  $z = -6$  বা,  $2z = 3$   
 বা,  $z = \frac{3}{2}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান :  $z = -6$  অথবা,  $\frac{3}{2}$

১৪.  $\frac{3}{2z+1} + \frac{4}{5z-1} = 2$   
**সমাধান**  $\frac{3}{2z+1} + \frac{4}{5z-1} = 2$   
 বা,  $\frac{3}{2z+1} = 2 - \frac{4}{5z-1}$   
 বা,  $\frac{3}{2z+1} = \frac{2(5z-1) - 4}{5z-1}$   
 বা,  $\frac{3}{2z+1} = \frac{10z - 2 - 4}{5z-1}$

বা,  $\frac{3}{2z+1} = \frac{10z - 6}{5z-1}$   
 বা,  $(10z - 6)(2z + 1) = 3(5z - 1)$   
 বা,  $20z^2 - 12z + 10z - 6 = 15z - 3$   
 বা,  $20z^2 - 2z - 6 - 15z + 3 = 0$   
 বা,  $20z^2 - 17z - 3 = 0$   
 বা,  $20z^2 - 20z + 3z - 3 = 0$   
 বা,  $20z(z - 1) + 3(z - 1) = 0$   
 বা,  $(z - 1)(20z + 3) = 0$   
 $\therefore z - 1 = 0$  অথবা,  $20z + 3 = 0$   
 বা,  $z = 1$  বা,  $20z = -3$   
 বা,  $z = \frac{-3}{20}$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান :  $x = 1, \frac{-3}{20}$

১৫.  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$   
**সমাধান**  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{6(x-2)}{x-6} = 1$   
 বা,  $\frac{6(x-2)}{x-6} = 1 - \frac{x-2}{x+2}$   
 বা,  $\frac{6(x-2)}{x-6} = \frac{x+2 - x+2}{x+2}$   
 বা,  $\frac{6(x-2)}{x-6} = \frac{4}{x+2}$   
 বা,  $\frac{3(x-2)}{x-6} = \frac{2}{x+2}$  [উভয় পক্ষকে ২ দ্বারা ভাগ করে]  
 বা,  $3(x-2)(x+2) = 2(x-6)$  [আড়গুণন করে]  
 বা,  $3(x^2 - 4) = 2(x - 6)$   
 বা,  $3x^2 - 4 = 2x - 12$   
 বা,  $3x^2 - 12 - 2x + 12 = 0$   
 বা,  $3x^2 - 2x = 0$   
 বা,  $x(3x - 2) = 0$   
 হয়,  $x = 0$  অথবা,  $3x - 2 = 0$   
 বা,  $3x = 2$   
 বা,  $x = \frac{2}{3}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান :  $x = 0, \frac{2}{3}$

১৬.  $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x}$   
**সমাধান** দেওয়া আছে,  
 $\frac{x}{a} + \frac{a}{x} = \frac{x}{b} + \frac{b}{x}$   
 বা,  $\left(\frac{x}{a} - \frac{b}{x}\right) + \left(\frac{a}{x} - \frac{x}{b}\right) = 0$   
 বা,  $\frac{(x^2 - ab)}{ax} - \frac{(ab - x^2)}{bx} = 0$   
 বা,  $\frac{(x^2 - ab)}{ax} - \frac{(x^2 - ab)}{bx} = 0$   
 বা,  $\left(\frac{x^2 - ab}{x}\right) \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = 0$   
 এখনে,  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \neq 0$   
 $\therefore \frac{x^2 - ab}{x} = 0$   
 বা,  $x^2 - ab = 0$   
 বা,  $x^2 = ab \therefore x = \pm\sqrt{ab}$   
 $\therefore$  নির্ণেয় সমাধান,  $x = -\sqrt{ab}$  অথবা,  $\sqrt{ab}$

Jewel's Care Collected



১৭.  $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

সমাধান: প্রদত্ত রাশি,  $\frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$

বা,  $\frac{x-a}{x-b} - \frac{a}{b} = \frac{b}{a} - \frac{x-b}{x-a}$

বা,  $\frac{b(x-a) - a(x-b)}{b(x-b)} = \frac{b(x-a) - a(x-b)}{a(x-a)}$

বা,  $\frac{bx - ab - ax + ab}{b(x-b)} = \frac{bx - ab - ax + ab}{a(x-a)}$

বা,  $\frac{bx - ax}{b(x-b)} = \frac{bx - ax}{a(x-a)}$

বা,  $\frac{x(b-a)}{b(x-b)} = \frac{x(b-a)}{a(x-a)}$

বা,  $\frac{x}{bx-b^2} = \frac{x}{ax-a^2}$  [উভয়পক্ষকে  $b-a$  দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $\frac{x}{bx-b^2} - \frac{x}{ax-a^2} = 0$

বা,  $x \left( \frac{1}{bx-b^2} - \frac{1}{ax-a^2} \right) = 0$

$\therefore x = 0$

অথবা,  $\frac{1}{bx-b^2} - \frac{1}{ax-a^2} = 0$

বা,  $\frac{1}{bx-b^2} = \frac{1}{ax-a^2}$

বা,  $ax - a^2 = bx - b^2$

বা,  $ax - bx = a^2 - b^2$

বা,  $x(a-b) = (a+b)(a-b)$

বা,  $x = \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)}$

$\therefore x = a+b$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান: 0 অথবা,  $x = a+b$

সমাধান সেট নির্ণয় কর (১৮-২২):

১৮.  $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$

সমাধান:  $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+1} = 2$

বা,  $\frac{3(x+1) + 4x}{x(x+1)} = 2$

বা,  $\frac{3x+3+4x}{x^2+x} = 2$

বা,  $7x+3 = 2(x^2+x)$

বা,  $2x^2+2x-7x-3=0$

বা,  $2x^2-5x-3=0$

বা,  $2x^2-6x+x-3=0$

বা,  $2x(x-3)+1(x-3)=0$

বা,  $(x-3)(2x+1)=0$

$\therefore x-3=0$  অথবা,  $2x+1=0$

বা,  $x=3$  বা,  $2x=-1$

বা,  $x = -\frac{1}{2}$

সমাধান,  $x = 3$  অথবা,  $-\frac{1}{2}$

এবং, নির্ণেয় সমাধান সেট,  $S = \left\{ 3, -\frac{1}{2} \right\}$

১৯.  $\frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$

সমাধান:  $\frac{x+7}{x+1} + \frac{2x+6}{2x+1} = 5$

বা,  $\frac{x+7}{x+1} = 5 - \frac{2x+6}{2x+1}$

বা,  $\frac{x+7}{x+1} = \frac{5(2x+1) - (2x+6)}{2x+1}$

বা,  $\frac{x+7}{x+1} = \frac{10x+5-2x-6}{2x+1}$

বা,  $\frac{x+7}{x+1} = \frac{8x-1}{2x+1}$

বা,  $(x+1)(8x-1) = (x+7)(2x+1)$

বা,  $8x^2+8x-x-1 = 2x^2+14x+x+7$

বা,  $8x^2+7x-1 = 2x^2+15x+7$

বা,  $8x^2+7x-1-2x^2-15x-7=0$

বা,  $6x^2-8x-8=0$

বা,  $2(3x^2-4x-4)=0$

বা,  $3x^2-4x-4=0$  [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $3x^2-6x+2x-4=0$

বা,  $3x(x-2)+2(x-2)=0$

বা,  $(x-2)(3x+2)=0$

$\therefore x-2=0$  অথবা,  $3x+2=0$

বা,  $x=2$  বা,  $3x=-2$

বা,  $x = -\frac{2}{3}$

সমাধান,  $x = 2$  অথবা,  $-\frac{2}{3}$

এবং নির্ণেয় সমাধান সেট,  $S = \left\{ 2, -\frac{2}{3} \right\}$

২০.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x+a+b}$

সমাধান:  $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$

বা,  $\frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা,  $\frac{x-a-b-x}{x(a+b+x)} = \frac{a+b}{ab}$

বা,  $\frac{-(a+b)}{x(a+b+x)} = \frac{(a+b)}{ab}$

বা,  $\frac{-1}{x(a+b+x)} = \frac{1}{ab}$

বা,  $x(a+b+x) = -ab$

বা,  $ax+bx+x^2+ab=0$

বা,  $x^2+ax+bx+ab=0$

বা,  $x(x+a)+b(x+a)=0$

বা,  $(x+a)(x+b)=0$

$\therefore x+a=0$  অথবা,  $x+b=0$

বা,  $x=-a$  বা,  $x=-b$

$\therefore x=-a$   $\therefore x=-b$

সমাধান,  $x = -a$  অথবা,  $-b$

$\therefore$  নির্ণেয় সমাধান সেট:  $\{-a, -b\}$

২১.  $x + \frac{1}{x} = 2$

সমাধান:  $x + \frac{1}{x} = 2$

বা,  $\frac{x^2+1}{x} = 2$

বা,  $x^2+1=2x$

বা,  $x^2-2x+1=0$

বা,  $(x-1)^2=0$

বা,  $x-1=0$

বা,  $x=1$

$\therefore$  সমাধান,  $x = 1$

এবং নির্ণেয় সমাধান সেট,  $S = \{1\}$

২২.  $\frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 2$

সমাধান:  $\frac{(x+1)^3 - (x-1)^3}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = 2$

বা,  $\frac{x^3+3x^2+3x+1 - (x^3-3x^2+3x-1)}{x^2+2x+1 - (x^2-2x+1)} = 2$

বা,  $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 + 3x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1} = 2$

বা,  $\frac{6x^2 + 2}{4x} = 2$

বা,  $\frac{2(3x^2 + 1)}{2 \cdot 2x} = 2$

বা,  $\frac{3x^2 + 1}{2x} = 2$

বা,  $3x^2 + 1 = 4x$

বা,  $3x^2 - 4x + 1 = 0$

বা,  $3x^2 - 3x - x + 1 = 0$

বা,  $3x(x-1) - 1(x-1) = 0$

বা,  $(x-1)(3x-1) = 0$

∴  $x-1=0$

অথবা,  $3x-1=0$

বা,  $x=1$

বা,  $3x=1$

বা,  $x = \frac{1}{3}$

∴ সমাধান,  $x = \frac{1}{3}$  অথবা, 1

এক নির্ণেয় সমাধান সেট:  $\left\{\frac{1}{3}, 1\right\}$

সমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (২৩ - ২৭):

২৩. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 15 এবং এদের গুণফল 56; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, একক স্থানের অঙ্ক = x

∴ দশক স্থানের অঙ্ক = 15 - x

প্রশ্নমতে,  $x(15-x) = 56$

বা,  $15x - x^2 = 56$

বা,  $-x^2 + 15x - 56 = 0$

বা,  $x^2 - 15x + 56 = 0$

বা,  $x^2 - 8x - 7x + 56 = 0$

বা,  $x(x-8) - 7(x-8) = 0$

বা,  $(x-8)(x-7) = 0$

∴  $(x-8)(x-7) = 0$

হয়,  $x-8=0$

বা,  $x=8$

∴  $x=8$

যখন,  $x=8$  তখন, দশক স্থানের অঙ্ক =  $15-x=15-8=7$

∴ সংখ্যাটি =  $7 \times 10 + 8 = 78$

আবার, যখন  $x=7$  তখন, দশক স্থানের অঙ্ক =  $15-x=15-7=8$

∴ সংখ্যাটি =  $8 \times 10 + 7 = 87$

সুতরাং, নির্ণেয় সংখ্যাটি 78 বা, 87

২৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও অপর বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অঙ্ক 3 সে.মি.। ঐ বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, ত্রিভুজটির সমকোণ সঙ্গুল বাহুর দৈর্ঘ্য x সে.মি.

সমকোণ সঙ্গুল অপর বাহুর দৈর্ঘ্য =  $(x+3)$  সে.মি.

পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী।

$x^2 + (x+3)^2 = 15^2$  [∵ অতিভুজ = 15 সে.মি.]

বা,  $x^2 + x^2 + 6x + 9 = 225$

বা,  $2x^2 + 6x - 216 = 0$

বা,  $2(x^2 + 3x - 108) = 0$

বা,  $x^2 + 3x - 108 = 0$

বা,  $x^2 + 12x - 9x - 108 = 0$

বা,  $x(x+12) - 9(x+12) = 0$

বা,  $(x+12)(x-9) = 0$

∴  $(x+12)(x-9) = 0$

হয়,  $x+12=0$

বা,  $x=-12$

∴  $x=-12$

অথবা,  $x-9=0$

বা,  $x=9$

$x=9$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না, সুতরাং  $x \neq -12$

তাহলে ত্রিভুজটির ক্ষুদ্রতম বাহুর দৈর্ঘ্য = 9 সে.মি. এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য =

$(9+3)$  সে.মি. = 12 সে.মি.।

∴ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য 9 সে.মি. এবং 12 সে.মি.

২৫. একটি ত্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার ত্রিগুণ অপেক্ষা 6 সে.মি. বেশি।

ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

**সমাধান** মনে করি, ত্রিভুজক্ষেত্রটির উচ্চতা = h মি.

∴ প্রশ্নমতে, ভূমি =  $(2h+6)$  সে.মি.

জানা আছে,

$\frac{1}{2} \times$  ভূমি  $\times$  উচ্চতা = ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

প্রশ্নমতে,

$\frac{1}{2} \times (2h+6) \times h = 810$

বা,  $(h+3)h = 810$

বা,  $h^2 + 3h = 810$

বা,  $h^2 + 3h - 810 = 0$

বা,  $h^2 + 30h - 27h - 810 = 0$

বা,  $h(h+30) - 27(h+30) = 0$

বা,  $(h+30)(h-27) = 0$

হয়,  $h+30=0$

এখানে,  $h \neq -30$ ;

∴ কারণ উচ্চতা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$h-27=0$

বা,  $h=27$

∴  $h=27$

সুতরাং উচ্চতা 27 মিটার।

২৬. একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তার সহপাঠীর সংখ্যার সমান টাকা চাঁদা দেওয়ায় মোট 420 টাকা চাঁদা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে চাঁদা দিল?

**সমাধান** ধরি, শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = x জন

তাহলে, প্রত্যেকের সহপাঠীর সংখ্যা =  $(x-1)$  জন

প্রত্যেকে চাঁদা দেয় =  $(x-1)$  টাকা।

∴ মোট চাঁদার পরিমাণ =  $x(x-1)$  টাকা

প্রশ্নমতে,  $x(x-1) = 420$

বা,  $x^2 - x = 420$

বা,  $x^2 - x - 420 = 0$

বা,  $x^2 - 21x + 20x - 420 = 0$

বা,  $x(x-21) + 20(x-21) = 0$

বা,  $(x-21)(x+20) = 0$

∴  $(x-21)(x+20) = 0$

হয়,  $x-21=0$

বা,  $x=21$

∴  $x=21$

অথবা,  $x+20=0$

বা,  $x=-20$

∴  $x=-20$  (গ্রহণযোগ্য নয়)

∴ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা 21 জন।

এবং প্রত্যেকে চাঁদা দেয় =  $x-1=21-1=20$  টাকা।

২৭. একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে, প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও 30 পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়াতে মোট 70 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?

**সমাধান** মনে করি, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা = x জন

প্রত্যেকে চাঁদা দেয় =  $(x+30)$  পয়সা

∴ মোট চাঁদার পরিমাণ =  $x(x+30)$  পয়সা

প্রশ্নমতে,  $x(x+30) = 70 \times 100$  [∵ 1 টাকা = 100 পয়সা]

বা,  $x^2 + 30x - 7000 = 0$

বা,  $x^2 + 100x - 70x - 7000 = 0$

বা,  $x(x+100) - 70(x+100) = 0$

বা,  $(x+100)(x-70) = 0$

হয়,  $x+100=0$

বা,  $x \neq -100$  কারণ, ছাত্র-ছাত্রীর

সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

অথবা,  $x-70=0$

বা,  $x=70$

∴  $x=70$

সুতরাং, ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা 70 জন।

২৮. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 7; অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তা প্রদত্ত সংখ্যা থেকে 9 বেশি।

ক. চলক x এর মাধ্যমে প্রদত্ত সংখ্যাটি ও স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি লেখ।

খ. সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

গ. প্রদত্ত সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় যদি সেন্টিমিটারে কোনো ব্যাসতলের পৈথ্য ও প্রস্থ নির্দেশ করে তবে ঐ আয়তক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

কর্ণটিকে কোনো বর্গের বাহু ধরে বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

## ✓ ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মনে করি, সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক =  $x$

$$\therefore \text{দশক স্থানীয় অঙ্ক} = (7 - x)$$

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10(7 - x) + x = 70 - 10x + x = 70 - 9x$$

$$\therefore \text{অঙ্ক দুইটি স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি} \\ = 10x + (7 - x) = 10x + 7 - x = 9x + 7$$

খ 'ক' থেকে পাই, প্রদত্ত সংখ্যাটি =  $70 - 7x$

এবং অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা  $9x + 7$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 70 - 9x = (9x + 7) - 9$$

$$\text{বা, } -9x - 9x = 7 - 9 - 70$$

$$\text{বা, } -18x = -72$$

$$\text{বা, } 18x = 72 \text{ উভয় পক্ষকে } (-1) \text{ দ্বারা গুণ করে।}$$

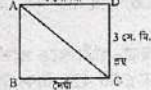
$$\text{বা, } x = \frac{72}{18} \therefore x = 4$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সংখ্যাটি} = 70 - 9 \cdot 4 = 70 - 36 = 34$$

গ তথ্যমতে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য  $AD = 4$  সে.মি.

$$\therefore \text{প্রস্থ } CD = 3 \text{ সে.মি.}$$

সুতরাং নির্ণেয় আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য,



$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} \text{ সে.মি. [পীথাগোরাসের উপপাদ্য]}$$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ সে.মি.}$$

সুতরাং বর্গক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য =  $5$  সে.মি.

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য} = \sqrt{2} \times \text{বাহুর দৈর্ঘ্য} = 5\sqrt{2}$$

২৯. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা যথাক্রমে  $(x - 1)$  সে.মি. ও  $x$  সে.মি. এবং একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ত্রিভুজটির উচ্চতার সমান। আবার,

একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য  $(x + 3)$  সে.মি. ও প্রস্থ  $x$  সে.মি.।

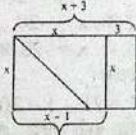
ক. একটিমাত্র চিত্রের মাধ্যমে তথ্যগুলো দেখাও।

খ. ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  $10$  বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?

গ. ত্রিভুজক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ধারাবাহিক অনুপাত বের কর।

## ✓ ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক



তথ্যানুসারে, সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি =  $(x - 1)$  সে.মি.

সমকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা =  $x$  সে.মি.

একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = ত্রিভুজটির উচ্চতা =  $x$  সে.মি.

আবার, একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য =  $(x + 3)$  সে.মি.

একটি আয়তক্ষেত্রের বাহুর প্রস্থ =  $x$  সে.মি.

খ দেওয়া আছে, ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল  $10$  বর্গ সে.মি., ভূমি =  $x - 1$

সে.মি., উচ্চতা =  $x$  সে.মি.

আমরা জানি,

$$\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}$$

প্রশ্নমতে,

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{2} \times (x - 1) \times x = 10$$

$$\text{বা, } x^2 - x = 20$$

$$\text{বা, } x^2 - x - 20 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 5) + 4(x - 5) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\text{হয়, } x - 5 = 0$$

$$\text{বা, } x = 5$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore \text{উচ্চতা } x = 5 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{অথবা, } x + 4 = 0$$

$$\text{বা, } x = -4; \text{ কারণ বাহুর দৈর্ঘ্য}$$

ঋণাত্মক হতে পারে না।

গ 'ক' থেকে পাই,  $x = 5$

দেওয়া আছে, ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল  $10$  বর্গ সে.মি.

শর্তমতে, বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = ত্রিভুজের উচ্চতা =  $x$

$$\therefore \text{বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = x^2 \text{ বর্গ সে.মি.} = 5^2 \text{ বর্গ সে.মি.} = 25 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\text{আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = x(x + 3) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 5(5 + 3) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 5 \times 8 \text{ বর্গ সে.মি.} = 40 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{ত্রিভুজক্ষেত্র : বর্গক্ষেত্র : আয়তক্ষেত্র} = 10 : 25 : 40 = 2 : 5 : 8$$

৩০. একটি জমির ক্ষেত্রফল  $192$  বর্গমিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য  $4$  মিটার কমলে এবং প্রস্থ  $4$  মিটার বাড়লে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। আবার জমিটির দৈর্ঘ্য  $20$  সে.মি. ব্যাস বিশিষ্ট একটি বৃত্ত আঁকা হলো। বৃত্তটির কেন্দ্র থেকে একটি জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যা-এর অর্ধেকের চেয়ে  $2$  সে.মি. কম।

ক. জমিটির দৈর্ঘ্যকে  $x$  এবং প্রস্থকে  $y$  ধরে তথ্যগুলোকে সমীকরণে প্রকাশ কর।

খ. জমিটির পরিসীমা নির্ণয় কর।

গ. বৃত্তটির জ্যা-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

## ✓ ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক দেওয়া আছে,

জমিটির দৈর্ঘ্য  $x$  এবং প্রস্থ  $y$

$$\text{প্রথম শর্তমতে, } xy = 192 \dots \dots (i)$$

$4$  মিটার কমলে দৈর্ঘ্য দাঁড়ায়  $x - 4$

$4$  মিটার বাড়লে দৈর্ঘ্য দাঁড়ায়  $y + 4$

$$\text{দ্বিতীয় শর্তমতে, } (x - 4)(y + 4) = 192 \dots \dots (ii)$$

খ 'ক' হতে পাই,

$$xy = 192 \dots \dots (i)$$

$$(x - 4)(y + 4) = 192 \dots \dots (ii)$$

(ii) নং হতে পাই,

$$xy - 4y + 4x - 16 = 192$$

$$\text{বা, } 192 + 4(x - y) = 192 + 16 \text{ [}\because xy = 192\text{]}$$

$$\text{বা, } 4(x - y) = 16$$

$$\text{বা, } x - y = 4$$

$$\text{বা, } x = y + 4 \dots \dots (iii)$$

(i) নং হতে পাই,

$$(y + 4)y = 192$$

$$\text{বা, } y^2 + 4y - 192 = 0$$

$$\text{বা, } y^2 + 16y - 12y - 192 = 0$$

$$\text{বা, } y(y + 16) - 12(y + 16) = 0$$

$$\text{বা, } y(y + 16) - 12(y + 16) = 0$$

$$\therefore y = 12 \text{ অথবা, } -16$$

কিন্তু  $y \neq -16$  কারণ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

(iii) নং হতে পাই,

$$x = 12 + 4$$

$$\therefore x = 16$$

$\therefore$  জমিটির পরিসীমা =  $2(x + y)$  একক =  $2(16 + 12)$  মিটার =  $56$  মিটার

গ চিত্র ABC বৃত্তে O কেন্দ্র এবং AB জ্যা। O কি

হতে AB এর উপর OD লম্ব টানা হলো।

দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস  $AC = 2r = 20$  সে.মি.

$$\therefore \text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ, } OA = r = \frac{20}{2} \text{ সে.মি.} = 10 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, } AD = \frac{1}{2} AB = BD.$$

[ $\because$  ত্রিভুজের কেন্দ্র থেকে কোনো জ্যা-এর

উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমবিভক্ত করে।

মনে করি,  $AD = BD = x$

শর্তমতে,  $OD$  এর দৈর্ঘ্য =  $x - 2$

এখন,  $AOD$  সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$OA^2 = AD^2 + OD^2$$

$$\text{বা, } 10^2 = x^2 + (x - 2)^2$$

$$\text{বা, } 100 = x^2 + x^2 - 4x + 4$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 8x + 6x - 48 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 8) + 6(x - 8) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 8)(x + 6) = 0$$

কিন্তু  $x \neq -6$  কারণ দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore AD = 8 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{জ্যা-এর দৈর্ঘ্য} = AB = 2AD = 2 \times 8 \text{ সে.মি.} = 16 \text{ সে.মি.}$$

