

দুই চলক সমীকরণ প্রথম অংশ

অনুশীলনী ১২.১

নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমজ্ঞস, পরস্পর নির্ভরশীল/অনির্ভরশীল কি না যুক্তিসহ উল্লেখ কর
সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :

১। $x - y = 4$

$x + y = 10$

২। $2x + y = 3$

$4x + 2y = 6$

৩। $x - y - 4 = 0$

$3x - 3y - 10 = 0$

৪। $3x + 2y = 0$

$6x + 4y = 0$

৫। $3x + 2y = 0$

$9x - 6y = 0$

৬। $5x - 2y - 16 = 0$

$3x - \frac{6}{5}y = 2$

৭। $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x - 2y = 2$

৮। $-\frac{1}{2}x - y = 0$

$x - 2y = 0$

৯। $-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x + y = 5$

১০। $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$

অনু-১২.১

১। $x - y = 4$

$x + y = 10$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{1} = 1$

y " " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{1} = -1$

সেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণের জোড়টি অসঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর অনির্ভর সীল।
সমীকরণ জোড়টি কখনো কোনো সমাধান আছে।

২। $2x + y = 3$

$4x + 2y = 6$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

y " " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$

∴ দু'ক সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{2}$

সেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

∴ সমীকরণদ্বয়টির অসঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর বিপরীত কাল।
সমীকরণদ্বয়টির অসংখ্য সমস্যাগত আছে।

৩) $x - y - 4 = 0$

বা, $x - y = 4$

$3x - 3y - 10 = 0$

বা, $3x - 3y = 10$

যেহেতু, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$
 y " " " " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

∴ দু'বক সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

সেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

∴ সমীকরণদ্বয়টির অসঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর বিপরীত কাল।
সমীকরণদ্বয়টির কোন সমস্যাগত নেই।

$$\begin{aligned} 8 \quad & | \quad 3x + 2y = 0 \\ & \quad 6x + 4y = 0 \end{aligned}$$

এখানে,

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

y " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

সেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণদ্বয়টির অংশত পূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরকালে, এই সমীকরণদ্বয়টির অসংখ্য সমাধান আছে।

$$\begin{aligned} 9 \quad & | \quad 3x + 2y = 0 \\ & \quad 9x - 6y = 0 \end{aligned}$$

এখানে,

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

y " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$

সেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণদ্বয়টির অংশত পূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরকালে নয়। এই সমীকরণদ্বয়টির একটি মাত্র সমাধান আছে।

$$6) 5x - 2y - 16 = 0$$

$$\text{অ. } 5x - 2y = 16$$

$$3x - \frac{6}{5}y = 2$$

যেহেতু, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3}$

y " " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-\frac{6}{5}} = \frac{5}{3}$

\therefore দু'ক পদদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-16}{2} = -8$

সেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

\therefore সমীকরণদ্বয়ের অসঙ্গতিপূর্ণ ও পদদ্বয়ের অনির্ভরকালে, সমীকরণদ্বয়ের কোন সমাধান নেই।

$$7) -\frac{1}{2}x + y = -1$$

$$x - 2y = 2$$

যেহেতু, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$

y " " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

\therefore দু'ক পদদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

$$\text{যেহেতু } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

\therefore সমীকরণদ্বয়টি অসঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরকালে,
সমীকরণদ্বয়টি অসংগত সমাধান আছে।

$$\text{৬) } -\frac{1}{2}x - y = 0$$

$$x - 2y = 0$$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$

y " " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

$$\text{যেহেতু } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

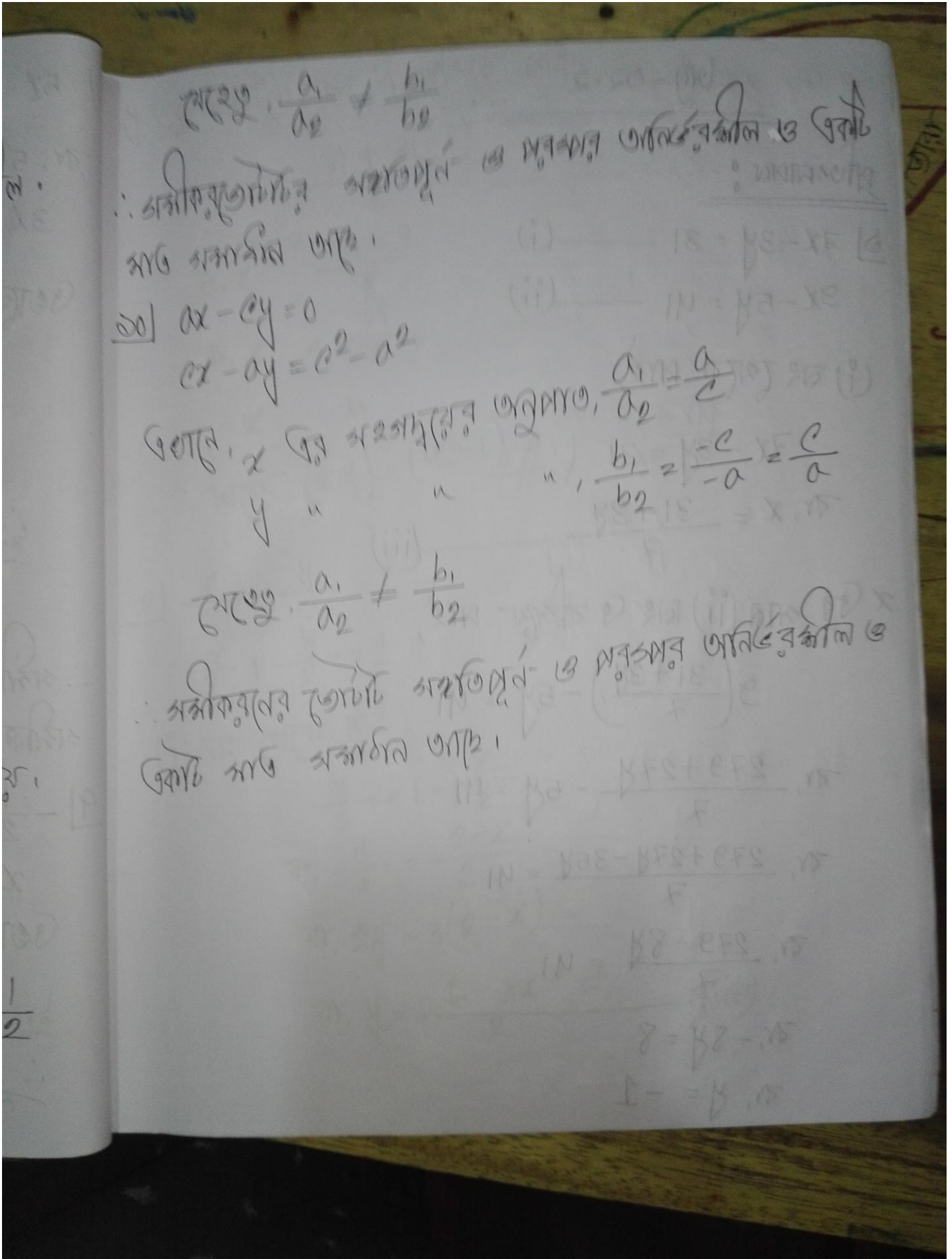
\therefore সমীকরণদ্বয়টি অসঙ্গতিপূর্ণ ও পরস্পর নির্ভরকালে নয়,
সমীকরণদ্বয়টি একই সারি সমাধান আছে।

$$\text{৭) } -\frac{1}{2}x + y = -1$$

$$x + y = 5$$

এখানে, x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$

y " " " " , $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{1} = 1$



দুই চলক সমীকরণ দ্বিতীয় অংশ

অনুশীলনী ১২.২

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ - ৩) :

১। $7x - 3y = 31$
 $9x - 5y = 41$

২। $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

৩। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

$ax + by = a^2 + b^2$

অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৪ - ৬) :

৪। $7x - 3y = 31$
 $9x - 5y = 41$

৫। $7x - 8y = -9$
 $5x - 4y = -3$

৬। $ax + by = c$

$a^2x + b^2y = c^2$

আড়পূর্ণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭ - ১৫) :

৭। $2x + 3y + 5 = 0$ ৮। $3x - 5y + 9 = 0$

$4x + 7y + 6 = 0$

$5x - 3y - 1 = 0$

১০। $4x + 3y = -12$ ১১। $-7x + 8y = 9$

$2x = 5$

$5x - 4y = -3$

৯। $x + 2y = 7$

$2x - 3y = 0$

১২। $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$

১৩। $ax + by = a^2 + b^2$ ১৪। $y(3 + x) = x(6 + y)$

$2bx - ay = ab$

$3(3 + x) = 5(y - 1)$

১৫। $(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

$5x - 11y + 35 = 0$

প্রশ্ন - ১২.২

প্রতিস্থাপন :

$$\text{৩। } 7x - 3y = 31 \quad \text{--- (i)}$$

$$9x - 5y = 41 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) নং থেকে পাই,

$$7x - 3y = 31$$

$$\text{বা, } x = \frac{31 + 3y}{7} \quad \text{--- (iii)}$$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$9\left(\frac{31 + 3y}{7}\right) - 5y = 41$$

$$\text{বা, } \frac{279 + 27y}{7} - 5y = 41$$

$$\text{বা, } \frac{279 + 27y - 35y}{7} = 41$$

$$\text{বা, } \frac{279 - 8y}{7} = 41$$

$$\text{বা, } -8y = 8$$

$$\text{বা, } y = -1$$

৬ কে মান (iii) বসে বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{31 + 3(-1)}{7}$$

$$\text{বা, } x = \frac{31 - 3}{7}$$

$$\text{বা, } x = \frac{28}{7}$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \text{বসিয়ে } (x, y) = (4, -1) \text{ (Ans.)}$$

$$2) \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) বসে বসিয়ে পাই,

$$\frac{y}{3} = 1 - \frac{x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{3} = \frac{2-x}{2}$$

$$\text{বা, } 2y = 3(2-x)$$

$$\text{বা, } y = \frac{6-3x}{2} \quad \text{--- (iii)}$$

য ক্রম মান (ii) বসে ও বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{3} = \frac{6-3x}{2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} + \left(\frac{6-3x}{2} \times \frac{1}{2} \right) = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3} + \left(\frac{6-3x}{4} \right) = 1$$

$$\text{বা, } \frac{4x+18-9x}{12} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{-5x+18}{12} = 1$$

$$\text{বা, } -5x = -6$$

$$\text{বা, } x = \frac{6}{5}$$

x ক্রম মান (iii) বসে ও বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{6-3 \cdot \frac{6}{5}}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{6 - \frac{18}{5}}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{\frac{30-18}{5}}{2}$$

$$\text{বা, } y = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{বিন্দু } (x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5} \right) \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{৩) } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2 \quad \text{--- (i)}$$

$$ax + by = a^2 + b^2 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) নং সূত্রকে মারি,

$$\frac{y}{b} = 2 - \frac{x}{a}$$

$$\text{অথবা, } \frac{y}{b} = \frac{2a - x}{a}$$

$$\text{অথবা, } ay = b(2a - x)$$

$$\text{অথবা, } y = \frac{2ab - bx}{a} \quad \text{--- (iii)}$$

যদি (ii) নং সূত্রকে মারি,

$$ax + b \left(\frac{2ab - bx}{a} \right) = a^2 + b^2$$

$$\text{অথবা, } \frac{a^2x + 2ab^2 - b^2x}{a} = a^2 + b^2$$

$$\text{অথবা, } a^2x + 2ab^2 - b^2x = a^3 + ab^2$$

$$\text{or, } a^2x - b^2x = a^3 + ab^2 - 2ab^2$$

$$\text{or, } x(a^2 - b^2) = a^3 - ab^2$$

$$\text{or, } x(a^2 - b^2) = a(a^2 - b^2)$$

$$\text{or, } x = \frac{a(a^2 - b^2)}{(a^2 - b^2)}$$

$$\therefore x = a$$

x এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$y = \frac{2ab - ab}{a}$$

$$\text{or, } y = \frac{ab}{a}$$

$$\therefore y = b$$

\therefore নির্ণয়, $(x, y) = (a, b)$

(Ah!)

উদাহরণ:

$$8 \mid 7x - 3y = 31 \text{ ————— (i)}$$

$$9x - 5y = 41 \text{ ————— (ii)}$$

(i) নং তে 5 দ্বারা ও (ii) নং তে 3 দ্বারা গুন করে বিয়োগ করে পাই,

$$35x - 15y = 155$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad 27x - 15y = 123 \\ (+) \quad 9x - 5y = 41 \\ \hline 8x = 32 \end{array}$$

$$\text{or, } x = 4$$

x এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$9 \cdot 4 - 5y = 41$$

$$\text{or, } -5y = 41 - 36$$

$$\text{or, } -5y = 5$$

$$\text{or, } y = -1$$

$$\therefore \text{ বিস্ময়, } (x, y) = (4, -1)$$

(Ans)

$$(i) \quad 7x - 8y = -9 \quad \text{--- (i)}$$

$$5x - 4y = -3 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) নং কে 4 দ্বারা ও (ii) নং কে 8 দ্বারা গুণ করে
বিশোধন করে পাই,

$$28x - 32y = -36$$

$$\begin{array}{r} 40x - 32y = -24 \\ (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline \end{array}$$

$$-12x = -12$$

$$\text{or, } x = 1$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$7 \cdot 1 - 8y = -9$$

$$\text{or, } -8y = -9 - 7$$

$$\text{or, } -8y = -16$$

$$\text{or, } y = 2$$

$$\therefore (x, y) = (1, 2) \quad (\text{Ans.})$$

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad ax + by &= c \quad \text{--- (i)} \\ a^2x + b^2y &= c^2 \quad \text{--- (ii)} \end{aligned}$$

(i) নং কে b^2 দ্বারা ও (ii) নং কে b দ্বারা গুন করে বিয়োগ করে পাই,

$$\begin{aligned} &ab^2x + b^3y = b^2c \\ (-) \quad &a^2bx + b^3y = bc^2 \\ \hline &ab^2x - a^2bx = b^2c - bc^2 \end{aligned}$$

$$\text{or, } abx(b-a) = bc(b-c)$$

$$\text{or, } x = \frac{bc(b-c)}{ab(b-a)}$$

$$\text{or, } x = \frac{c(b-c)}{a(b-a)}$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \frac{c(b-c)}{a(b-a)} + by = c$$

$$\text{or, } \frac{bc - c^2}{b-a} + by = c$$

$$ax, by = c - \frac{bc - c^2}{b - a}$$

$$ax, by = \frac{bc - ac - bc + c^2}{b - a}$$

$$ax, by = \frac{-ac + c^2}{b - a}$$

$$ax, by = \frac{-c(a - c)}{-(a - b)}$$

$$ax, y = \frac{c(a - c)}{b(a - b)}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{c(b - c)}{a(b - a)}, \frac{c(c - a)}{b(b - a)} \right)$$

(Ans)

আড়গুনন :

$$9] \quad 2x + 3y + 5 = 0 \quad \text{--- (i)}$$

$$4x + 7y + 6 = 0 \quad \text{--- (ii)}$$

আড়গুনন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{3 \times 6 - 5 \times 7} = \frac{y}{5 \times 4 - 2 \times 6} = \frac{1}{2 \times 7 - 3 \times 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{x}{-17} = \frac{1}{2}$$

$$\text{অথবা, } \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 2x = -17$$

$$\text{বা, } y = \frac{8}{2}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-17}{2}$$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore (x, y) = \left(-\frac{17}{2}, 4 \right)$$

(Ans)

$$(b) \quad 3x - 5y + 9 = 0 \quad \text{--- (i)}$$

$$5x - 3y - 1 = 0 \quad \text{--- (ii)}$$

আড়ম্বলন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-5) \times (-1) - 9 \times (-3)} = \frac{y}{9 \times 5 - 3 \times (-1)} = \frac{1}{3 \times (-3) - 5 \times (-5)}$$

$$\text{or, } \frac{x}{5 + 27} = \frac{y}{45 + 3} = \frac{1}{-9 + 25}$$

$$\text{or, } \frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$$

$$\therefore \frac{x}{32} = \frac{1}{16}$$

$$\text{or, } x = \frac{32}{16}$$

$$\text{or, } x = 2$$

আবার,

$$\frac{y}{48} = \frac{1}{16}$$

$$\text{or, } y = \frac{48}{16}$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore (x, y) = (2, 3)$$

Ans!

$$\text{২) } x + 2y = 7$$

$$\text{বা, } x + 2y - 7 = 0 \quad \text{--- (i)}$$

$$2x - 3y = 0$$

$$\text{বা, } 2x - 3y + 0 = 0 \quad \text{--- (ii)}$$

আড়সুত্র পদ্ধতিতে করে পাই,

$$\frac{x}{2 \times 0 - (-7)(-3)} = \frac{y}{(-7) \cdot 2 - 1 \times 0} = \frac{1}{1 \cdot (-3) - 2 \times 2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{0 - 21} = \frac{y}{-14 - 0} = \frac{1}{-3 - 4}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$$

$$\therefore \frac{x}{-21} = \frac{1}{-7} \quad \text{আবার, } \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-21}{-7}$$

$$\text{বা, } y = \frac{-14}{-7}$$

$$\text{বা, } x = 3$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore (x, y) = (3, 2)$$

(Ans)

$$\text{সে। } 4x + 3y = -12 \quad \text{--- (i)}$$

$$2x = 5 \quad \text{--- (ii)}$$

এখন,

$$4x + 3y + 12 = 0 \quad \text{--- (iii)}$$

$$2x + 0y - 5 = 0 \quad \text{--- (iv)}$$

আন্তঃস্থান পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{3 \times (-5) - 12 \times 0} = \frac{y}{12 \times 2 - 4 \times (-5)} = \frac{1}{4 \times 0 - 3 \times 2}$$

$$\text{অথবা, } \frac{x}{-15 - 0} = \frac{y}{24 + 20} = \frac{1}{0 - 6}$$

$$\text{অথবা, } \frac{x}{-15} = \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$$

$$\therefore \frac{x}{-15} = \frac{1}{-6} \quad \text{অথবা, } \frac{y}{44} = \frac{1}{-6}$$

$$\text{অথবা, } x = \frac{-15}{-6}$$

$$\text{অথবা, } y = \frac{44}{-6}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\text{অথবা, } y = -\frac{22}{3}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3} \right)$$

(A)

$$\text{১২) } -7x + 8y = 9 \quad \text{--- (i)}$$

$$5x - 4y = -3 \quad \text{--- (ii)}$$

গেল,

$$-7x + 8y - 9 = 0 \quad \text{--- (iii)}$$

$$5x - 4y + 3 = 0 \quad \text{--- (iv)}$$

আন্তঃগুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{8 \times 3 - (-9) \times (-4)} = \frac{y}{-9 \times 5 - (-7) \times 3} = \frac{1}{(-7) \times (-4) - 8 \times 5}$$

$$\text{অ. } \frac{x}{24 - 36} = \frac{y}{-45 + 21} = \frac{1}{28 - 40}$$

$$\text{অ. } \frac{x}{-12} = \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$$

$$\therefore \frac{x}{-12} = \frac{1}{-12} \quad \text{আবার, } \frac{y}{-24} = \frac{1}{-12}$$

$$\text{অ. } x = \frac{-12}{-12}$$

$$\text{অ. } y = \frac{-24}{-12}$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore (x, y) = (1, 2)$$

(Ans.)

$$\text{১২) } 3x - y - 7 = 0 \quad \text{--- (i)}$$

$$2x + y - 3 = 0 \quad \text{--- (ii)}$$

আড়ম্বলন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-1) \times (-3) - (-7) \times 1} = \frac{y}{(-7) \times 2 - 3 \times (-3)} = \frac{1}{3 \times 1 - (-1) \times 2}$$

$$\text{অথ, } \frac{x}{3+7} = \frac{y}{-14+9} = \frac{1}{3+2}$$

$$\text{অথ, } \frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \frac{x}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\text{আবার, } \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{অথ, } x = \frac{10}{5}$$

$$\therefore x = 2$$

$$\text{অথ, } y = \frac{-5}{5}$$

$$\therefore y = -1$$

$$\therefore (x, y) = (2, -1)$$

(Ans.)

$$\begin{aligned} \text{২৬) } ax + by &= a^2 + b^2 \quad \text{--- (i)} \\ 2bx - ay &= ab \quad \text{--- (ii)} \end{aligned}$$

গেটন,

$$\begin{aligned} ax + by - (a^2 + b^2) &= 0 \quad \text{--- (iii)} \\ 2bx - ay - ab &= 0 \quad \text{--- (iv)} \end{aligned}$$

আড়গুনন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{bx(-ab) - a(a^2 + b^2)} = \frac{y}{-2b(a^2 + b^2) + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\text{or, } \frac{x}{-ab^2 - a^3 - ab^2} = \frac{y}{-2a^2b - 2b^3 + a^2b} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\text{or, } \frac{x}{-a^3 - 2ab^2} = \frac{y}{-a^2b - 2b^3} = \frac{1}{-a^2 - 2b^2}$$

$$\text{or, } \frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$$

$$\therefore \frac{x}{-a(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)} \quad \text{আবার, } \frac{y}{-b(a^2 + 2b^2)} = \frac{1}{-(a^2 + 2b^2)}$$

$$\text{or, } x = a$$

$$\text{or, } y = b$$

$$\therefore (x, y) = (a, b)$$

(সি.সি.)

$$১৪) y(3+x) = x(6+y)$$

$$\text{কর, } 3y + xy = 6x + xy$$

$$\text{কর, } 6x + xy = 3y + xy$$

$$\text{কর, } 6x + xy - 3y - xy = 0$$

$$\text{কর, } 6x - 3y = 0$$

$$\text{কর, } 6x - 3y + 0 = 0 \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{প্রকর, } 3(3+x) = 5(y-1)$$

$$\text{কর, } 9 + 3x = 5y - 5$$

$$\text{কর, } 9 + 3x - 5y + 5 = 0$$

$$\text{কর, } 3x - 5y + 14 = 0 \quad \text{--- (ii)}$$

আনুগুণন সঙ্কীর্ণিত করে,

$$\frac{x}{(-1) \times 14 - 0 \times (-5)} = \frac{y}{0 \times 3 - 2 \times 14} = \frac{1}{2 \times (-5) - (-1) \times 3}$$

$$\text{কর, } \frac{x}{-14 + 0} = \frac{y}{0 - 28} = \frac{1}{-10 + 3}$$

$$\text{কর, } \frac{x}{-14} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$$

$$\therefore \frac{x}{-14} = \frac{1}{-7} \quad \text{আরও, } \frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

$$\therefore (x, y) = (2, 4) \text{ (Ans.)}$$

$$\text{৩৫] } (x+7)(y-3)+7 = (y+3)(x-1)+5$$

$$\text{বা, } xy - 3x + 7y - 21 + 7 = xy - y + 3x - 3 + 5$$

$$\text{বা, } xy - 3x + 7y - 14 = xy - y + 3x + 2$$

$$\text{বা, } xy - 3x + 7y - 14 - xy + y - 3x - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 6x + 8y - 16 = 0$$

$$\text{বা, } 3x - 4y + 8 = 0 \text{ [-2 দ্বারা ভাগ করে পাঠ]} \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{বা, } 3x - 4y + 8 = 0 \quad \text{--- (i)}$$

$$\text{কিন্তু, } 5x - 11y + 35 = 0 \quad \text{--- (ii)}$$

আনুগুণ্য পদ্ধতিতে পাঠ,

$$\frac{x}{(-4) \times 35 - 8 \times (-11)} = \frac{y}{8 \cdot 5 - 3 \times 35} = \frac{1}{3 \times (-11) - (-4) \times 5}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-140 + 88} = \frac{y}{40 - 105} = \frac{1}{-33 + 20}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-52} = \frac{y}{-65} = \frac{1}{-13}$$

$$\therefore \frac{x}{52} = \frac{1}{-13} \quad ; \quad \frac{y}{-65} = \frac{1}{-13}$$

$$\text{বা, } x = 4 \quad ; \quad y = 5$$

$$\therefore (x, y) = (4, 5) \text{ (Ans.)}$$

দুই চলক সমীকরণ চতুর্থ অংশ

অনুশীলনী ১২.৪

১। নিচের কোন শর্তে $ax+by+c=0$ ও $px+qy+r=0$ সমীকরণজোড়টি সমান্তর ও
অনির্ভরশীল হবে ?

ক. $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$

খ. $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$

গ. $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$

ঘ. $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

২। $x+y=4$, $x-y=2$ হলে (x, y) এর মান নিচের কোনটি ?

ক. (2, 4)

খ. (4, 2)

গ. (3, 1)

ঘ. (1, 3)

৩। $x+y=6$ ও $2x=4$ হলে, y মান কত ?

ক. 2

খ. 4

গ. 6

ঘ. 8

৪। নিচের কোনটির জন্য পাশের ছকটি সঠিক ?

ক. $y=x-4$

খ. $y=8-x$

গ. $y=4-2x$

ঘ. $y=2x-4$

x	0	2	4
y	-4	0	4

৫। $2x-y=8$ এবং $x-2y=4$ হলে, $x+y =$ কত ?

ক. 0

খ. 4

গ. 8

ঘ. 12

৬. নিচের ভঙ্গুগুলো লক্ষ কর :

i. $2x - y = 0$ ও $x - 2y = 0$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর নির্ভরশীল।

ii. $x - 2y + 3 = 0$ সমীকরণের সেক্ষেত্র $(-3, 0)$ বিন্দুগামী।

iii. $3x + 4y = 1$ সমীকরণের সেক্ষেত্র একটি সরলরেখা।

উপরের ভঙ্গুতে নিচের কোনটি সঠিক ?

ক. i ও ii

খ. ii ও iii

গ. i ও iii

ঘ. i, ii ও iii

৭. অন্নভাঙ্গুর একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার।

নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(১) ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার ?

ক. 10

খ. 8

গ. 6

ঘ. 4

(২) ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার ?

ক. 24

খ. 32

গ. 48

ঘ. 80

(৩) ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 900 টাকা হিসেবে মোট কত খরচ হবে ?

ক. 72000

খ. 43200

গ. 28800

ঘ. 21600

সহসমীকরণ পঠন করে সমাধান কর (৮ - ১৭) :

৮. কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে। আবার, লব ও হরের

প্রত্যেকটি থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

৯. কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। আর লব থেকে 7

বিয়োগ এক হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

১০. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি কত ?

১১. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সংখ্যাটির যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

১২. মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 বছর পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। মাতার বর্তমান বয়স কত ?

১৩. একটি অন্নভাঙ্গুর দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

১৪। একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 15 কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় 5 কি.মি.। নৌকার ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

১৫। একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতনবৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তার চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৬। একটি সরল সমীকরণজোড় $x + y = 10$

$$3x - 2y = 0$$

ক. দেখাও যে, সমীকরণজোড়টি সমঞ্জস। এর কয়টি সমাধান আছে ?

খ. সমীকরণজোড়টি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x -অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৭। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোড় গঠন কর।

খ. সমীকরণজোড়টি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত ?

গ. সমীকরণজোড়টির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর।

উদা-২২.৪

উঃ মনে করি,

একক অমানুষ অংক = x

দশক " " = y

\therefore সংখ্যা = $x + 10y$

১ম ক্ষেত্রমতে,

$$x + y + 5 = 3y \quad \text{--- (i)}$$

২য় ক্ষেত্রমতে

সহান বিনিময়ের ক্ষেত্রে সংখ্যা = $y + 10x$

$$y + 10x = (x + 10y) - 9 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) কে হতে পারি,

$$x + y + 5 = 3y$$

$$\text{কি, } x + y - 3y = -5$$

$$\text{কি, } x - 2y = -5 \quad \text{--- (iii)}$$

(ii) এর হতে পাই,

$$y + 10x = (x + 10y) - 9$$

$$\text{বা, } y + 10x - x - 10y = -9$$

$$\text{বা, } 9x - 9y = -9$$

$$\text{বা, } x - y = -1 \quad \text{--- (iv)}$$

(iii) - (iv)

$$x - 2y = -5$$

$$\begin{array}{r} x - y = -1 \\ (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline \end{array}$$

$$-y = -4$$

$$\text{বা, } y = 4$$

যেহেতু মান (iv) এর বৈ বাতায় পাই,

$$x - y = -1$$

$$\text{বা, } x - 4 = -1$$

$$\text{বা, } x = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণয় সংখ্যা} &= x + 10y \\ &= 3 + 10 \times 4 \\ &= 3 + 40 \\ &= 43 \end{aligned}$$

(Ans)

উঃ৩২ সমাধান করি,

বর্তমানে পিতার বয়স = x বছর

৥ পুত্রের

" = y "

১ম ক্ষেত্রে,

$$(x-8) = (y-8) \times 8 \quad \text{--- (i)}$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$(x+10) = (y+10) \times 2 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) নং হতে পাই,

$$x-8 = 8y-64$$

$$\text{অ, } x = 8y-64+8$$

$$\text{অ, } x = 8y-56 \quad \text{--- (iii)}$$

x এর মান (ii) নং ও বসিয়ে পাই,

$$8y-56+10 = 2y+20$$

$$\text{অ, } 8y-2y = 20+56-10$$

$$\text{অ, } 6y = 66$$

$$\text{অ, } y = 11$$

যু ক্রি পাত (iii) নং বি সমীকরণ দাও, $x + y = 88$ $x - y = 56$

$$x = 8x + 11 - 56$$

$$\text{বা, } x = 88 - 56$$

$$\text{বা, } x = 32$$

∴ বর্তমান পিতার বয়স 32 বছর ও পুত্রের বয়স 11 বছর।

সহ:

i) পাত কায়,

$$\text{কোম্পানির লোক = } x$$

$$\text{'' শ্রম = } y$$

$$\therefore \text{কোম্পানি} = \frac{x}{y}$$

∴ ১ম ক্ষেত্রে,

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{y}{5} \quad \text{(i)}$$

∴ ২য় ক্ষেত্রে,

$$\frac{x+5}{y-5} = \frac{1}{2} \quad \text{(ii)}$$

(ii) নং শ্রুত দাও,

$$\frac{x+5}{y-5} = \frac{1}{2}$$

$$\text{or, } y - 5 = 2x - 10$$

$$\text{or, } y = 2x - 10 + 5$$

$$\text{or, } y = 2x - 5 \text{ --- (iii)}$$

এ প্রকৃতির মাত্র (i) নং বৈ বাস্তবিক মানই,

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$$

$$\text{or, } 5(x+1) = 4(y+1)$$

$$\text{or, } 5x + 5 = 4y + 4$$

$$\text{or, } 5x - 4y = 4 - 5$$

$$\text{or, } 5x - 4(2x - 5) = -1$$

$$\text{or, } 5x - 8x + 20 = -1$$

$$\text{or, } -3x = -1 - 20$$

$$\text{or, } -3x = -21$$

$$\text{or, } x = 7$$

x এর মান (iii) বহু বসিয়ে দাও,

$$y = 2x - 5$$

$$\text{ক. } y = 14 - 5$$

$$\text{ক. } y = 9$$

$$\therefore \text{বিপরীত সূচক} = \frac{7}{9}$$

২) সর্বোচ্চ,

$$\text{সুপারকটের মান} = x$$

$$\text{'' -র মান} = y$$

$$\therefore \text{সুপারকট} = \frac{x}{y}$$

$$\text{৩) সর্বোচ্চ মানের, } \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ক. } y+2 = 2x-2$$

$$\text{ক. } y = 2x - 2 - 2$$

$$\text{ক. } y = 2x - 4 \quad \text{--- (i)}$$

২য় ক্রান্তিসাবে,

$$\frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{অথ, } 3x - 21 = y - 2$$

$$\text{অথ, } 3x - y = -2 + 21$$

$$\text{অথ, } 3x - y = 19 \quad \text{--- (ii)}$$

y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3x - (2x - 4) = 19$$

$$\text{অথ, } 3x - 2x + 4 = 19$$

$$\text{অথ, } x = 19 - 4$$

$$\text{অথ, } x = 15$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 15 - 4$$

$$\text{অথ, } y = 30 - 4$$

$$\text{অথ, } y = 26$$

$$\therefore \text{ নির্ণয় অঙ্কসংকেত} = \frac{15}{26}$$

(Ans)

২০। মনে করি,

দশক স্থানীয় অংকটি = x

এবং, একক " " = y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = 10x + y$$

১ম অন্তর্ভুক্তি, $y = 3x + 1$ ————— (i)

২য় অন্তর্ভুক্তি,

আন ক্রমিক কয়েকটি সংখ্যা = $10y + x$

$$\therefore 10y + x = 8(x + y)$$

$$\text{অর্থাৎ, } 10y + x = 8x + 8y$$

$$\text{অর্থাৎ, } 10y + x - 8x - 8y = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } 2y - 7x = 0 \text{ ————— (ii)}$$

যদি (ii) নং কে বসিয়ে পাই,

$$2(3x + 1) - 7x = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } 6x + 2 - 7x = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } -x = -2$$

$$\text{(ii) অর্থাৎ, } x = 2$$

২ এর মান (i) বসে ও কতিপয়ে পাঠাই,

$$y = 3x + 1$$

$$\text{বা. } y = 6 + 1$$

$$\text{বা. } y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংখ্যাট} &= 10 \times 2 + 7 \\ &= 20 + 7 \\ &= 27 \end{aligned}$$

(Ans)

৩২) স্নেহ করি,

একক স্থানীয় অঙ্ক = x

দশক " " " = y

$$\therefore \text{সংখ্যাট} = x + 10y$$

\therefore ১ম স্তম্ভে,

$$x - y = 4 \quad \text{--- (i)}$$

\therefore ২য় স্তম্ভে,

স্নেহ ক্রমের মাধ্যমে সংখ্যা = $y + 10x$

$$\therefore (y + 10x) + (x + 10y) = 110$$

$$\text{বা. } y + 10x + x + 10y = 110$$

$$\text{or, } 11x + 11y = 110$$

$$\text{or, } x + y = 10 \quad \text{--- (ii) [11 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$(i) + (ii)$$

$$x - y = 4$$

$$x + y = 10$$

$$\hline 2x = 14$$

$$\text{or, } x = 6$$

x এর মান (i) বং ব বসিয়ে পাই,

$$(i) \quad x - y = 4$$

$$\text{or, } 6 - y = 4$$

$$\text{or, } -y = -2$$

$$\text{or, } y = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সংষ্কৃত} &= x + 10y \\ &= 6 + 10 \times 2 \\ &= 6 + 20 \\ &= 26 \end{aligned}$$

(Ans.)

১২। স্নান কারি,

স্নাতক বর্তমান বয়স = x বছর

দুই কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি = y বছর

১ম কন্যার বয়স, $x = 4y$ — (i)

২য় কন্যার বয়স, $x + 5 = 2(y + 5 \times 2)$ — (ii)

(ii) নং হতে পাঠ,

$$x + 5 = 2(y + 10)$$

$$\text{অ, } x + 5 = 2y + 20$$

$$\text{অ, } 4y + 5 = 2y + 20 \quad [\because x = 4y]$$

$$\text{অ, } 4y - 2y = 20 - 5$$

$$\text{অ, } 2y = 15$$

$$\text{অ, } y = \frac{15}{2}$$

ধরি স্নাতক (i) নং হতে পাঠ,

$$x = 4 \cdot \frac{15}{2}$$

$$= \frac{60}{2}$$

$$= 30 \text{ বছর (স্নাতক)}$$

১৩) মনে করি,

আমৃতকুমড়ির দৈর্ঘ্য = x মি.

|| প্রস্থ = y ||

∴ || ক্ষেত্রফল = xy বর্গ মি.

১ম ক্ষেত্রফল,

$$(x-5) \times (y+3) = xy - 9 \quad \text{--- (i)}$$

২য় ক্ষেত্রফল,

$$(x+3) \times (y+2) = xy + 67 \quad \text{--- (ii)}$$

(i) নং হাত দাও,

$$(x-5)(y+3) = xy - 9$$

$$\text{অ, } xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$$

$$\text{অ, } xy + 3x - 5y - xy = -9 + 15$$

$$\text{অ, } 3x - 5y = 6 \quad \text{--- (iii)}$$

(ii) নং হতে পাঠ্য,

$$(x+3)(y+2) = xy + 67$$

$$\text{অর্থাৎ, } \cancel{xy} + 2x + 3y + 6 - \cancel{xy} = 67$$

$$\text{অর্থাৎ, } 2x + 3y = 61 \text{ ————— (iv)}$$

(i) নং ক্রমে 3 দ্বারা ও (ii) নং ক্রমে 5 দ্বারা গুণ করে, মোটামুটি করে পাঠ্য,

$$9x - 15y = 18$$

$$10x + 15y = 305$$

$$19x = 323$$

$$\text{অর্থাৎ, } x = 17$$

x এর মান (iv) নং বৈকল্পিক করে পাঠ্য,

$$2 \times 17 + 3y = 61$$

$$\text{অর্থাৎ, } 3y = 61 - 34$$

$$\text{অর্থাৎ, } y = 9$$

$$\therefore (x, y) = (17, 9) \text{ (Ans.)}$$

৩৪। সমাধান করি,

হাঁড় ভর্তি ভোগ দরদাম = x কি.গ্রা.

এবং স্রোতের ভোগ দরদাম = y কি.গ্রা.

তাহলে, স্রোতের তানুতলে লোকের ভোগ দরদাম = $(x+y)$ কি.গ্রা.

এবং, " প্রতিবুদ্ধে " " " " $2(x-y)$ " " "

সুতরাং,

$$x+y = 15 \text{ ——— (i)}$$

$$x-y = 5 \text{ ——— (ii)}$$

$$(i) + (ii)$$

$$x+y = 15$$

$$x-y = 5$$

$$2x = 20$$

$$\text{সুতরাং, } x = 10$$

এবার মান (i) নং ব সন্ধিরে পাঠাই,

$$10+y = 15$$

$$\text{সুতরাং, } y = 5$$

$$\therefore (x, y) = (10, 5) \text{ (Ans.)}$$

১৫] মনে করি,
 দৈনিক বেতন = x টাকা

বার্ষিক " = y "

১ম ক্ষেত্রমতে,

$$x + 4y = 4500 \quad \text{--- (i)}$$

২য় ক্ষেত্রমতে,

$$x + 8y = 5000 \quad \text{--- (ii)}$$

$$(ii) - (i)$$

$$\begin{array}{r} x + 8y = 5000 \\ x + 4y = 4500 \\ \hline 4y = 500 \end{array}$$

$$\text{অ. } y = 125$$

y এর মান, (i) বং বসিয়ে পাই,

$$x + 4 \times 125 = 4500$$

$$\text{অ. } x = 4500 - 500$$

$$\text{অ. } x = 4000$$

$$\therefore (x, y) = (4000, 125)$$

(Ans)