Want more Updates 🕮:- http://facebook.com/tanbir.ebooks

জ্যামিতির সব সূত্র ও টেকনিক

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়া / রিড়ের জন্যঃ

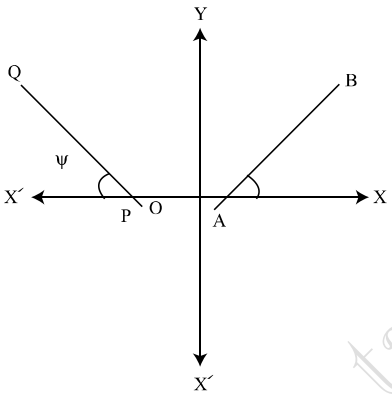
আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে Auto /Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (অথবা সরাসরি যেতে ⇨ Ctrl + Shift + H)। এবার ↑ up Arrow বা ↓ down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

সরলরেখা (The Straight Line)

সরলরেখা : কোন কার্তেসীয় সমতলে দুটি বিন্দুর সমদূরবর্তী বিন্দু সমূহের সঞ্চারপথকে সরলরেখা বলে।

সরলরেখার ঢাল (Slope of a line) :

কোন সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেনেটর (tan) মানকে সরলরেখাটির ঢাল বলে এবং ঢালকে m দ্বারা সূচিত করা হয়।



চিত্রে AB রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ তৈরি করে। $\left(0^0 \le \theta < 180^0; \theta \ne 90^0\right)$ তৈরি করে।

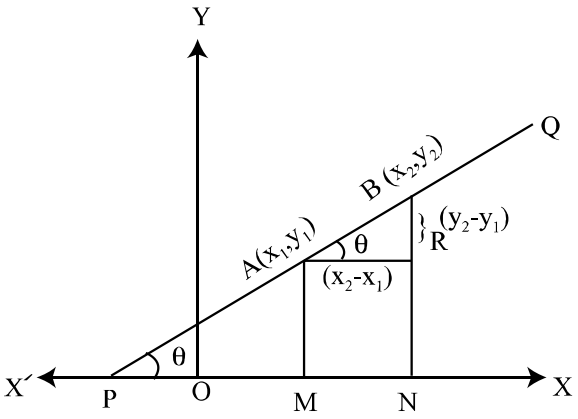
⇨ $\therefore$ AB রেখার ঢাল $m = \tan\theta$.

PQ রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\left(180^0 - \varphi\right)$ কোণ উৎপন্ন করে।

⇨ $\therefore$ PQ রেখার ঢাল, $m = \tan\left(180^0 - \varphi\right) = -\tan\varphi$. θ কোণের পরিমাণ $90^0 < \theta < 180^0$ হলে ঢাল ঋণাত্মক হবে।

tanbircox.blogspot.com

একটি সরলরেখার ঢাল নির্ণয় যা দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।



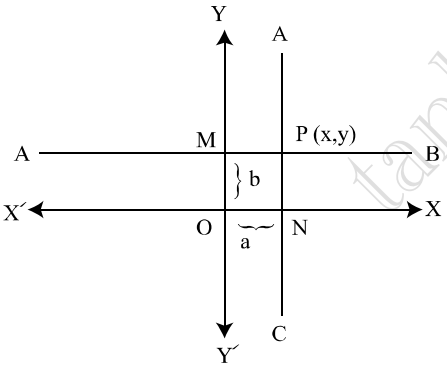
PQ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এবং $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করে।

⇨ $\therefore$ PQ রেখার ঢাল $m = \tan\theta = \tan BAR = \frac{BR}{AR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ =ভূজদ্বয়ের অন্তর/কোটিদ্বয়ের অন্তর

⇨ $\therefore$: $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ বিন্দু তিনটি সমরেখা হওয়ার শর্ত :

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_1 - y_3}{x_1 - x_3}; x_1 \neq x_2, x_3$$

x অক্ষ ও y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ :



$\therefore$ x অক্ষের সমান্তরাল যেকোন সরলরেখা সমীকরণ $y = b$ এবং

y-অক্ষের সমান্তরাল যেকোন সরলরেখা সমীকরণ $x = a$

মন্তব্য : b ধনাত্মক হলে সরলরেখাটি x অক্ষের b একক উপর এবং b ঋণাত্মক হলে সরলরেখাটি x অক্ষের b একক নীচে অবস্থান করবে। b=0 হলে রেখাটি x অক্ষের সাথে মিলে যাবে।

$\therefore$ x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$

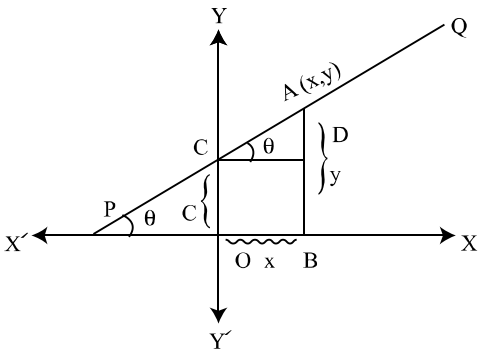
tanbircox.blogspot.com

আবার a ধনাতম হলে সরলরেখা y অক্ষের a একক ডানে এবং a ঋণাত্মক হলে সরলরেখাটি y অক্ষের a একক বামে অবস্থান করবে।

a = 0 হলে রেখাটি y অক্ষের সাথে মিলে যাবে।

∴ y অক্ষের সমীকরণ

সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ :



PQ সরলরেখাটি y অক্ষকে c বিন্দুতে ছেদ করে এবং x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। ধরি, A (x,y) বিন্দুটি PQ এর উপর অবস্থিত এবং y অক্ষ থেকে খন্ডিত অংশ OC= C.

$\therefore y = mx + c$ যা নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ।

$c = 0$ হলে PQ সরলরেখায় মূলবিন্দুগামী হয়।

∴ মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y = mx$

(x_1, y_1) বিন্দুগামী **m** ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ পাই $(y - y_1) = m(x - x_1)$

দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু (বিন্দু দুইটি স্থানাংক (x_1, y_1) ও (x_2, y_2)) দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ

$$\therefore \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

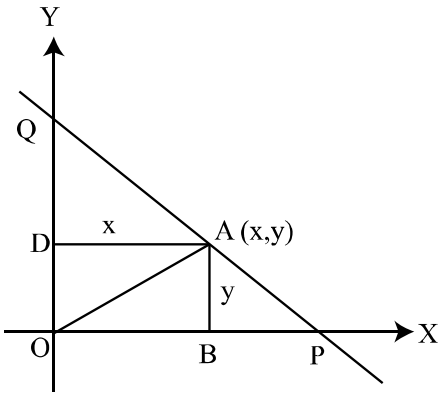
অনুসিদ্ধান্ত :

(i) মূলবিন্দু (0,0) এবং (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগকারী রেখার সমীকরণ : $\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} \Rightarrow y = \frac{y_1}{x_1} x$

(ii) সরলরেখাটির ঢাল = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

অক্ষদ্বয় হতে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের অংশ ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়। (ছেদক আকৃতির সমীকরণ)

PQ সরলরেখাটি $A(x,y)$ বিন্দুগামী এবং x অক্ষকে P এবং y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।

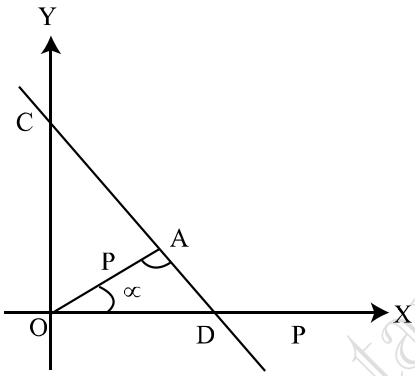


ধরি OP = a এবং OQ = b সরলরেখার সমীকরণ $\therefore \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

সমীকরণটি মূলবিন্দুগামী হতে পারে না কারণ (0,0) বিন্দুদ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না।

মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য P এবং লম্বটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\propto$ কোণ উৎপন্ন করলে: সরলরেখার সমীকরণ $x\cos\propto+y\sin\propto=P$

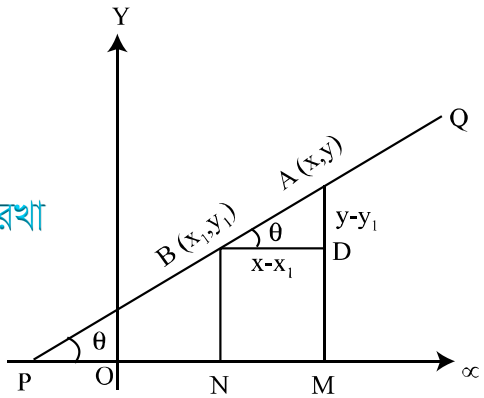
(লম্ব আকৃতি সমীকরণ)



tanbircox.blogspot.com

x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এবং (x_1,y_1) নির্দিষ্ট বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\therefore \frac{x-x_1}{\cos\theta}=\frac{y-y_1}{\sin\theta}=\gamma;$$



দুইটি সমীকরণ $(ax+by+c=0.$এবং $a_1x+b_1y+c_1=0)$ দ্বারা একই সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত নির্ণয় :

সরলরেখাদ্বয়ের ধ্রুবকগুলো শূন্য নয় এবং $a\neq a_1, b\neq b_1, c\neq c_1$

$$\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}$$

Want more Updates 🕮:- http://facebook.com/tanbir.ebooks

সরলরেখা (Straight Lines)

সাধারণ ধারণা

➪ 1. A (x_1,y_1) ও B (x_2,y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার ঢাল(gradient) ,

$$m = \frac{\text{কোটিদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভুজদ্বয়ের অন্তর}} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

➪2. $ax+by+c=0$ সরলরেখার ঢাল, $m = -(a/b)$

➪3. A (x_1, y_1), B (x_2, y_2) এবং C (x_3, y_3) বিন্দু তিনটি সমরেখ হবে যদি AB এবং AC রেখাদ্বয়ের ঢাল একই হয় ।

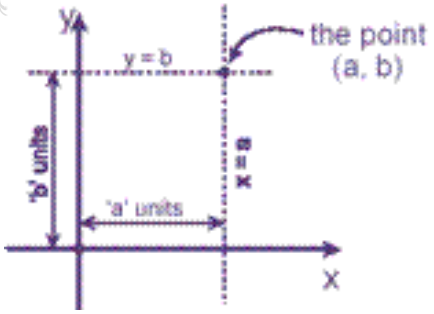
অর্থাৎ যদি, $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_1 - y_3}{x_1 - x_3}$ হয়

➪ 4. x অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$

➪5. y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$

➪6. x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $y = b$

➪7. y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $x = a$



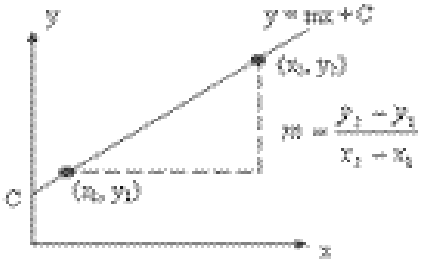
tanbircox.blogspot.com

➪8. y অক্ষ থেকে নির্দিষ্ট অংশ c ছেদ করে এবং x অক্ষের সাথে ধনাত্মক কোণ θ উৎপন্ন করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ, $y = mx+c$ এখানে,

m = সরলরেখার ঢাল = $\tan\theta$

c = 0 হলে সরলরেখাটি মূলবিন্দুগামী হয় এবং

সমীকরণটি দাড়ায়, $y = mx$

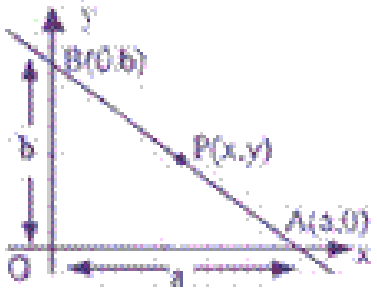


➪9.(x_1,y_1) বিন্দুগামী m ঢাল বিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ $y-y_1 = m(x-x_1)$

➪10.(x_1, y_1) ও (x_2,y_2) বিন্দুগামী এবং y অক্ষের সমান্তরাল নয় এরূপ রেখার সমীকরণ, $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$

➪11.মূলবিন্দু (0,0) এবং (x_1,y_1) বিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখার সমীকরণ, $(x/x_1) = (y/y_1)$

➪12.x অক্ষ থেকে নির্দিষ্ট অংশ a এবং y অক্ষ থেকে নির্দিষ্ট অংশ b ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ, $x/a + y/b = 1$



সরলরেখাটি x অক্ষরেখাকে (a,0) এবং y অক্ষরেখাকে (0,b) বিন্দুতে ছেদ করে

➪13.মূলবিন্দু থেকে যে সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্ব x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে Θ কোণ উৎপন্ন করে এবং যার উপর মূলবিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য p তার সমীকরণ, $x\cos\theta + y\sin\theta = p$

➪14.দুইটি সরলরেখার সমীকরণ সমাধান করলে তাদের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক পাওয়া যায় ।

➪15.$a_1x+b_1y+c_1 = 0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2 = 0$ সরলরেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ,

$a_1x+b_1y+c_1+k(a_2x+b_2y+c_2) = 0$

k-এর বিভিন্ন মানের জন্য সমীকরণটি বিভিন্ন সরলরেখা প্রকাশ করে যার প্রত্যেকেই উক্ত ছেদ বিন্দুগামী ।

➪16. (x_1, y_1) ও (x_2,y_2) বিন্দুদ্বয় $ax+by+c = 0$ রেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি a_1x+b_1y+c এবং a_2x+b_2y+c রাশিদ্বয় একই চিহ্নবিশিষ্ট হয় ।

➪17. (x_1, y_1) ও (x_2,y_2) বিন্দুদ্বয় $ax+by+c = 0$ রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি a_1x+b_1y+c এবং a_2x+b_2y+c রাশিদ্বয় বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় ।

tanbircox.blogspot.com

➪18. দুইটি সরলরেখার ঢাল যথাক্রমে m_1 ও m_2 হলে তারা পরস্পর লম্ব হবে যদি $m_1 \times m_2 = -1$ হয় এবং তারা পরস্পর সমান্তরাল হবে যদি $m_1 = m_2$ হয় ।

➪19. $a_1x+b_1y+c_1 = 0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2 = 0$ রেখাদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে যদি $a_1a_2+b_1b_2 = 0$ হয় এবং তারা পরস্পর সমান্তরাল হবে যদি $(a_1/b_1) = (a_2/b_2)$ হয় ।

➪20. দুইটি সরলরেখার ঢাল যথাক্রমে m_1 ও m_2 এবং তাদের মধ্যবর্তী/অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে, $\tan\theta = \pm \frac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2}$

$\tan\theta$ এর ধনাত্মক মান অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক মান অন্তর্ভুক্ত স্থূল কোণ নির্দেশ করে ।

➪21. $a_1x+b_1y+c_1 = 0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2 = 0$ এবং রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে,

$$\tan\theta = \pm \frac{a_1b_2 - b_1a_2}{a_1a_2 + b_1b_2}$$

$\tan\theta$ এর ধনাত্মক মান অন্তর্ভুক্ত সূক্ষ্মকোণ এবং ঋণাত্মক মান অন্তর্ভুক্ত স্থূল কোণ নির্দেশ করে ।

➪22.ax+by+c1 = 0 রেখার সমান্তরাল কোন রেখার সমীকরণ হবে, ax+by+c2 = 0 অর্থাৎ,শুধু ধ্রুবক পদটির পরিবর্তন হবে ।

➪23.(x1,y1) বিন্দুগামী এবং ax+by+c = 0 রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, a(x-x1)+b(y-y1) = 0

➪24.$ax+by+c_1 = 0$রেখার লম্ব কোন রেখার সমীকরণ হবে, $bx-ay+c_2 = 0$ অর্থাৎ,x ও y এর সহগদ্বয় পরস্পর স্থান পরিবর্তন করবে,এদের একটির চিহ্ন পরিবর্তিত হবে এবং ধ্রুবক পদটি পরিবর্তিত হবে ।

➪25. (x_1,y_1) বিন্দুগামী এবং ax+by+c = 0 রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ, $b(x-x_1) - a(y-y_1) = 0$

➪26. $a_1x+b_1y+c_1 = 0$; $a_2x+b_2y+c_2 = 0$ এবং $a_3x+b_3y+c_3 = 0$ রেখাত্রয় সমবিন্দু হবে যদি, $\begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix} = 0$ হয় ।

➪ 27. উক্ত রেখাত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{D^2}{2C_1C_2C_3}$

যেখানে, $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ এবং C_1, C_2 , C_3 যথাক্রমে c_1, c_2, c_3 এর সহগুণক ।

➪28.ax+by+c = 0 সরলরেখা থেকে (x1,y1) বিন্দুর লম্ব দূরত্ব, $d = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

➪29.দুইটি সমান্তরাল রেখা $ax+by+c_1 = 0$ ও $ax+by+c_2 = 0$ এর মধ্যবর্তী দূরত্ব, $d = \frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

➪30. $a_1x+b_1y+c_1 = 0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2 = 0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখণ্ডক সরলরেখাদ্বয়ের সমীকরণ,

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

1. $a_1a_2+b_1b_2 > 0$ হলে + চিহ্নধারী সমীকরণটি স্থূলকোণের এবং - চিহ্নধারী সমীকরণটি সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্দেশ করে ।
2. $a_1a_2+b_1b_2 < 0$ হলে + চিহ্নধারী সমীকরণটি সূক্ষ্মকোণের এবং – চিহ্নধারী সমীকরণটি স্থূলকোণের সমদ্বিখণ্ডক নির্দেশ করে ।

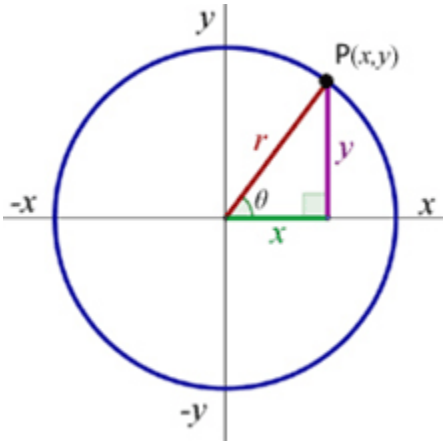
tanbircox.blogspot.com

Want more Updates 🕮:- http://facebook.com/tanbir.ebooks

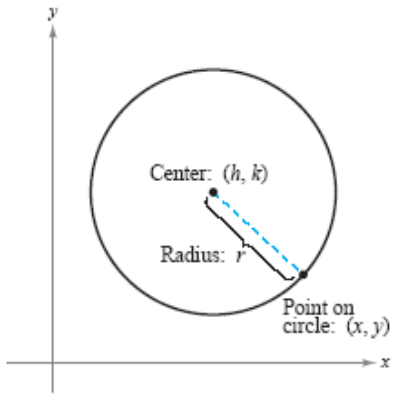
বৃত্ত (Circle)

➪১. যে বৃত্তের কেন্দ্র মূলবিন্দু (0,0) এবং ব্যাসার্ধ r তার সমীকরণ।

$$x^2+y^2 = ry^2$$



➪২. যে বৃত্তের কেন্দ্র (h,k) এবং ব্যাসার্ধ r তার সমীকরণ। $(x-h)^2+(y-k)^2 = r^2$



Definition of a circle

h=0 হলে কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত। বৃত্তের সমীকরণ, $x^2+(y-k)^2=k^2$

k=0 হলে কেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত। বৃত্তের সমীকরণ, $(x-h)^2+y^2=h^2$

➪ ৩. বৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

→ যেখানে, বৃত্তের কেন্দ্র ≡ (-g,-f)

এবং ব্যাসার্ধ = $\sqrt{(g^2+f^2-c)}$

g = 0 হলে কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত

f = 0 হলে কেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত

c = 0 হলে বৃত্তটি মূলবিন্দুগামী

tanbircox.blogspot.com

➪৪. কোন বৃত্ত x অক্ষকে ছেদ করলে **x অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ** = $2\sqrt{(g^2-c)}$

বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে $g^2=c$

কোন বৃত্ত y অক্ষকে ছেদ করলে **y অক্ষ থেকে কর্তিত অংশ** = $2\sqrt{(f^2-c)}$

বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করলে $f^2=c$

➪ ৫.কোন বৃত্ত x অক্ষকে স্পর্শ করলে তার ব্যাসার্ধ হবে কেন্দ্রের কোটির মান এবং

সমীকরণ হবে, $(x-h)^2+(y-k)^2 = k^2$

➪৬. কোন বৃত্ত y অক্ষকে স্পর্শ করলে তার ব্যাসার্ধ হবে কেন্দ্রের ভুজের মান এবং

সমীকরণ হবে, $(x-h)^2+(y-k)^2 = h^2$

➪৭, (x_1,y_1) ও (x_2,y_2) বিন্দু দুইটির সংযোগ সরলরেখাকে ব্যাস ধরে অঙ্কিত

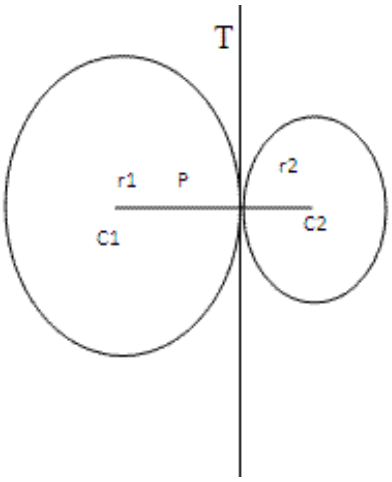
বৃত্তের সমীকরণ, $(x-x_1)(x-x2)+(y-y_1)(y-y_2) = 0$

➪৮. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের এককেন্দ্রিক অন্য কোন বৃত্তের সমীকরণ হবে, $x^2+y^2+2gx+2fy+c_1=0$

➪ ৯. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্ত এবং $ax+by+c_1$ সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$x^2+y^2+2gx+2fy+c+k(ax+by+c_1)=0$

➪১০. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করলে, তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফল = কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব।

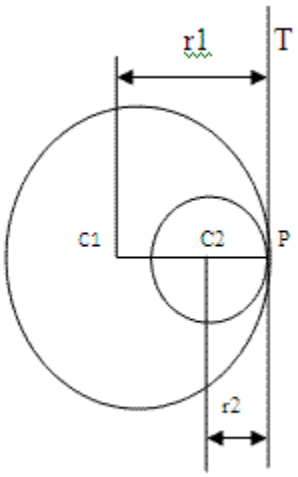


এক্ষেত্রে সাধারণ স্পর্শক তিনটি।

tanbircox.blogspot.com

➪১১. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে,

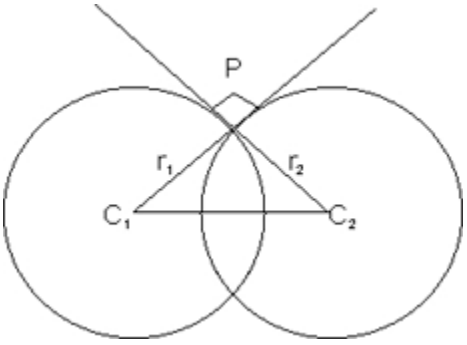
তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তরফল = কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব



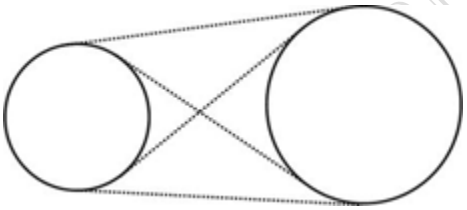
এক্ষেত্রে সাধারণ স্পর্শক একটি।

➪১২. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করবে যদি কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফলের থেকে ছোট হয়।

এক্ষেত্রে সাধারণ স্পর্শক দুইটি।



➪১৩. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ বা স্পর্শ কোনটিই করবে না যদি কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব ব্যাসার্ধদ্বয়ের যোগফলের চেয়ে বড় হয়।



এক্ষেত্রে সাধারণ স্পর্শক চারটি।

➪ ১৪. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ এবং $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1=0$ বৃত্তের ছেদবিন্দুগামী বৃত্তের সমীকরণ,

$$x^2+y^2+2gx+2fy+c+k(x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1)=0$$

➪১৫. বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে কোন বৃত্তের ওপর দুইটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।

tanbircox.blogspot.com

➪১৬. $y=mx+c$ সরলরেখাটি $x^2+y^2 = r^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে যদি, $\mathbf{c = \pm r\sqrt{(1+m^2)}}$ হয়

➪১৭. $x^2+y^2=r^2$ বৃত্তের উপরিস্থিত (x_1,y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ, $\mathbf{xx_1+yy_1=r^2}$

➪১৮. $x^2+y^2+2gx+2fy+c = 0$ বৃত্তের (x_1,y_1) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ,

$\mathbf{xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_2)+c = 0}$

➪ ১৯. বহিঃস্থ কোন বিন্দু (x_1,y_1) থেকে $x^2+y^2 = r^2$ বৃত্তের উপর অঙ্কিত

স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ, $\mathbf{(x^2+y^2-r^2)(x_1^2+y_1^2-r^2)=(xx_1+yy_1-r^2)^2}$

➪২০. বহিঃস্থ বিন্দু (x1,y1) থেকে x2+y2+2gx+2fy+c=0 বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের সমীকরণ,

$\mathbf{(x^2+y^2+2gx+2fy+c)(x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c) = \{xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c\}}$

➪ ২১. বহিঃস্থ বিন্দু (x_1, y_1) থেকে $x^2+y^2=a^2$ বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, = $\sqrt{(x^2+y^2-r^2)}$
উক্ত বিন্দু থেকে $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, = $\sqrt{(x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c)}$

➪ ২২. $x^2+y^2 = r^2$ বৃত্তের (x_1,y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ, $x_1y-y_1x=0$
বৃত্তের অভিলম্ব এর কেন্দ্রগামী।

➪ ২৩. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের (x_1,y_1) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ,

$\mathbf{(x_1+g)y-(y_1+f)x+fx_1-gy_1=0}$

➪২৪. $x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1 = 0$ এবং $x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2 = 0$ বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জন্য এর সমীকরণ,

$\mathbf{(x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1) - (x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2)=0}$

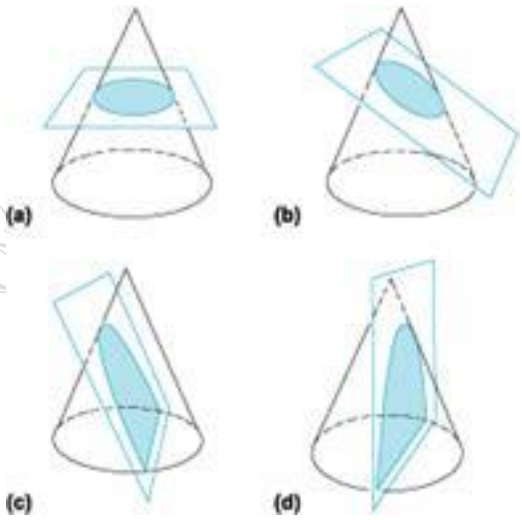
tanbircox.blogspot.com

Want more Updates 🕮:- http://facebook.com/tanbir.ebooks

কনিক (Conics)

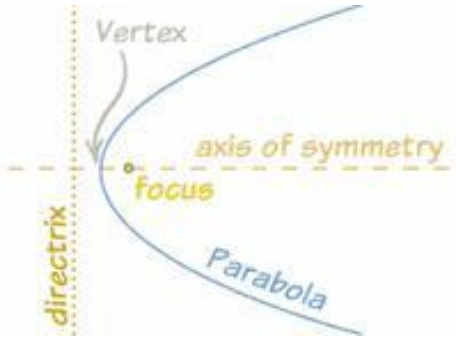
কনিক : কার্তেসীয় সমতলে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু ও একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা থেকে যে সব বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত একটি ধ্রুবক, তাদের সেই একটি সঞ্চারপথ এবং তাকে কনিক বলা হয় ।

নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে কনিকের উপকেন্দ্র বা ফোকাস (focus) বলে।
নির্দিষ্ট সরলরেখাটিকে কনিকের দিকাক্ষ বা নিয়ামক (directrix) বলে ।
ধ্রুব অনুপাতটিকে উৎকেন্দ্রিকতা (eccentricity) বলা হয় এবং দ্বারা e সূচিত করা হয় ।
e এর বিভিন্ন মানের জন্য সঞ্চারপথের আকৃতি ভিন্ন হয় ।



- ⇨ $e = 0$ হলে সঞ্চারপথ হয় বৃত্ত (circle)
- ⇨ $0 < e < 1$ হলে সঞ্চারপথ হয় উপবৃত্ত (ellipse)
- ⇨ $e = 1$ হলে সঞ্চারপথ হয় পরাবৃত্ত (parabola)
- ⇨ $e > 1$ হলে সঞ্চারপথ হয় অধিবৃত্ত (hyperbola)

- ⇨ পরাবৃত্ত (Parabola) সম্পর্কিত কিছু সংজ্ঞা:



অক্ষরেখা (Axis of symmetry): উপকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে দিকাক্ষের উপর অঙ্কিত লম্ব রেখাটিকে পরাবৃত্তের অক্ষরেখা বলা হয়।

শীর্ষবিন্দু (Vertex): পরাবৃত্ত ও অক্ষরেখার ছেদ বিন্দুকে পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু বলা হয়।

উপকেন্দ্রিক দূরত্ব (Focal distance): উপকেন্দ্র থেকে পরাবৃত্তের যেকোনো বিন্দুর দূরত্বকে উপকেন্দ্রিক দূরত্ব বা ফোকাস দূরত্ব বলা হয়।

উপকেন্দ্রিক জ্যা (Focal chord): পরাবৃত্তের যে জ্যা উপকেন্দ্র দিয়ে গমন করে তাকে উপকেন্দ্রিক জ্যা বলে।

উপকেন্দ্রিক লম্ব (Latus rectum): উপকেন্দ্রিক জ্যা অক্ষের উপর লম্ব হলে তাকে উপকেন্দ্রিক লম্ব বা নাভিলম্ব বলে।

tanbircox.blogspot.com

ভেক্টর (Vector)

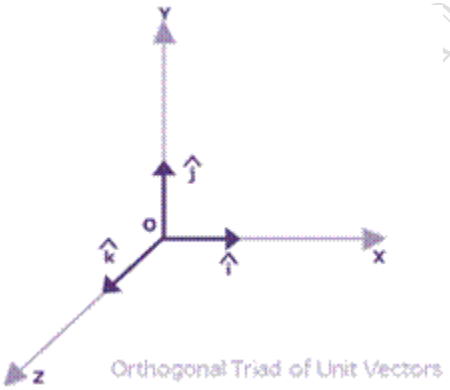
ভেক্টর রাশির নির্দেশনা (Representation of vectors) :

$\overrightarrow{OP} = \vec{r}$ কোন ভেক্টর হলে একে নির্দেশ করার জন্য $\vec{r}, \bar{r}, \underline{r}$ প্রভৃতি প্রতীক ব্যবহৃত হয় এবং এর মান যথাক্রমে $|\vec{r}|, |\bar{r}|, \underline{r}$ ইত্যাদি দ্বারা নির্দেশিত হয় । অনেক সময় শুধু r দিয়ে ও $\bar{r}$ ভেক্টরের মান প্রকাশ করাহয় ।

- ⇨ একক ভেক্টর (Unit vector) : কোন ভেক্টর রাশিকে তার মান (Magnitude) দ্বারা ভাগ করলে ঐ ভেক্টরের দিকে বা তার সমান্তরাল দিকে একক ভেক্টর পাওয়া যায় ।

$\bar{A}$ কোন ভেক্টর ও তার দিকে বা সমান্তরালে একক ভেক্টর $\hat{a}$ হলে, $\hat{a} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

- ⇨ আয়ত একক ভেক্টর (Rectangular unit vectors) : ত্রিমাত্রিক স্থানাংক ব্যবস্থায় ধনাত্মক x, y এবং z অক্ষের দিকে যথাক্রমে ব্যবহৃত $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ একক ভেক্টরগুলোকে আয়ত একক ভেক্টর বলে ।

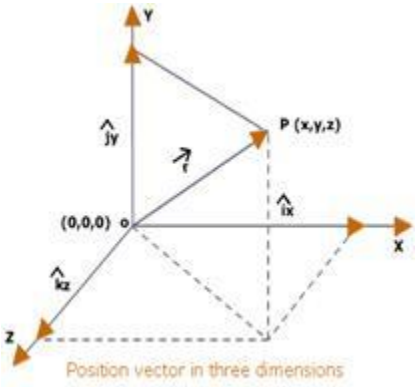


Orthogonal Triad of Unit Vectors

.tanbircox.blogspot.com

অবস্থান ভেক্টর (Position vector) : প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোন বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে ।

O বিন্দুর সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করেছে $\overrightarrow{OP} = \vec{r}$ অবস্থান ভেক্টর ।



লক্ষণীয়,

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \;;$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \;;$$

$$\vec{r} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

লব্ধি (Resultant) : দুই বা ততোধিক ভেক্টরের সমষ্টিকে একটি ভেক্টর রূপে প্রকাশ করা যায় যাকে ঐ ভেক্টরগুলোর লব্ধি বলে ।

$\bar{A} = Ax\hat{i} + Ay\hat{j} + Az\hat{k}$; ও $\bar{B} = Bx\hat{i} + By\hat{j} + Bz\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি

$\bar{A} + \bar{B} = (Ax+Bx)\,\hat{i} + (Ay+By)\,\hat{j} + (Az+Bz)\,\hat{k}$

$\Rightarrow \bar{C} = Cx\,\hat{i} + Cy\hat{j} + Cz\hat{k}$ [$\bar{C}$ = লব্ধি ভেক্টর] $\therefore |\vec{C}| = \sqrt{C_x^{\,2} + C_y^{\,2} + C_z^{\,2}}$

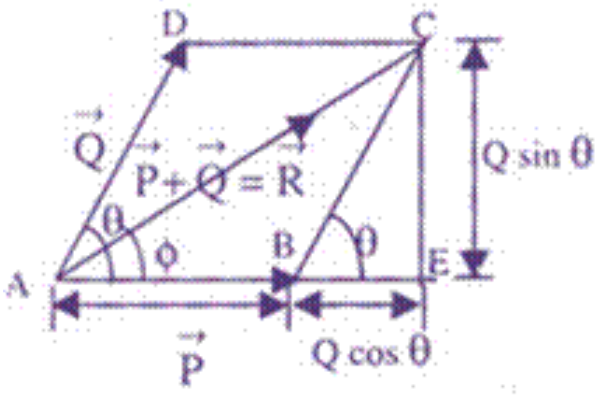
লব্ধির সামান্তরিক সূত্র (Law of parallelogram) : কোন নির্দিষ্ট বিন্দুর উপর পরস্পর θকোণে ক্রিয়াশীল দুটি ভেক্টর $\bar{P}$ ও $\bar{Q}$ হলে, তাদের লব্ধি

$\bar{R} = \bar{P} + \bar{Q}$

$$|\vec{R}| = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta}$$

$\bar{R}, \bar{P}$ এর সাথে ϕ কোণ উৎপন্ন করলে,

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}\right)$$



ভেক্টরের স্কেলার বা উট গুণন (Scalar or dot product) : $\bar{A}$ ও $\bar{B}$ দুটি ভেক্টর ও তাদের মধ্যবর্তী কোণ Θ হলে, তাদের স্কেলার গুণন,

tanbircox.blogspot.com

$\bar{A} \cdot \bar{B} = AB\cos\theta$ $[\bar{A}.\bar{B} = \bar{B}.\bar{A}]$

আবার, $\bar{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$;

$\bar{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ হলে, ও $\bar{A}.\bar{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

$\bar{A}$ ও $\bar{B}$ পরস্পর লম্ব হলে $\theta = 90°$

$\therefore \bar{A} \cdot \bar{B} = AB\cos 90° = 0$ $[\cos 90° = 0]$

অর্থাৎ, দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে তাদের স্কেলার গুণফল শূন্য হবে ।

ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন (Vector or cross product) : $\bar{A}$ ও $\bar{B}$ দুটি ভেক্টর এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, ভেক্টর গুণন

$\bar{C} = \bar{A} \times \bar{B} = \hat{\eta}AB\sin\theta$ $[\bar{A} \times \bar{B} \neq \bar{B} \times \bar{A}]$

$\hat{\eta}$ একটি একক ভেক্টর যা $\bar{C}$ এর দিক নির্দেশ করে ।

আবার, $\bar{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$; ও $\bar{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ হলে, $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & B_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

$\bar{A}$ ও $\bar{B}$ সমান্তরাল হলে, $\theta = 0°$ $\therefore \bar{A} \times \bar{B} = AB\sin 0° = 0$ $[\sin 0° = 0]$

অর্থাৎ, দুটি ভেক্টর সমান্তরাল হলে তাদের ভেক্টর গুণফল শূন্য হবে ।

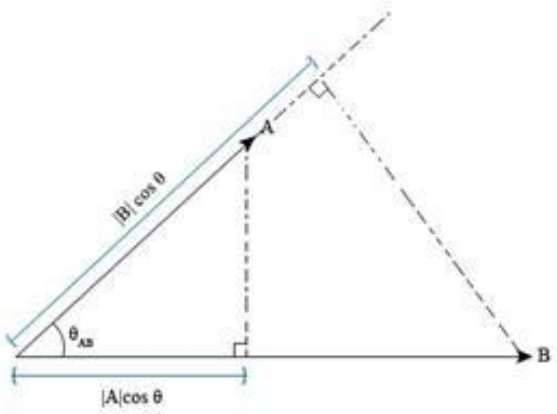
মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় : $\bar{A}$ ও $\bar{B}$ দুটি ভেক্টর এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে,

$$\theta = \cos^{-1}\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB} = \sin^{-1}\frac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}$$

ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপ বা অভিক্ষেপ (Orthogonal projection) : $\overrightarrow{OP} = \vec{A}$ এবং $\overrightarrow{OQ} = \vec{B}$ পরস্পর θ কোণে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টর হলে,

$\Rightarrow \bar{A}$ এর উপর $\bar{B}$ এর অভিক্ষেপ = $B\cos\theta = \frac{\bar{A}.\bar{B}}{A}$

$\Rightarrow \bar{B}$ এর উপর $\bar{A}$ এর অভিক্ষেপ = $A\cos\theta = \frac{\bar{A}.\bar{B}}{B}$



tanbircox.blogspot.com

Want more Updates 🕮:- http://facebook.com/tanbir.ebooks

ইন্টারনেট হতে সংগ্রহীত

প্রয়োজনীয় বাংলা বই ফ্রী ডাউনলোড করতে চাইলে নিচের লিংক গুলো দেখতে পারেনঃ

☆ http://techtunes.com.bd/tuner/tanbir_cox

☆ http://tunerpage.com/archives/author/tanbir_cox

☆ http://somewhereinblog.net/tanbircox

☆ http://pchelplinebd.com/archives/author/tanbir_cox

☆ http://prothom-aloblog.com/blog/tanbir_cox

Tanbir Ahmad Razib

Mobile No:→ 01738 -359 555

E-Mail: → tanbir.cox@gmail.com

Facebook: → http://facebook.com/tanbir.cox

e-books Page: → http://facebook.com/tanbir.ebooks

Web Site : → http://tanbircox.blogspot.com

I share new interesting & Useful Bangla e-books(pdf) everyday on my facebook page & website .

Keep on eye always on my facebook page & website & update ur knowledge .

If You think my e-books are useful , then please share & Distribute my e-book on Your facebook & personal blog .

tanbircox.blogspot.com

Want more Updates 🕮:- http://facebook.com/tanbir.ebooks

My DVD Collection 4 U
Complete Solution of your Computer

আপনি যেহেতু এই লেখা পড়ছেন , তাই আমি ধরে নিচ্ছি যে আপনি কম্পিউটার ও ইন্টারনেট ব্যবহারে অভিজ্ঞ ,কাজেই কম্পিউটারের প্রয়োজনীয় বিষয় গুলো সম্পর্কে ভালো খারাপ বিবেচনা করারা ক্ষমতা অবশ্যই আছে ...

তাই আপনাদের কাছে একান্ত অনুরোধ " আপনারা সামান্য একটু সময় ব্যয় করে ,শুধু এক বার নিচের লিংকে ক্লিক করে এই DVD গুলোর মধ্যে অবস্থিত বই ও সফটওয়্যার এর নাম সমূহের উপর চোখ বুলিয়ে নিন।"তাহলেই বুঝে যবেন কেন এই DVD গুলো আপনার কালেকশনে রাখা দরকার!আপনার আজকের এই ব্যয়কৃত সামান্য সময় ভবিষ্যতে আপনার অনেক কষ্ট লাঘব করবে ও আপনার অনেকে সময় বাঁচিয়ে দিবে। বিশ্বাস করুন আর নাই করুনঃ- "বিভিন্ন ক্যাটাগরির এই DVD গুলোর মধ্যে দেওয়া বাংলা ও ইংলিশ বই , সফটওয়্যার ও টিউটোরিয়াল এর কালেকশন দেখে আপনি হতবাক হয়ে যাবেন !"

আপনি যদি বর্তমানে কম্পিউটার ব্যবহার করেন ও ভবিষ্যতেও কম্পিউটার সাথে যুক্ত থাকবেন তাহলে এই ডিভিডি গুলো আপনার অবশ্যই আপনার কালেকশনে রাখা দরকার..... কারনঃ

☆ এই ডিভিডি গুলো কোন দোকানে পাবেন না আর ইন্টারনেটেও এতো ইম্পরট্যান্ট কালেকশন একসাথে পাবেন বলে মনে হয় না।তাছাড়া এত বড় সাইজের ফাইল নেট থেকে নামানো খুবই কষ্টসাধ্য ও সময়সাপেক্ষ ব্যাপার।এছাড়া আপনি যেই ফাইলটা নামাবেন তা ফুল ভার্সন নাও হতে পারে ..

☆ এই ডিভিডি গুলো আপনার কালেকশনে থাকলে আপনাকে আর কোন কম্পিউটার বিশেষজ্ঞদের কাছে গিয়ে টাকার বিনিময়ে বা বন্ধুত্বের খাতিরে "ভাই একটু হেল্প করুন" বলে অন্যকে বিরক্ত করা লাগবে না ... ও নিজেকেও হয়রানি হতে হবে না ।

☆ এই ডিভিডি গুলোর মধ্যে অবস্থিত আমার করা ৩০০ টা বাংলা ই-বুক (pdf) ও ছোট সাইজের প্রয়োজনীয় সফটওয়্যার আপনাদের জন্য বিনামূল্যে আমার সাইটে শেয়ার করে দিয়েছি । কিন্তু প্রয়োজনীয় বড় সাইজের বই, টিটোরিয়াল ও ফুল ভার্সন সফটওয়্যার গুলো শেয়ার সাইট গুলোর সীমাবদ্ধতা ও ইন্টারনেটের স্লো আপলোড গতির জন্য শেয়ার করতে পারলাম না । তাছাড়া এই বড় ফাইল গুলো ডাউনলোড করতে গেলে আপনার ইন্টারনেট প্যাকেজের অনেক জিবি খরচ করতে হবে ... যেখানে ১ জিবি প্যাকেজ জন্য সর্বনিম্ন ৩৫০ টাকা তো খরচ হবে , এর সাথে সময় ও ইন্টারনেট গতিরও একটা ব্যাপার আছে। এই সব বিষয় চিন্তা করে আপনাদের জন্য এই ডিভিডি প্যাকেজ চালু করেছি ...

মোট কথা আপনাদের কম্পিউটারের বিভিন্ন সমস্যার চিরস্থায়ী সমাধান ও কম্পিউটারের জন্য প্রয়োজনীয় সব বই, সফটওয়্যার ও টিউটোরিয়াল এর সার্বিক সাপোর্ট দিতে আমার খুব কার্যকর একটা উদ্যোগ হচ্ছে এই ডিভিডি প্যাকেজ গুলো ...

আমার ডিভিডি প্যাকেজ গুলো সম্পর্কে বিস্তারিত জানার জন্য নিচের লিংকে ক্লিক করুনঃ

All DVD Collection [At a Glance]: এই ডিভিডি গুলো সম্পর্কে সংক্ষিপ্ত ভাবে ধারনা লাভ করার জন্য ... শুধু একবার চোখ বুলান
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/My-DVD-Collection-4-U.html

E-Education: [মোট দুইটা ডিভিডি , সাইজ ৯ জিবি] আপনার শিক্ষাজীবনের জন্য প্রয়োজনীয় সব বাংলা বই ও সফটওয়্যার
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/04/Complete-Solution-of-your-Education.html

Genuine Windows Collection: [মোট তিনটা ডিভিডি, সাইজ ১৩.৫ জিবি]Genuine Windows XP Service Pack 3 , Windows 7 -64 & 32 bit & Driver Pack Solution 13 এর সাথে রয়েছে উইন্ডোজের জন্য প্রয়োজনীয় বাংলা বই ও সফটওয়্যার
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/All-Genuine-Windows-Collection.html

Office & Documents: All MS Office, documents ,pdf reader & Pdf edit Software এবং প্রয়োজনীয় সব বাংলা বই। যে কোন ধরনের ডকুমেন্ট এডিট , কনভার্ট ও ডিজাইন করার জন্য এই ডিভিডি টি যথেষ্ট , এই ডিভিডি পেলে অফিস ও ডকুমেন্ট সম্পর্কিত যে কোন কাজে অসাধ্য বলে কিছু থাকবে না... আপনার অফিসিয়াল কাজের জন্য প্রয়োজনীয় সফটওয়্যারের সম্পূর্ণ ও চিরস্থায়ী সমাধান...
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/office-documents-soft-dvd.html

All Design , Graphics & Photo Edit Soft: [হয়ে যান সেরা ডিজাইনার]ডিজাইন ,গ্রাফিক্স ও ছবি এডিট সম্পর্কিত প্রয়োজনীয় সব বাংলা ও ইংলিশ ই-বুক ,টিউটোরিয়াল ও ফুল ভার্সন সফটওয়্যার।ভালো ও এক্সপার্ট ডিজাইনার হওয়ার জন্য এর বাইরে আর কিছুই লাগবে না
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/All-Design-and-Graphics-Software.html

All Internet & Web programming Software: প্রয়োজনীয় সব বাংলা ও ইংলিশ ই-বুক ,টিউটোরিয়াল ও ফুল ভার্সন সফটওয়্যার।
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/All-Internet-And-Web-programming-Software.html

All Multimedia & Windows Style Software: A2Z Audio & Video player , Edito & converter . CD, DVD edit ও উইন্ডোজ কে সুন্দর দেখানোর জন্য প্রয়োজনীয় সব ফুল ভার্সন সফটওয়্যার।
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/All-Multimedia-And-Windows-Style-Software.html

5000+ Mobile Applications & games:
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/mobile-software-hardware-dvd-5000.html

3000 +Bangla e-books Collection of best bd Writer:
☆ http://tanbircox.blogspot.com/2013/07/A2Z-Bangla-ebooks-Collection.html