

গণিত – জ্যামিতি বেসিক জ্ঞান

All Basic of Geometry

জ্যামিতি

কিছু ইতিহাস: আফ্রিকা মহাদেশের মিশর নীলনদের তীরে প্লাবনে অনেক মানুষের জমি ডুবে যায় এবং এর সীমানা নিশ্চিত হয়ে যায়, পরবর্তীতে জমির জায়গা বিরুদ্ধে করতে সমস্যা দেখা দিলে, জমির দাঁচিক পরিমাপ এবং এই সমস্যা সমাধান করতেই জ্যামিতির উদ্ভব হয়েছে। মিশরের আলেকজেন্দ্রিয়া বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক-ইউক্লিড জ্যামিতি শাস্ত্রের উদ্ভাবন করেন, তার বই "elements" আধুনিক জ্যামিতির ভিত্তি স্থাপন করে। জ্যামিতির পরিমূলভাগ হল ত্রিভুজ ও তার ছাত্র পাখাগোরামের অবদান অস্বীকার্য।

জ্যামিতি: জ্যামিতি (জ্যা = জমি, মতি = পরিমাপ), যে সমস্যা সমাধান করতে জমির পরিমাপ সমস্যা সমাধান জ্ঞান লাভ করা যায়, তাকে জ্যামিতি বলে।

Jewel's Care Sheet

জ্যামিতি

Theoretical Geometry / তাত্ত্বিক জ্যামিতি

Practical Geometry / ব্যবহারিক জ্যামিতি

⇒ Point/ বিন্দু: → দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা/বেধ কিছুই নেই-

→ অবস্থান আছে.

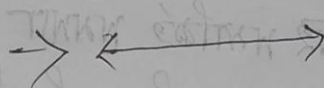
→ যে কোন (রখার মর্ষ) বিন্দু রেখাকে নামান

দুভাগে ভাগ করে.


→ যে দব বিন্দু একই রেখায় অবস্থান করে তাকে

সবরেখা বিন্দু বলে.

⇒ Line/ রেখা: → দৈর্ঘ্য/উচ্চতা ৩টি আছে, তবে প্রস্থ নেই-

→  রেখা/সরল রেখা [Line/Straight Line]

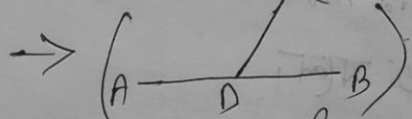
→  রশ্মি/Ray.

→  রেখাংশ

→ রেখা দুই প্রকার। সরল ও কম্প রেখা,

→ সরল/কম্প রেখা নামান্তরান হলে ছেদ

করে না.  [Parallel = নামান্তরান]

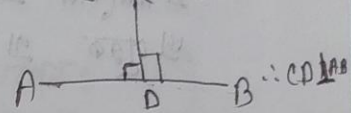
→  যে রেখা সরল রেখার

উপর স্থান দিচ্ছে ছেদ করে তাকে

ভীষক রেখা বলে.

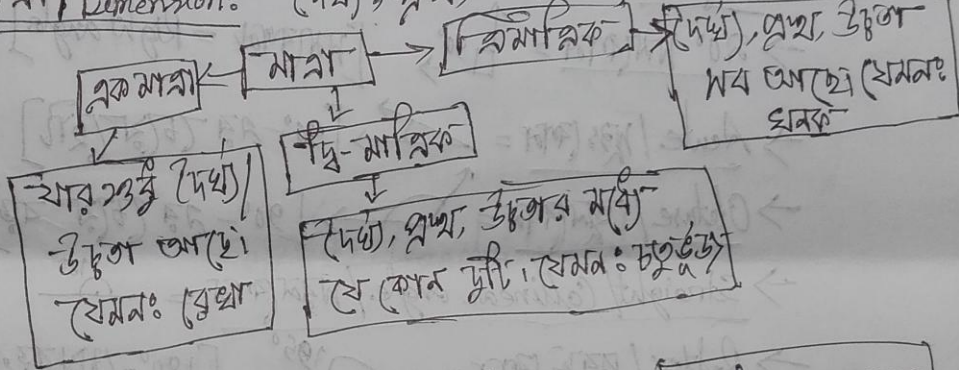
Jewel's Care Sheet

⇒ Perpendicular/লম্ব: যে দুই সরলরেখা অথবা একটি সরলরেখার উপর লম্বা(বা দৃঢ়ায়মান) হবে এবং 90° / সমকোণ উৎপন্ন করে(বে) তাকে লম্ব বলে(যেমনঃ)



⇒ Perpendicular Bisect/লম্ব-দ্বিখন্ডক: লম্বের মতোই তবে AB রেখাকে সমান দুভাগে ভাগ করবে।

⇒ মাত্রা/Dimension: দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা প্রত্যেকটি মাত্রা



মাত্রা	→	দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্চতা
আবলম্ব	→	✓ ✓ ✓
তলের/ফাতাত্তর	→	✓ ✓ ×
রেখার	→	✓ × ×
বিন্দুর	→	× × ×

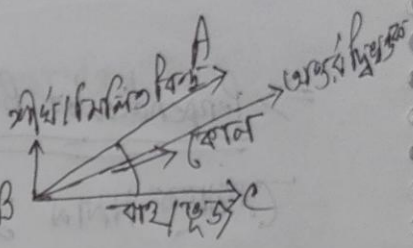
Surface = ৩ম
Tri-dimension = ঘনবস্তু

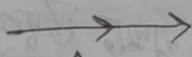
Jewel's Care Sheet

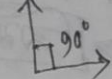
⇒ Angle / কোণ: মূলত ২০ প্রকার।


১) সমকোণ ২) সূত্রকোণ ৩) স্তূমকোণ ৪) মনকোণ ৫) প্রস্থকোণ
 ৬) পূরক ৭) সমপূরক ৮) একান্তর ৯) অপরূপ ১০) মিলিত কোণ
 ১১) বিপরীত কোণ


১১) আলোক কক্ষ কোণ রয়েছে 20° কোণ। ২

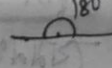
→ দুটি রেখার মিলিত রূপের শব্দ। 

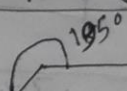
→ 0° কোণ = 

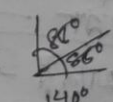
→ 90° সমকোণ =  [সমকোণ = Right angle]

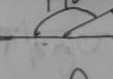
→ Acute / সূত্রকোণ =  [90° -এর চেয়ে ছোট]

→ Obtuse / স্তূমকোণ =  [90° -এর চেয়ে বড়]

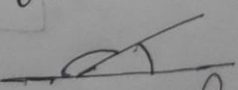
→ Straight / Collinear angle / মনকোণ =  180°

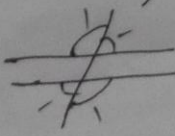
→ Reflex / প্রস্থকোণ =  195° [180° -এর বড়, 360° -এর কম]

→ Complementary angle / পারস্পরক:  60° 30° [দুটি কোণের সমষ্টি 90°]

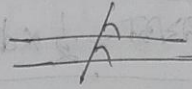
→ Supplementary angle / সমপূরক:  140° 40° [দুটি কোণের সমষ্টি 180°]

→ Adjacent angle / মিলিত কোণ: দুটি কোণের একই শীর্ষবিন্দু 3 একই পার্শ্বপুত্র বাহু। এবং কোণ দুটি পার্শ্বপুত্র বাহুর উভয়ই প্রান্তর অবস্থান করায়।


→ opposite / Vertical angle / বিপরীত কোণ: দুটি মনকোণ ছেদ করলে ছেদ বিন্দুর বিপরীত কোণ। 


→ Alternet angle / একান্তর কোণ: 

Jewel's Care Sheet

→ corresponding angle / প্রত্যুত্তর কোণঃ 

∴ প্রকল্পের কোণ এবং প্রত্যুত্তর কোণ উভয়ই পরিষ্কার সমান।

→ Angle of circumference / বৃত্তস্থ/ পরিধিস্থ কোণঃ 

→ Angle of the central of circle / কেন্দ্রস্থ কোণঃ 

মান রাখতে হবে কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

Jewel's Care Sheet

চতুর্ভুজ / Quadrilateral

→ চার কোণের সমষ্টি ৩৬০°

→ যে কোণ বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোজক রেখা কর্তী হয়ে



→ চতুর্ভুজ ৬ প্রকার। ১) বর্গক্ষেত্র ২) বর্ষাক্ষেত্র ৩) সামান্তরিক
৪) আয়তক্ষেত্র ৫) ট্র্যাপিজিয়াম

৬) বর্গক্ষেত্র / Square: → প্রত্যেক বাহু সমান → প্রত্যেক কোণ সমকোণ/৯০°
→ কর্ণ দুইটি পরস্পর সমান → বিপরীত বাহু সমান্তরাল

→ ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য) × (প্রস্থ) → পরিধি = ৪a → কর্ণ, d = 1.41a

৭) বর্ষাক্ষেত্র / Rhombus: → প্রত্যেক বাহু সমান → কোণ দুটিই সমকোণ নয়
→ বিপরীত বাহু সমান্তরাল → বিপরীত কোণদ্বয় সমান
→ কর্ণ দুইটি সমান নয়

\rightarrow $\text{কেন্দ্রস্থল} = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

৩ \rightarrow সামান্তরিক / Parallelogram: \rightarrow বিপরীত বাহু সমান

\rightarrow বিপরীত বাহু সমান্তরাল \rightarrow কোণ দুটি সমকোণ নয়

\rightarrow কর্ণ দুই সমান নয় \rightarrow বিপরীত কোণ দুই সমান

\rightarrow দুটি স্থূল কোণ ও দুটি দূর্বল কোণ থাকে

$\text{কেন্দ্রস্থল} = \text{স্থূল} \times \text{উচ্চতা}$

৪ অসমত্বকোণ / Rectangle: \rightarrow বিপরীত বাহু সমান \rightarrow বিপরীত বাহু সমান্তরাল

\rightarrow প্রতিটি কোণ সমকোণ \rightarrow কর্ণ দুই সমান

$\text{কেন্দ্রস্থল} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \rightarrow \text{পারিমিতি} = 2 (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$
 কর্ণ, $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

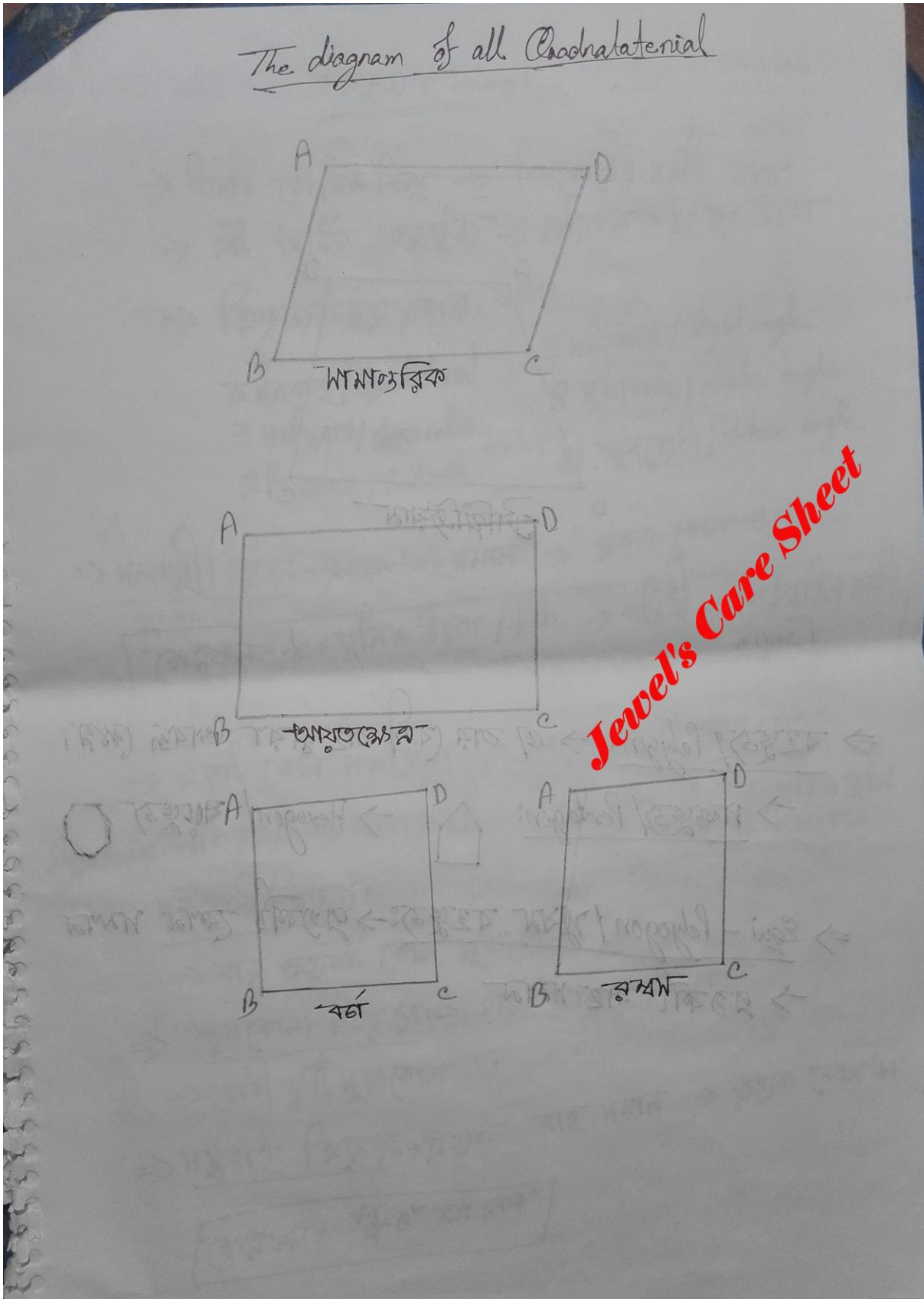
৫ ত্রৈভুজাক্রিয়াম / Trapezium: \rightarrow দুটি বিপরীত বাহু সমান্তরাল

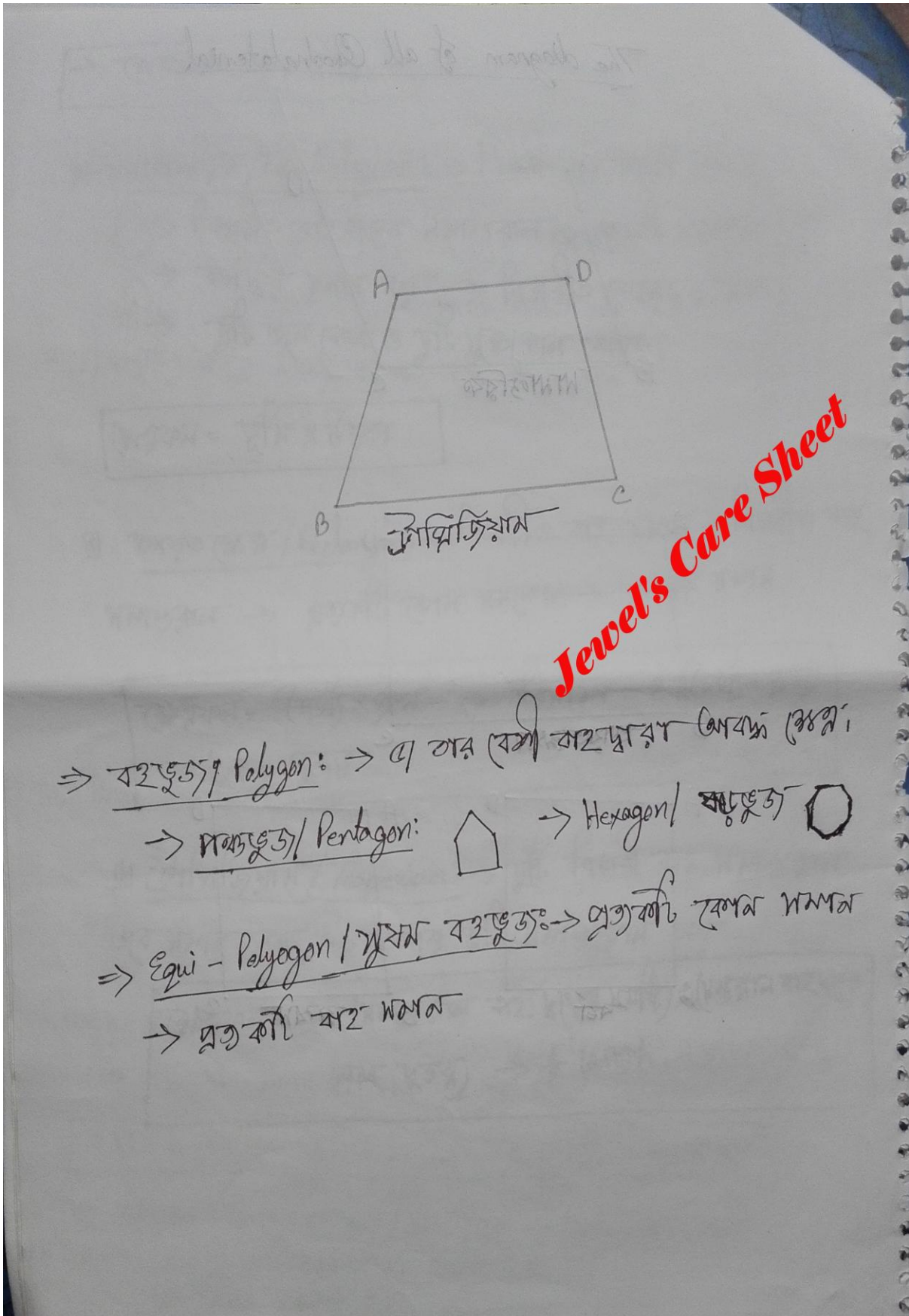
অন্য সমান নয় \rightarrow অথবা দুটি সমান্তরাল নয়

$\text{কেন্দ্রস্থল} = \frac{1}{2} \times (\text{সমান্তরাল বাহু দুটির সমষ্টি}) \times (\text{অন্য বাহুদ্বয়ের দূরত্ব})$
 $\rightarrow \frac{1}{2} (a+b)h$

$a+b = c+d$

Jewel's Care Sheet





ত্রিভুজ / Triangle

→ তিনটি কোণিক বিলু → ত্রিভুজের সমষ্টি 180°

→ গুণিতক ত্রিভুজ → ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

→ ত্রিভুজ ছয় প্রকার: যথাঃ

১) সমবাহু / Equilateral	২) সোমকোণী / Right angle
৩) সমদ্বিবাহু / Isosceles	৩) দূরকোণী / Acute angle
৪) বিঘনবাহু / Scalene	৪) অসমকোণী / Obtuse angle

⇒ সমকোণী ত্রিভুজঃ → প্রত্যেক বাহু সমান → প্রত্যেক কোণ 60°

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} / \frac{1}{2}ab$ → পরিধি = বাহুদ্বয়ের সমষ্টি

ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ [হেরন'ন সূত্র] $s = \frac{a+b+c}{2}$

→ প্রকটি কোণ সমকোণ → সমকোণের বিপরীত বাহু

Hypotenuse/অতিভুজ → অপর দুটি উল্লম্ব লম্ব ও অন্তর্ভুক্তিক ভূমি

→ অপর দুটি দূরকোণ

⇒ দূরকোণী ত্রিভুজঃ

→ যার প্রত্যেকটি কোণ দূরকোণ

⇒ অসমকোণী ত্রিভুজঃ → গুণিতক কোণ অসম কোণ

→ বাকী দুটি দূরকোণ

⇒ সমবাহু ত্রিভুজঃ → প্রত্যেক বাহু সমান → প্রত্যেক কোণ 60°

ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ বাহু সমক

Jewel's Care Sheet

→ সমান বাহু ত্রিভুজঃ → দুটি বাহু সমান → দুটি কোণ সমান (কোণ)

সমান $\angle B = \angle C$


$$\boxed{\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}}$$

→ বিষম বাহু ত্রিভুজঃ → কোন বাহুই সমান নয়

→ কোন কোনই সমান নয়

$$\boxed{\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}}{2}}$$

Jewel's Care Sheet

→ সমকোণী ত্রিভুজ / Similar angle triangle: 

→ প্রত্যেক কোণ সমান ও প্রত্যেক বাহু সমান

→ মধ্যমা / Middle Lineঃ → যে কোন কৌণিক বিন্দু হতে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত অঙ্কিত সরলরেখাকে মধ্যমা বলে। → প্রকৃতি ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি মধ্যমা হয়

→ ভূমি / Base: Vertex / শীর্ষবিন্দুর বিপরীত আনুভূমিক রেখা।

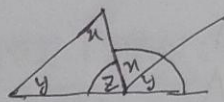
→ উচ্চতা / Height: Vertex / শীর্ষবিন্দুর থেকে ভূমির উল্লম্ব রেখা

কে উচ্চতা / উন্নতি বলে।

→ পরিমাপ / পরিধি / Perimeterঃ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি।

$$\boxed{\text{ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}$$

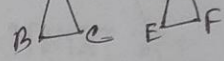
⇒



⇒ $x + y + z = 180^\circ$

⇒ $\frac{\text{বহিঃ কোণ}}{\text{External}} = \frac{\text{বিপরীত অন্তঃ কোণ}}{\text{Internal}}$ (কোন দুটির সমান (সম্বলিত))

⇒ ত্রিভুজের সমতা / Congruency of Triangle : → দু'জন বাহু

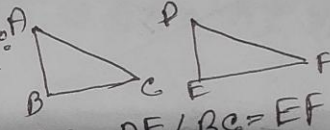
সমান হবে → দু'জন কোণ সমান হবে 
 $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ এবং $AB = DE, BC = EF, AC = DF$

অথবা, সর্বত্র হলে সমান হবে

এ → দুটি বাহু সমান ও একটি কোণ সমান $\left[\begin{array}{l} AB = DE, AC = DF \text{ এবং} \\ \angle A = \angle D \end{array} \right]$

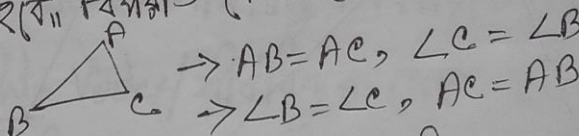
এ → এক কোণ সমান ও দুটি বাহু সমান $\left[\begin{array}{l} \angle A = \angle D, \angle B = \angle E \text{ এবং} \\ BC = EF \end{array} \right]$

⇒ সমকোণী ত্রিভুজের সমতা :



→ $AC = DF$ (অতিভুজ) → $AB = DE / BC = EF$

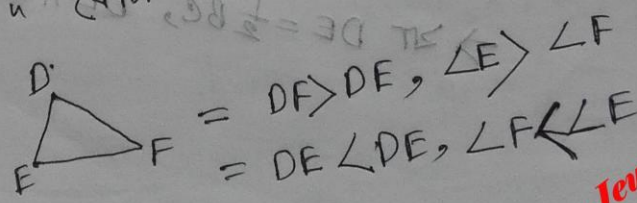
⇒ কোণ ত্রিভুজের বিপরীত বাহুসমূহ সমান হলে বিপরীত কোণ সমান হবে। বিপরীত কোণসমূহ সমান হলে বিপরীত বাহু সমান হবে।



→ $AB = AC, \angle C = \angle B$
 → $\angle B = \angle C, AC = AB$

⇒ বিপরীত বাহু বড় হলে, বিপরীত কোণ বড়।

- " কোণ
- " বাহু
- " কোণ



$DF > DE, \angle E > \angle F$
 $DE < D'E', \angle F' < \angle E$

Jewel's Care Sheet

বৃত্ত / Circle

→ একটি Point / বিন্দুক কেন্দ্র বঙ্গর- জাম্বুকটি বিন্দুর
Locus / লক্ষণসমূহকে বৃত্ত বলে।

→ কেন্দ্র বিন্দুতে ৩৬০° কোণ → ব্যাসার্ধ / Radius নামে নামে।

→ Diameter / ব্যাস ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ, → এটার পরিধিকে
Perimeter বলে না, বলে circumference বলে। → বৃত্ত-
Chord / জ-সমূহ

→ Arc / চাপ → Lesser Arc / Minor Arc / উচ্চ চাপ
→ Major Arc / Greater Arc / অধিক চাপ

→ একত্রে কোণ থাকিত চাপ
→ এক চাপের উত্তর সকল বৃত্ত কোণে নামে।

Jewel's Care Sheet

→ স্পর্শক / Tangent: বৃত্তকে touch করে যা এটি বা এটি
সমস্ত পারে না।

→ বৃত্ত কোণ / পরিধিত কোণ / Angle of circumference:

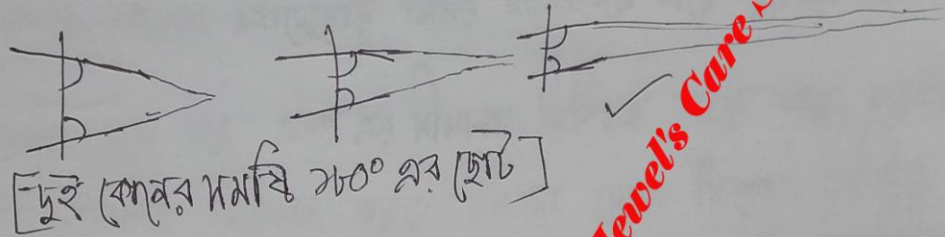
→ ৩ বিন্দু, ২টি রেখা, ৩টি কোণ উৎপন্ন হয়

→ কেন্দ্র কোণ / Angle of circumference:

→ দুই বিন্দু, কেন্দ্র-বিন্দু, দুই রেখা, ৩টি কোণ/কোণ

Extra

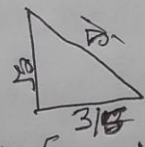
⇒ স্বীকার্য / Postulate: → প্রমাণবিহীন কিন্তু দাবী নয়
 → ইউক্লিডের মে স্বীকার্য



[দুই কোণের সমষ্টি ৯০° এর ছোট]

Jewel's Care Sheet

⇒ সিখাগোত্রের উপকরণ:



ক ও খ কত?

৩: ক: ঘ = ৩: ৪: ৫
 → $3^2 = 9 \div 2 = 4.5$

৫: ক: ঘ = ৫: ১২: ১৩
 $\frac{1}{5} = \frac{25}{125} \div 2 = 12.5$

⇒ প্রতিজ্ঞা (জ্যামিতিক প্রমাণ) → নমুনা → জোড়ার প্রমাণ
 → উপকরণ → উপকরণ
 → কল্পনা → কল্পনা
 → সিদ্ধান্ত → সিদ্ধান্ত
 → ইতি → ইতি

→ কল্পনা (প্রতিজ্ঞা যা থাকে)

- সিদ্ধান্ত (যা প্রমাণ করতে হয়)
 - ↳ পর্যায়ের নির্বাচন
 - ↳ বিশেষ নির্বাচন
 - ↳ অঙ্কন
 - ↳ প্রমাণ

→ প্রমাণিত হবে
 তা অনুসিদ্ধান্ত

→ কোন কিছু প্রমাণ করার জন্য- অথবা (যেই
 নয় বলে বিবেচনা নেওয়া হবে - নতঃসিদ্ধ বলে)