# ▸▸ দ্বাদশ অধ্যায় : দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণ

## (Simple Simultaneous Equations with Two Variables)

## ▸▸ অনুশীলনী ১২·১

**নিচের সরল সহসমীকরণগুলো সমঞ্জস, পরস্পর নির্ভরশীল/ অনির্ভরশীল কি-না যুক্তিসহ উল্লেখ কর এবং এগুলোর সমাধানের সংখ্যা নির্দেশ কর :**

**১. $x - y = 4; x + y = 10$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$x - y = 4$

$x + y = 10$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{1}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{1}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোট সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

**২. $2x + y = 3; 4x + 2y = 6.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$2x + y = 3$

$4x + 2y = 6$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

**৩. $x - y - 4 = 0; 3x - 3y - 10 = 10.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$x - y - 4 = 0$

$3x - 3y - 10 = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3}$ বা $\frac{1}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-4}{-10}$ বা $\frac{2}{5}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

∴ সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

**৪. $3x + 2y = 0; 6x + 4y = 0.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$3x + 2y = 0$

$6x + 4y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6}$ বা $\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4}$ বা $\frac{1}{2}$

এখানে, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

**৫. $3x + 2y = 0; 9x - 6y = 0.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$3x + 2y = 0$

$9x - 6y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9}$ বা $\frac{1}{3}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-6}$ বা $\frac{1}{-3}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। একটিমাত্র অনন্য সমাধান আছে।

**৬. $5x - 2y - 16 = 0; 3x - \frac{6}{5}y = 2.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$5x - 2y - 16 = 0$

$3x - \frac{6}{5}y = 0$

বা, $5x - 2y = 16$

$3x - \frac{6}{5}y = 2$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-\frac{6}{5}}$ বা $\left(\frac{-2}{1} \times \frac{5}{-6}\right)$ বা $\frac{5}{3}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{16}{2}$ বা $\frac{8}{1}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

∴ সমীকরণজোটটি অসমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির কোনো সমাধান নেই।

**৭. $-\frac{1}{2}x + y = -1; x - 2y = 2.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$-\frac{1}{2}x + y = -1$

$x - 2y = 2$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{-\frac{1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}$ বা $-\frac{1}{2}$

ধ্রুবক পদদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{c_1}{c_2} = -\frac{1}{2}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর নির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির অসংখ্য সমাধান আছে।

**৮. $-\frac{1}{2}x - y = 0 ; x - 2y = 0.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$-\frac{1}{2}x - y = 0$

$x - 2y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{-1}{2}}{1}$ বা $-\frac{1}{2}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-2}$ বা $\frac{1}{2}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র অনন্য সমাধান আছে।

৯. $\frac{-1}{2}x + y = -1;\ x + y = 5.$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$\frac{-1}{2}x + y = -1$

$x + y = 5$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{-1}{2}}{1}$ বা $\frac{-1}{2}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{1}$ বা $\frac{1}{1}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র অনন্য সমাধান আছে।

১০. $ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2.$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণজোট,

$ax - cy = 0$

$cx - ay = c^2 - a^2$

এখানে,

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a}{c}$

y এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-c}{-a} = \frac{c}{a}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

সুতরাং সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।



## অনুশীলনী ১২·২

প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১ – ৩):

১. $7x - 3y = 31;\ 9x - 5y = 41.$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$7x - 3y = 31$ .................. (i)

$9x - 5y = 41$ .................. (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$7x - 3y = 31$

বা, $-3y = 31 - 7x$

বা, $3y = 7x - 31$

∴ $y = \frac{7x - 31}{3}$ .................. (iii)

(ii) নং সমীকরণে $y = \frac{7x - 31}{3}$ বসিয়ে পাই,

$9x - 5\left(\frac{7x - 31}{3}\right) = 41$

বা, $\frac{27x - 35x + 155}{3} = 41$

বা, $-8x + 155 = 123$

বা, $-8x = 123 - 155$

বা, $-8x = -32$

বা, $8x = 32$ [-1 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x = \frac{32}{8}$

∴ $x = 4$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = \frac{7 \times 4 - 31}{3}$

$= \frac{28 - 31}{3} = -\frac{3}{3} = -1$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (4, -1)$

২. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1;\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1.$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ............. (i)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ............. (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{y}{3} = 1 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{2 - x}{2}$

∴ $y = \frac{6 - 3x}{2}$ ................ (iii)

(ii) নং সমীকরণে $y = \frac{6 - 3x}{2}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{3} + \frac{1}{2}\left(\frac{6 - 3x}{2}\right) = 1$

বা, $\frac{x}{3} + \frac{6 - 3x}{4} = 1$

বা, $\frac{4x + 18 - 9x}{12} = 1$

বা, $-5x + 18 = 12$

বা, $-5x = 12 - 18$

বা, $-5x = -6$

বা, $5x = 6$

বা, $x = \frac{6}{5}$

∴ $x = \frac{6}{5}$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = \frac{6 - 3 \times \frac{6}{5}}{2}$

$= \frac{6 - \frac{18}{5}}{2}$

$= \frac{30 - 18}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{6}{5}\right)$

৩. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$............... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ............. (ii)

**সমাধান** $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$............... (i)

$ax + by = a^2 + b^2$ ............. (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$

বা, $\frac{bx + ay}{ab} = 2$

বা, $bx + ay = 2ab$

বা, $bx = 2ab - ay$

বা, $x = \frac{2ab - ay}{b}$.......... (iii)

$y$ এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$7x - 8 \times 2 = -9$

বা, $7x = -9 + 16$

বা, $7x = 7$

বা, $x = \frac{7}{7}$

বা, $x = 1$

$\therefore x = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 2)$

৬. $ax + by = c;\ a^2x + b^2y = c^2$.

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$ax + by = c$ ............ (i)

$a^2x + b^2y = c^2$ ............ (ii)

(i) নং সমীকরণকে b দ্বারা এবং সমীকরণ (ii) নং সমীকরণকে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{r} abx + b^2y = bc \\ a^2x + b^2y = c^2 \\ (-)\quad (-)\qquad (-) \\ \hline \end{array}$$

বিয়োগ করে, $abx - a^2x = bc - c^2$

বা, $ax(b - a) = c(b - c)$

বা, $x = \frac{c(b - c)}{a(b - a)}$

$x$ এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$a\frac{c(b - c)}{a(b - a)} + by = c$

বা, $\frac{bc - c^2}{b - a} + by = c$

বা, $by = c - \frac{bc - c^2}{b - a}$

বা, $by = \frac{bc - ac - bc + c^2}{b - a}$

বা, $by = \frac{-ac + c^2}{b - a}$

বা, $by = \frac{-c(a - c)}{-(a - b)}$

বা, $y = \frac{c(a - c)}{b(a - b)}$

$\therefore y = \frac{c(c - a)}{b(b - a)}$

$\therefore$ সমাধান $(x, y) = \left(\frac{c(b - c)}{a(b - a)}, \frac{c(c - a)}{b(b - a)}\right)$

আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান কর (৭ – ১৫) :

৭. $2x + 3y + 5 = 0;\ 4x + 7y + 6 = 0$.

**সমাধান**

$2x + 3y + 5 = 0$

$4x + 7y + 6 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$\frac{x}{3\cdot6 - 7\cdot5} = \frac{y}{5\cdot4 - 6\cdot2} = \frac{1}{2\cdot7 - 4\cdot3}$

বা, $\frac{x}{18 - 35} = \frac{y}{20 - 12} = \frac{1}{14 - 12}$

বা, $\frac{x}{-17} = \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{x}{-17} = \frac{1}{2}$

বা, $x = \frac{-17}{2}$

আবার, $\frac{y}{8} = \frac{1}{2}$

বা, $y = \frac{8}{2} = 4$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{-17}{2}, 4\right)$

**৮. $3x - 5y + 9 = 0; 5x - 3y - 1 = 0.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - 5y + 9 = 0$

$5x - 3y - 1 = 0$

আড়গুণন করে পাই,

$$\frac{x}{-5(-1)-(-3)9} = \frac{y}{9.5-3(-1)} = \frac{1}{3(-3)-5(-5)}$$

বা, $\frac{x}{5+27} = \frac{y}{45+3} = \frac{1}{-9+25}$

বা, $\frac{x}{32} = \frac{y}{48} = \frac{1}{16}$

$\therefore \frac{x}{32} = \frac{1}{16}$

বা, $x = \frac{32}{16}$

বা, $x = 2$

আবার, $\frac{y}{48} = \frac{1}{16}$



বা, $y = \frac{48}{16}$

বা, $y = 3$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = (2,3)$

**৯. $x + 2y = 7; 2x - 3y = 0.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$x + 2y = 7$

$2x - 3y = 0$

সমীকরণজোটকে কে পক্ষান্তর করে পাই,

$x + 2y - 7 = 0$

$2x - 3y + 0 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{2\times0-(-3)(-7)} = \frac{y}{(-7)2-0\times1} = \frac{1}{1(-3)-2\times2}$$

বা, $\frac{x}{0-21} = \frac{y}{-14-0} = \frac{1}{-3-4}$

বা, $\frac{x}{-21} = \frac{y}{-14} = \frac{1}{-7}$

$\therefore x = \frac{-21}{-7} = 3$ এবং $y = \frac{-14}{-7} = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = (3,2)$

**১০. $4x + 3y = -12; 2x = 5.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = -12 \\ 2x = 5 \end{array}\right\}$ বা, $\begin{array}{l} 4x + 3y + 12 = 0 \\ 2x + 0y - 5 = 0 \end{array}$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{3(-5)-0\times12} = \frac{y}{2\times12-(4)(-5)} = \frac{1}{4\times0-2\times3}$$

বা, $\frac{x}{-15-0} = \frac{y}{-24-20} = \frac{1}{0-6}$

বা, $\frac{x}{-15} = \frac{y}{-44} = \frac{1}{-6}$

$\therefore x = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$ এবং $y = \frac{44}{-6} = \frac{-22}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = \left(\frac{5}{2}, -\frac{22}{3}\right)$

**১১. $-7x + 8y = 9; 5x - 4y = -3.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\left.\begin{array}{l} -7x + 8y = 9 \\ 5x - 4y = -3 \end{array}\right\}$ বা, $\begin{array}{l} 7x - 8y + 9 = 0 \\ 5x - 4y + 3 = 0 \end{array}$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-8)3-(-4)9} = \frac{y}{9\times5-7\times3} = \frac{1}{7(-4)-5(-8)}$$

বা, $\frac{x}{-24+36} = \frac{y}{45-21} = \frac{1}{-28+40}$

বা, $\frac{x}{12} = \frac{y}{24} = \frac{1}{12}$

$\therefore \frac{x}{12} = \frac{1}{12}$

বা, $x = \frac{12}{12}$

বা, $x = 1$

আবার, $\frac{y}{24} = \frac{1}{12}$

বা, $y = \frac{24}{12}$

$\therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = (1,2)$

**১২. $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3.$**

**সমাধান** দেওয়া আছে, $3x - y - 7 = 0 = 2x + y - 3$

অর্থাৎ $3x - y - 7 = 0$ .................. (i)

এবং $2x + y - 3$ ......................... (ii)

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-1)(-3)-(-7)1} = \frac{y}{(-7)2-3(-3)} = \frac{1}{3\times1-(-1)\times2}$$

বা, $\frac{x}{3+7} = \frac{y}{-14+9} = \frac{1}{3+2}$

বা, $\frac{x}{10} = \frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

$\therefore \frac{x}{10} = \frac{1}{5}$

বা, $x = \frac{10}{5}$

বা, $x = 2$

আবার, $\frac{y}{-5} = \frac{1}{5}$

বা, $y = \frac{-5}{5}$

$\therefore y = -1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, -1)$

**১৩. $ax + by = a^2 + b^2; 2bx - ay = ab.$**

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\left.\begin{array}{l} ax + by = a^2 + b^2 \\ 2bx - ay = ab \end{array}\right\}$ বা, $\begin{array}{l} ax + by - (a^2 + b^2) = 0 \\ 2bx - ay - ab = 0 \end{array}$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{b(-ab)-(-a)\{-(a^2+b^2)\}} = \frac{y}{-(a^2+b^2)2b-(-ab)a} = \frac{1}{(-a)-2b\times b}$$

বা, $\frac{x}{-ab^2-a^3-ab^2} = \frac{y}{-2a^2b-2b^3+a^2b} = \frac{1}{-a^2-2b^2}$

বা, $\frac{x}{-(a^3+2ab^2)} = \frac{y}{-(a^2b+2b^3)} = \frac{1}{-(a^2+2b^2)}$

বা, $\frac{x}{(a^3+2ab^2)} = \frac{y}{a^2b+2b^3} = \frac{1}{a^2+2b^2}$

$\therefore \frac{x}{a^3+2ab^2} = \frac{1}{a^2+2b^2}$

বা, $x = \frac{a(a^2+2b^2)}{(a^2+2ab^2)}$

বা, $x = a$

আবার, $\frac{y}{a^2b+2b^3} = \frac{1}{a^2+2b^2}$

বা, $y = \frac{b(a^2+2b^2)}{(a^2+2b^2)}$

$\therefore y = b$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = (a,b)$

১৪. $y(3 + x) = x(6 + y); 3(3 + x) = 5(y - 1)$.

**সমাধান**

এখানে,

$y(3 + x) = x(6 + y)$

বা, $3y + xy = 6x + xy$

বা, $3y + xy - 6x - xy = 0$

বা, $3y - 6x = 0$

বা, $2x - y + 0 = 0$ ........................... (i)

আবার, $3(3 + x) = 5(y - 1)$

বা, $9 + 3x = 5y - 5$

বা, $9 + 3x - 5y + 5 = 0$

বা, $3x - 5y + 14 = 0$ .................... (ii)

∴ সমীকরণদ্বয়,

$2x - y + 0 = 0$

$3x - 5y + 14 = 0$

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-1)14 - (-5)0} = \frac{y}{0.3 - 14 \times 2} = \frac{1}{2(-5) - 3(-1)}$$

বা, $\frac{x}{-14 - 0} = \frac{y}{0 - 28} = \frac{1}{-10 + 3}$

বা, $\frac{x}{-14} = \frac{y}{-28} = \frac{1}{-7}$

বা, $\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{1}{1}$ [প্রত্যেক অনুপাতকে $-7$ দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \frac{x}{2} = 1$

বা, $x = 2$



আবার, $\frac{y}{4} = 1$

বা, $y = 4$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, 4)$

১৫. $(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

$5x - 11y + 35 = 0$.

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$(x + 7)(y - 3) + 7 = (y + 3)(x - 1) + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 21 + 7 = xy - y + 3x - 3 + 5$

বা, $xy - 3x + 7y - 14 - xy + y - 3x - 2 = 0$

বা, $-6x + 8y - 16 = 0$

$\therefore 6x - 8y + 16 = 0$ .............................. (i)

এবং $5x - 11y + 35 = 0$ ......................... (ii)

আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-8)35 - (-11)16} = \frac{y}{16 \times 5 - 35 \times 6} = \frac{1}{6(-11) - 5(-8)}$$

বা, $\frac{x}{-280 + 176} = \frac{y}{80 - 210} = \frac{1}{-66 + 40}$

বা, $\frac{x}{-104} = \frac{y}{-130} = \frac{1}{-26}$

বা, $\frac{x}{104} = \frac{y}{130} = \frac{1}{26}$

$\therefore \frac{x}{104} = \frac{1}{26}$

বা, $x = \frac{104}{26} = 4$

আবার, $\frac{y}{130} = \frac{1}{26}$

বা, $y = \frac{130}{26} = 5$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (4, 5)$

## ▸▸ অনুশীলনী ১২.৩

**লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর :**

১. $3x + 4y = 14$

$4x - 3y = 2$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + 4y = 14$ ...................... (i)

$4x - 3y = 2$ ......................... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$4y = 14 - 3x$

বা, $y = \frac{14 - 3x}{4}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 2 | −2 | 6 |
| y | 2 | 5 | 1 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 2), (− 2, 5).

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$-3y = 2 - 4x$

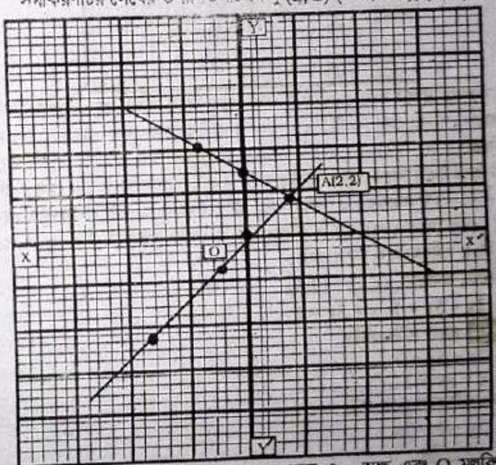
বা, $3x = 4x - 2$

$\therefore y = \frac{4x - 2}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 2 | −4 | 5 |
| y | 2 | −6 | 6 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (2, 2) (− 4, − 6), (5, 6)




মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, (i)নং সমীকরণের (2, 2), (− 2, 5), (6, − 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরল রেখা আবার, (ii)নং সমীকরণের (2, 2), (-4, -6), (5, 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। তাহলে লেখটি হবে একটি সরলরেখা। ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক A (2,2), যা উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x,y) = (2,2)$

২. $2x - y = 1; 5x + y = 13$.

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x - y = 1$ ......................... (i)

$5x + y = 13$ ....................... (ii) (i)নং সমীকরণ হতে পাই,

$-y = 1 - 2x$

বা, $y = 2x - 1$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 2 | 4 |
| y | −1 | 3 | 7 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, − 1), (2, 3), (4, 7)

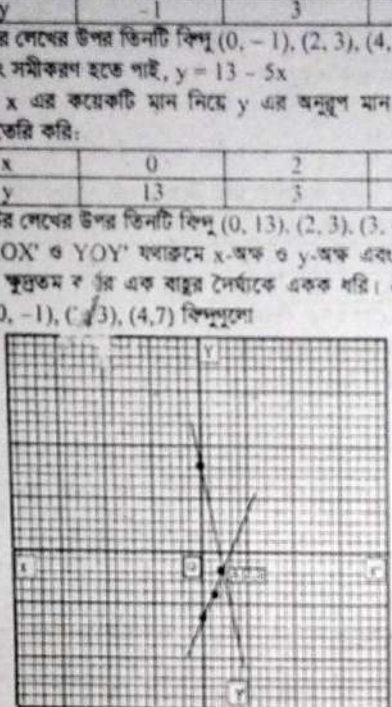
আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $y = 13 - 5x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 2 | 3 |
| y | 13 | 3 | −2 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 13), (2, 3), (3, − 2)

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, (i) নং সমীকরণের (0, −1), (2, 3), (4,7) বিন্দুগুলো



ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $2x - y = 1$ সমীকরণের লেখ। আবার, (ii) নং সমীকরণের (0, 13), (2, 3), (3, −2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $5x + y = 13$ সমীকরণের লেখ। ধরি, সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে 2 ও 3. A এর মান উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

∴ নির্ণেয় সমাধান, (x,y) = (2,3).

৩. $2x + 5y = 1;\ x + 3y = 2.$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$2x + 5y = 1$ .................. (i)

$x + 3y = 2$ .................. (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$5y = 1 - 2x$

$\therefore y = \frac{1 - 2x}{5}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | −2 | −7 | 3 |
| y | 1 | 3 | −1 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (−2, 1), (− 7, 3), (3, − 1)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

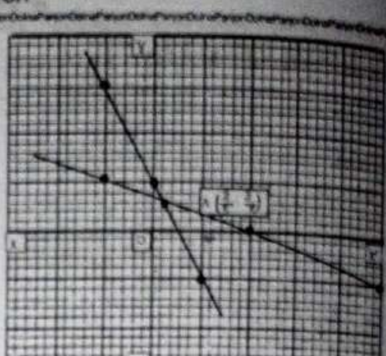
$3y = 2 - x$

$\therefore y = \frac{2 - x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | −1 | −7 | −4 |
| y | 1 | 3 | 2 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (−1, 1), (−7, 3), (−4, 2)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন (i) নং সমীকরণের (− 2, 1), (− 7, 3), (3, − 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই $2x + 5y = 1$ সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (− 1, 1), (− 7, 3), (−4, 2) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটিই $x + 3y = 2$ সমীকরণের লেখ।

ধরি, প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে − 7 ও 3.

∴ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (− 7, 3)

৪. $3x - 2y = 2;\ 5x - 3y = 5.$

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x - 2y = 2$ .................. (i)

$5x - 3y = 5$ .................. (ii)

(i)নং সমীকরণ হতে পাই,

$-2y = 2 - 3x$

বা, $2y = 3x - 2$

$\therefore y = \frac{3x - 2}{2}$



সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | −2 | 2 | 4 |
| y | −4 | 2 | 5 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (−2, − 4), (2, 2), (4, 5)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$-3y = 5 - 5x$

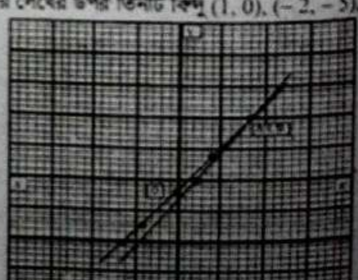
বা, $3y = 5x - 5$

$\therefore y = \frac{5x - 5}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | −2 | 4 |
| y | 0 | −5 | 5 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 0), (− 2, − 5), (4, 5)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, (i) নং সমীকরণের (−2, −4), (2, 2), (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা $3x - 2y = 2$ সমীকরণের লেখ। আবার (ii) নং সমীকরণের (1, 0), (−2, −5), (4, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এই সরলরেখা $5x - 3y = 5$ সমীকরণের লেখ। ধরি, প্রাপ্ত সরলরেখা দুটি A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে 4 ও 5.

∴ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (4, 5)

৫. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ ; $2x + 3y = 13$.

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ .................... (i)

$2x + 3y = 13$ .................... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{y}{3} = 2 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{4 - x}{2}$

বা, $y = \frac{12 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| x | 0 | 4 | 2 |
|---|---|---|---|
| y | 6 | 0 | 3 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু, (0, 6), (4, 0), (2, 3)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

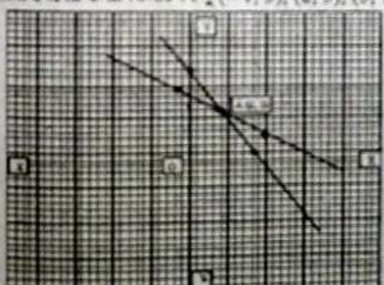
$3y = 13 - 2x$

বা, $y = \frac{13 - 2x}{3}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| x | −1 | 2 | 5 |
|---|---|---|---|
| y | 5 | 3 | 1 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (−1, 5), (2, 3), (5, 1)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, (i) নং সমীকরণের (0, 6), (4, 0), (2, 3) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$ সমীকরণের লেখ। আবার, (ii) নং সমীকরণের (−1, 5), (2, 3), (5, 1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল।

এটি $2x + 3y = 13$ সমীকরণের লেখ। সমীকরণ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে 2 ও 3.

∴ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (2, 3)

৬. $3x + y = 6$; $5x + 3y = 12$.

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + y = 6$ .................... (i)

$5x + 3y = 12$ .................... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$y = 6 - 3x$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| x | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| y | 3 | 0 | −3 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 3), (2, 0), (3, −3)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

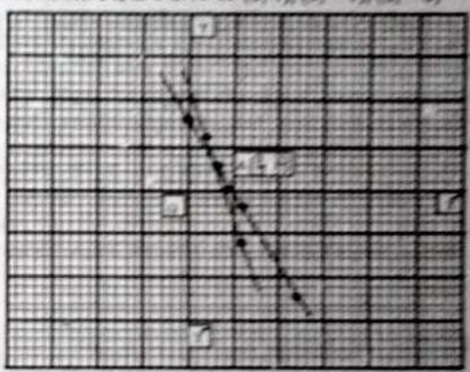
$3y = 12 - 5x$

বা, $y = \frac{12 - 5x}{3}$

∴ সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| x | 0 | 3 | 6 |
|---|---|---|---|
| y | 4 | −1 | −6 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি (0, 4), (3, −1), (6, −6)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

এখন, ছক কাগজে (i) নং সমীকরণের (1, 3), (2, 0), (3, −3) বিন্দুগুলো স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x + y = 6$ সমীকরণের লেখ। আবার, (ii) নং সমীকরণের (0, 4), (3, −1), (6, −6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $5x + 3y = 12$ সমীকরণের লেখ। মনে করি, সরলরেখা দুটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

৭. $3x + 2y = 4$; $3x - 4y = 1$.

**সমাধান** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$3x + 2y = 4$ .................... (i)

$3x - 4y = 1$ .................... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$2y = 4 - 3x$

∴ $y = \frac{4 - 3x}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| x | 0 | −2 | 2 |
|---|---|---|---|
| y | 2 | 5 | −1 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 2), (−2, 5), (2, −1)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

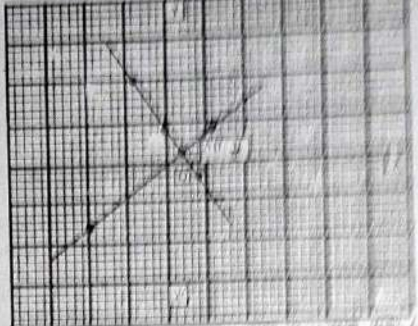
$-4y = 1 - 3x$

বা, $4y = 3x - 1$ ∴ $y = \frac{3x-1}{4}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | −1 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| y | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (−1, −1), (3, 2), (−5, −4)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। এখন, (i) নং সমীকরণের (0, 2), (−2, 5), (2, −1) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x + 2y = 4$ সমীকরণের লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (−1, −1), (3, 2), (−5, −4) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এটি $3x - 4y = 1$ সমীকরণের লেখ। লেখ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর ভুজ ও কোটি যথাক্রমে 1 ও $\frac{1}{2}$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$

৮. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ ; $x + \frac{y}{6} = 3$.

**সমাধান**

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$ ............ (i)

$x + \frac{y}{6} = 3$ .......... (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

বা, $\frac{y}{3} = 3 - \frac{x}{2}$

বা, $\frac{y}{3} = \frac{6-x}{2}$

বা, $2y = 18 - 3x$

∴ $y = \frac{18-3x}{2}$

∴ সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

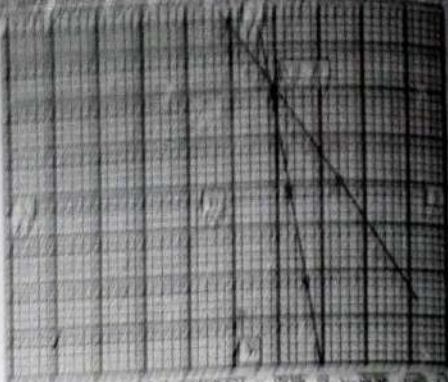
| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 2 | 6 |
| y | 9 | 6 | 0 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (0, 9), (2, 6), (6, 0)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

$\frac{y}{6} = 3 - x$

∴ $y = 18 - 6x$



(i) নং সমীকরণ হতে ... $2x + y = 6$ ... ∴ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 6)$ [illegible]

... $y$ ... (i)

... (ii)

(i) নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

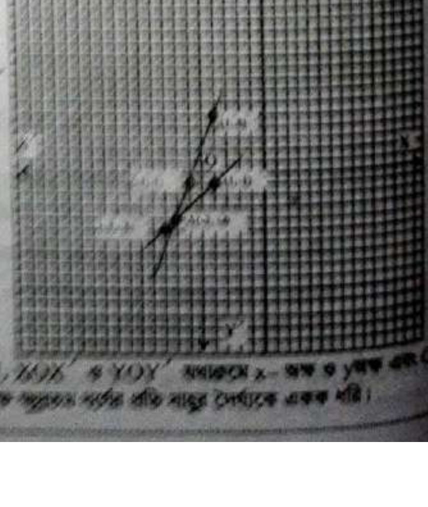
| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | −2 | −1 |
| y | 5 | −4 | −1 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 5), (−2, 4), (−1, −1)

আবার, (ii) নং সমীকরণটিতে x এর সুবিধামতো কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | −2 | −3 |
| y | −1 | −4 | −5 |

∴ সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (−1, −1), (−2, −4), (−3, −5)



মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

(i) নং সমীকরণের (1, 5), (– 2, – 4) ও (– 1, – 1) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x + 2$ সমীকরণটির লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (1, –1), (– 2, – 4) ও (– 3, – 5) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = x - 2$ সমীকরণটির লেখ।

এই সরলরেখা পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ – 2

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান, $x = -2$

১০. $3x - 7 = 3 - 2x$.

**সমাধান** $3x - 7 = 3 - 2x$ -এর প্রত্যেক পক্ষকে y ধরি।

অতএব, $y = 3x - 7$ ....... (i)

এবং $y = 3 - 2x$ ....... (ii)

সমীকরণ (i)-এ x এর সুবিধামতো কয়েকটি মানের জন্য y-এর অনুরূপ মান নির্ণয় করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

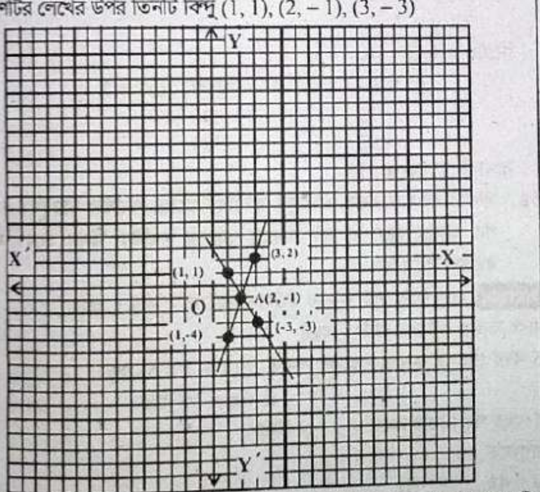
| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 |
| y | – 4 | – 1 | 2 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, – 4), (2, – 1), (3, 2)

আবার, সমীকরণ (ii)-এ x এর সুবিধামতো কয়েকটি মানের জন্য y-এর অনুরূপ মান নির্ণয় করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 1 | 2 | 3 |
| y | 1 | –1 | –3 |

সমীকরণটির লেখের উপর তিনটি বিন্দু (1, 1), (2, – 1), (3, – 3)




মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x– অক্ষ ও y–অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষে ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি।

(i) নং সমীকরণের (1, – 4), (2, – 1) ও (3, 2) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3x - 7$ সমীকরণটির লেখ।

আবার, (ii) নং সমীকরণের (1, 1), (2, – 1) ও (3, – 3) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাটিকে উভয়দিকে বর্ধিত করি। অতএব, এটিই $y = 3 - 2x$ সমীকরণটির লেখ।

এই সরলরেখা পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় রেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 2

সুতরাং নির্ণেয় সমাধান, $x = 2$

## ▸▸ অনুশীলনী ১২.৪

১. নিচের কোন শর্তে $ax + by + c = 0$ ও $px + qy + r = 0$ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল হবে?

**(ক)** $\frac{a}{p} \neq \frac{b}{q}$ (খ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = \frac{c}{r}$ (গ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q} \neq \frac{c}{r}$ (ঘ) $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$

২. $x + y = 4$, $x - y = 2$ হলে (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

(ক) (2, 4) (খ) (4, 2) **(গ)** (3, 1) (ঘ) (1, 3)

৩. $x + y = 6$ ও $2x = 4$ হলে, y মান কত?

(ক) 2 **(খ)** 4 (গ) 6 (ঘ) 8

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 2 | 4 |
| y | – 4 | 0 | 4 |

৪. নিচের কোনটির জন্য উপরের ছকটি সঠিক?

(ক) $y = x - 4$ (খ) $y = 8 - x$ (গ) $y = 4 - 2x$ **(ঘ)** $y = 2x - 4$

৫. $2x - y = 8$ এবং $x - 2y = 4$ হলে, $x + y$ = কত?

(ক) 0 **(খ)** 4 (গ) 8 (ঘ) 12

৬. $x - y - 4 = 0$ ও $3x - 3y - 10 = 0$ সমীকরণদ্বয়–

i. পরস্পর নির্ভরশীল ii. পরস্পর সমঞ্জস্য

iii. এর সমাধান নেই

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) ii **(খ)** iii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৭ – ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

আয়তাকার একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেক্ষা 2 মিটার বেশি এবং মেঝের পরিসীমা 20 মিটার। ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে প্রতি বর্গমিটারে 900 টাকা খরচ হয়।

৭. ঘরটির মেঝের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

(ক) 10 (খ) 8 **(গ)** 6 (ঘ) 4

৮. ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

**(ক)** 24 (খ) 32 (গ) 48 (ঘ) 80

৯. ঘরটির মেঝে মোজাইক করতে মোট কত খরচ হবে?

(ক) 72000 (খ) 43200 (গ) 28800 **(ঘ)** 21600

সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান কর (১০ – ১৯) :

১০. কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরের প্রত্যেকটির সাথে 1 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{4}{5}$ হবে। আবার, লব ও হরের প্রত্যেকটি থেকে 5 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হবে। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, ভগ্নাংশটির লব = x
এবং হর = y

তাহলে, ভগ্নাংশটি = $\frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে, $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5}$

বা, $5x + 5 = 4y + 4$

বা, $5x - 4y = 4 - 5$

$\therefore 5x - 4y = -1$ ...................... (i)

এবং ২য় শর্তমতে, $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2}$

বা, $2x - 10 = y - 5$

বা, $2x - y = -5 + 10$

বা, $2x - y = 5$

বা, $2x = y + 5$

$\therefore x = \frac{y+5}{2}$ .............................. (ii)

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$5\left(\frac{y+5}{2}\right) - 4y = -1$

বা, $\frac{5y + 25 - 8y}{2} = -1$

বা, $25 - 3y = -2$

বা, $-3y = -2 - 25$

বা, $-3y = -27$

$\therefore y = 9$ [−3 দ্বারা ভাগ করে]

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = \frac{9+5}{2}$

$= \frac{14}{2} = 7$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \frac{7}{9}$

**১১. কোনো ভগ্নাংশের লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{2}$ হয়। আর লব থেকে 7 বিয়োগ এবং হর থেকে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{1}{3}$ হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, ভগ্নাংশটির লব $= x$

এবং হর $= y$

$\therefore$ ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{y}$

প্রথম শর্তানুসারে,

$\frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}$

বা, $2x - 2 = y + 2$

বা, $2x - y = 2 + 2$

বা, $2x - y = 4$ ………………(i)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$\frac{x-7}{y-2} = \frac{1}{3}$

বা, $3x - 21 = y - 2$

বা, $3x - y = 21 - 2$

বা, $3x - y = 19$ ………………(ii)

(ii) নং থেকে (i) নং বিয়োগ করে,

$3x - y - (2x - y) = 19 - 4$

বা, $3x - y - 2x + y = 15$

বা, $x = 15$

x-এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$2x + y = 4$

বা, $2.15 - y = 4$

বা, $30 - y = 4$

বা, $-y = 4 - 30$

বা, $-y = -26$

$\therefore y = 26$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $= \frac{15}{26}$

**১২. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। কিন্তু অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তা অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির আটগুণের সমান। সংখ্যাটি কত?**

**সমাধান** মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক $= x$

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক $= y$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যাটি $= 10x + y$

১ম শর্তমতে, $x = 3y + 1$ ………………… (i)

২য় শর্তমতে, $10x + y = 8(x + y)$ ………… (ii)

(ii) নং সমীকরণে $x = 3y + 1$ বসিয়ে পাই,

$10(3y + 1) + y = 8(3y + 1 + y)$

বা, $30y + 10 + y = 24y + 8 + 8y$

বা, $31y - 32y = 8 - 10$

বা, $-y = -2$

$\therefore y = 2$ [−1 দ্বারা ভাগ করে]

y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 3 \times 2 + 1$

$= 6 + 1 = 7$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10 \times 2 + 7$

$= 20 + 7 = 27$

**১৩. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের অন্তর 4; সংখ্যাটির … স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তার ও মূল সং… যোগফল 110; সংখ্যাটি নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্ক $= x$

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক $= y$

$\therefore$ সংখ্যাটি $= 10y + x$

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা হবে $= 10x + y$

আবার, যেহেতু কোন অঙ্কটি বড় তা আমাদের জানা নেই,

সেহেতু, ১ম শর্তানুসারে, $x - y = \pm 4$ ……. (i)

এবং দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$10x + y + 10y + x = 110$

বা, $11x + 11y = 110$

বা, $x + y = 10$ [উভয়পক্ষকে 11 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x + y = 10$ ……… (ii)

(ii) ও (i) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$x + y + x - y = 10 \pm 4$

বা, $2x = 2(5 \pm 2)$

বা, $x = 5 \pm 2$ [উভয় পক্ষকে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore x = 7$ অথবা, $x = 3$

x এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 7$ হলে, $7 + y = 10$

বা, $y = 10 - 7$

বা, $y = 3$

$x = 3$ হলে, $3 + y = 10$

বা, $y = 10 - 3$

বা, $y = 7$

$\therefore$ নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 10y + x$

$= 10.3 + 7$ অথবা, $10.7 + 3$

$= 30 + 7$ $= 70 + 3$

$= 37$ $= 73$

$\therefore$ সংখ্যাটি 37 অথবা, 73

**১৪. মাতার বর্তমান বয়স তার দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির চারগুণ। 5 … পর মাতার বয়স ঐ দুই কন্যার বয়সের সমষ্টির দ্বিগুণ হবে। … বর্তমান বয়স কত?**

**সমাধান** মনে করি, দুই কন্যার বর্তমান বয়সের সমষ্টি x বছর

এবং মাতার বর্তমান বয়স y বছর

5 বছর পর দুই কন্যার বয়সের সমষ্টি $= (x + 2 \times 5)$ বছর

$= x + 10$ বছর

5 বছর পর মাতার বয়স $= y + 4$ বছর

প্রশ্নমতে,

$y = 4x$ ……… (i)

আবার, $y + 5 = 2(x + 10)$

বা, $y = 2x + 20 - 5$

বা, $y = 2x + 15$

বা, $4x = 2x + 15$ [(i)নং হতে $y = 4x$ বসিয়ে]

বা, $4x = 2x + 15$

বা, $2x = 15$

বা, $x = \frac{15}{2}$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$y = 4 \times \frac{15}{2}$

$\therefore y = 30$

$\therefore$ মাতার বর্তমান বয়স 30 বছর

১৫. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম ও প্রস্থ 3 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 9 বর্গমিটার কম হবে। আবার দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি ও প্রস্থ 2 মিটার বেশি হলে ক্ষেত্রফল 67 বর্গমিটার বেশি হবে। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = x মিটার
এবং আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = y মিটার

∴ ক্ষেত্রফল = xy বর্গমিটার।

দৈর্ঘ্য 5 মিটার কম হলে নতুন দৈর্ঘ্য হবে = (x − 5) মিটার
প্রস্থ 3 " " " " " " = (y + 3) "

তখন ক্ষেত্রফল = (x − 5) (y + 3) বর্গমিটার

১ম শর্তমতে, $(x - 5)(y + 3) = xy - 9$

বা, $xy - 5y + 3x - 15 = xy - 9$

বা, $xy - 5y + 3x - 15 - xy + 9 = 0$

বা, $3x - 5y - 6 = 0$ ............ (i)

আবার,
দৈর্ঘ্য 3 মিটার বেশি হলে নতুন দৈর্ঘ্য হবে = (x + 3) মিটার
প্রস্থ 2 " " " " " " = (y + 2) "

তখন ক্ষেত্রফল = (x + 3) (y + 2) বর্গমিটার।

২য় শর্তমতে, $(x + 3)(y + 2) = xy + 67$

বা, $xy + 3y + 2x + 6 - xy - 67 = 0$

বা, $2x + 3y - 61 = 0$ ............ (ii)

(i) নং সমীকরণকে 3 এবং (ii) নং সমীকরণকে 5 দ্বারা গুণ করে যোগ করে পাই,

$19x - 323 = 0$

বা, $19x = 323$

বা, $x = \frac{323}{19}$

∴ $x = 17$

x এর মান (i) নং বসিয়ে পাই,

$3 \times 17 - 5y - 6 = 0$

বা, $-5y = 6 - 51$

বা, $-5y = -45$

বা, $5y = 45$

বা, $y = \frac{45}{5}$

∴ $y = 9$

∴ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 17 মিটার এবং প্রস্থ 9 মিটার।



১৬. একটি নৌকা দাঁড় বেয়ে স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 15 কি.মি. যায় এবং স্রোতের প্রতিকূলে যায় ঘণ্টায় 5 কি.মি.। নৌকার ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, নৌকার বেগ = x কি.মি./ঘণ্টা
এবং স্রোতের বেগ = y কি.মি./ঘণ্টা

১ম শর্তমতে, $x + y = 15$ ............ (i)

২য় শর্তমতে, $x - y = 5$ ............ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$2x = 20$

বা, $x = \frac{20}{2}$

∴ $x = 10$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$10 + y = 15$

বা, $y = 15 - 10$

∴ $y = 5$

∴ নির্ণেয় নৌকার বেগ 10 কি.মি./ঘণ্টা এবং স্রোতের বেগ 5 কি.মি/ঘণ্টা

১৭. একজন গার্মেন্টস শ্রমিক মাসিক বেতনে চাকরি করেন। প্রতিবছর শেষে একটি নির্দিষ্ট বেতন বৃদ্ধি পান। তার মাসিক বেতন 4 বছর পর 4500 টাকা ও 8 বছর পর 5000 টাকা হয়। তার চাকরি শুরুর বেতন ও বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, চাকরি শুরুর বেতন = x টাকা
এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ = y টাকা।

4 বছর বেতন বৃদ্ধি = 4y টাকা
এবং 8 " " " = 8y টাকা

১ম শর্তমতে, $x + 4y = 4500$ ............ (i)

২য় শর্তমতে, $x + 8y = 5000$ ............ (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) বিয়োগ করে পাই,

$x + 4y - x - 8y = 4500 - 5000$

বা, $-4y = -500$

বা, $4y = 500$

বা, $y = \frac{500}{4}$

∴ $y = 125$

y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x + 4 \times 125 = 4500$

বা, $x + 500 = 4500$

বা, $x = 4500 - 500$

∴ $x = 4000$

সুতরাং চাকরি শুরুর বেতন 4000 টাকা এবং বার্ষিক বেতন বৃদ্ধির পরিমাণ 125 টাকা।

১৮. একটি সরল সমীকরণজোট **x + y = 10; 3x − 2y = 0.**

ক. দেখাও যে, সমীকরণজোটটি সমঞ্জস। এর কয়টি সমাধান আছে? ২

খ. সমীকরণজোটটি সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ৪

গ. সমীকরণদ্বয় দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাদ্বয় x−অক্ষের সাথে যে ত্রিভুজ গঠন করে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

**✔ ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর ▸**

**ক** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $x + y = 10$
এবং $3x - 2y = 0$

x এর সহগদ্বয়ের অনুপাত, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$

y " " " $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2}$

যেহেতু, $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ সমীকরণজোটটি সমঞ্জস ও পরস্পর অনির্ভরশীল। সমীকরণজোটটির একটিমাত্র (অনন্য) সমাধান আছে।

**খ** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়: $x + y = 10$ ............ (i)

$3x - 2y = 0$ ............ (ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে (ii) নং সমীকরণের সাথে যোগ করি,

$$\begin{array}{l} 2x + 2y = 20 \\ 3x - 2y = 0 \\ \hline 5x \quad\ \ = 20 \end{array}$$

বা, $x = \frac{20}{5}$

∴ $x = 4$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$4 + y = 10$

বা, $y = 10 - 4$

∴ $y = 6$

∴ নির্ণেয় সমাধান, (x,y) = (4,6)

**গ** প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়: $x + y = 10$ ............ (i)

$3x - 2y = 0$ ............ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$y = 10 - x$

সমীকরণটিতে x-এর কয়েকটি মান নিয়ে y-এর অনুরূপ মান বের করি। এবং নিচের ছকটি তৈরি করি:

| x | 0 | 5 | 10 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| y | 10 | 5 | 0 | 6 |

∴ (i) নং সমীকরণের লেখের উপরস্থ বিন্দুগুলো হলো (0, 10), (5, 5), (10, 0), (5, 6)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

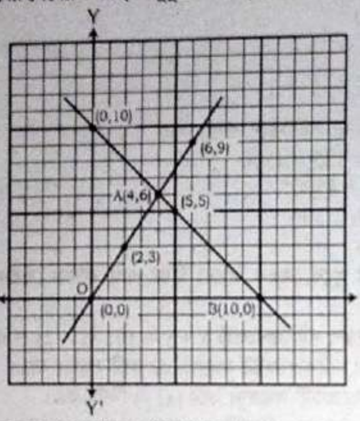
$2y = 3x$

∴ $y = \frac{3}{2}x$

সমীকরণটিতে x-এর কয়েকটি মান নিয়ে y-এর অনুরূপ মান বের করি। এবং নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 2 | 6 | 4 |
| y | 0 | 3 | 9 | 6 |

(ii) নং সমীকরণের লেখের উপরস্থ বিন্দুগুলো হলো (0, 0), (2, 3), (6, 9), (4, 6)




মনে করি, ছক কাগজের XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

এখন ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (i) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত লেখের (0, 10), (5, 5), (10, 0), (4, 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। অতঃপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত লেখের (0, 0), (2, 3), (6, 9), (4, 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আর একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় সরলরেখাদ্বয় x অক্ষের সাথে ΔAOB গঠন করেছে। যার ভূমি 10 একক এবং উচ্চতা 6 একক।

∴ ΔAOB এর ক্ষেত্রফল $= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 6\right)$ বর্গ একক

= 30 বর্গ একক

∴ নির্ণেয় ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 30 বর্গ একক।

**১৯. কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান পূর্ণসংখ্যা 1 হয়।**

ক. ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণজোট গঠন কর। ২

খ. সমীকরণজোটটি আড়গুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় কর। ভগ্নাংশটি কত? ৪

গ. সমীকরণজোটটির লেখ অঙ্কন করে (x, y) এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই কর। ৪

**✔ ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর ▸**

**ক** মনে করি, ভগ্নাংশটি $= \frac{x}{y}$

১ম শর্তমতে, $\frac{x+7}{y} = 2$

বা, $x + 7 = 2y$

বা, $x - 2y + 7 = 0$ ............................ (i)

২য় শর্তমতে, $\frac{x}{y-2} = 1$

বা, $x = y - 2$

বা, $x - y + 2 = 0$ ............................ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণই নির্ণেয় সমীকরণজোট।

**খ** প্রদত্ত সমীকরণজোট: $x - 2y + 7 = 0$ ........ (i)

$x - y + 2 = 0$ ........ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ হতে আড়গুণন পদ্ধতিতে পাই,

$$\frac{x}{(-2)2-(-1)7} = \frac{y}{1\times 7 - 1\times 2} = \frac{1}{1(-1)-1(-2)}$$

বা, $\frac{x}{-4+7} = \frac{y}{7-2} = \frac{1}{-1+2}$

বা, $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = 1$

এখন, $\frac{x}{3} = 1$

বা, $x = 3$

আবার, $\frac{y}{5} = 1$

বা, $y = 5$

∴ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (3, 5)$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $= \frac{3}{5}$



**গ** প্রদত্ত সমীকরণজোট: $x - 2y + 7 = 0$ ........................ (i)

$x - y + 2 = 0$ ........................ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$-2y = -x - 7$

বা, $2y = x + 7$ [−1 দ্বারা গুণ করে]

∴ $y = \frac{x+7}{2}$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি। নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 1 | 3 | 5 | 9 |
| y | 4 | 5 | 6 | 8 |

(i) নং সমীকরণের লেখের উপরস্থ বিন্দুগুলো হলো (1, 4), (3, 5), (5, 6), (9, 8)

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই,

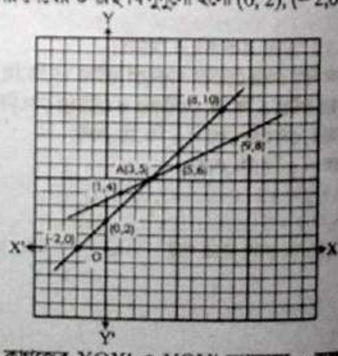
$-y = -x - 2$

বা, $y = x + 2$

সমীকরণটিতে x এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি। নিচের ছকটি তৈরি করি:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | 0 | −2 | 3 | 8 |
| y | 2 | 0 | 5 | 10 |

(ii) নং সমীকরণের লেখের উপরস্থ বিন্দুগুলো হলো (0, 2), (−2,0), (3,5), (8,10)




মনে করি, ছক কাগজের XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু।

এখন, ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (i) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত লেখের (1, 4), (3, 5), (5, 6), (9, 8) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। অতঃপর বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। প্রাপ্ত রেখাটি x − 2y + 7 = 0 সমীকরণের লেখ। আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে প্রাপ্ত (0, 2), (−2, 0), (3, 5), (8, 10) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে যোগ করি এবং উভয়দিকে বর্ধিত করি। ফলে আরও একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। এ রেখা x − y + 2 = 0 সমীকরণের লেখ।

(i) ও (ii) নং সরলরেখাদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায় A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (3, 5), যা (খ) নং এর প্রাপ্ত মানের সমান। সুতরাং (খ) নং এর প্রাপ্ত মানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

# ▸▸ ত্রয়োদশ অধ্যায় : সসীম ধারা
## (Finite Series)

### ▸▸ অনুশীলনী ১৩.১

১. $13 + 20 + 27 + 34 \dots\dots\dots + 111$ ধারাটির পদ সংখ্যা কত?

ক 10  খ 13  ● 15  ঘ 20

২. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots\dots + 62$ ধারাটি–

i. একটি সসীম ধারা
ii. একটি গুণোত্তর ধারা
iii. এর 19তম 59

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii  ● i ও iii  গ ii ও iii  ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৩ – ৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$7 + 13 + 19 + 25 + \dots\dots$ একটি ধারা।

৩. ধারাটির 15 তম পদ কোনটি?

ক 10  খ 89  গ 97  ঘ 104

[বি.দ্র: সঠিক উত্তর 91]

৪. ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি কত?

ক 141  খ 1210  ● 1280  ঘ 2560

৫. $2 - 5 - 12 - 19 \dots\dots\dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

**সমাধান** প্রদত্ত $2 - 5 - 12 - 19$ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 2$

$\therefore$ সাধারণ অন্তর, $d = -5 - 2 = -7$

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore$ 12তম পদ $= 2 + (12 - 1)(-7)$
$= 2 + 11 \times (-7)$
$= 2 - 77$
$= -75$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ অন্তর –7 এবং 12তম পদ –75.

৬. $8 + 11 + 14 + 17 + \dots\dots\dots$ ধারাটির কোন পদ 392?

**সমাধান** প্রদত্ত $8 + 11 + 14 + 17 + \dots\dots$ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার, প্রথম পদ, $a = 8$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 8 = 3$

মনে করি, nতম পদ = 392

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore a + (n - 1)d = 392$

বা, $8 + (n - 1)3 = 392$

বা, $(n - 1)3 = 392 - 8$

বা, $n - 1 = \frac{384}{3}$

বা, $n = 128 + 1$

$\therefore n = 129$

$\therefore$ ধারাটির 129তম পদ 392

৭. $4 + 7 + 10 + 13 + \dots\dots\dots$ ধারাটির কোন পদ 301?

**সমাধান** এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 4$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি, প্রদত্ত ধারার n-তম পদ = 301

বা, $a + (n - 1)d = 301$

বা, $4 + (n - 1)3 = 301$

বা, $4 + 3n - 3 = 301$

বা, $3n = 301 + 3 - 4$

বা, $3n = 300$

$\therefore n = 100$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার 100-তম পদ 301



৮. কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n ও n তম পদ m হলে, (m + n) তম পদ কত?

**সমাধান** মনে করি, একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a
সাধারণ অন্তর = d

$\therefore$ ধারাটির m তম পদ $= a + (m - 1)d$
 " n " " $= a + (n - 1)d$

শর্তমতে, $a + (m - 1)d = n \dots\dots\dots\dots$ (i)

এবং $a + (n - 1)d = m \dots\dots\dots\dots$ (ii)

(i) নং সমীকরণ হতে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$(m - n)d = n - m$

বা, $d = \frac{-(m - n)}{(m - n)}$

$\therefore d = -1$

$\therefore$ ধারাটির (m + n) তম পদ $= a + (m + n - 1)d$
$= a + \{(m - 1) + n\}d$
$= a + (m - 1)d + nd$
$= n + n(-1)$ [মান বসিয়ে]
$= n - n = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় (m + n) তমপদ 0.

৯. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots\dots$ ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান** প্রদত্ত $1 + 3 + 5 + \dots\dots\dots$ ধারাটি একটি সমান্তর ধারা

প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

পদ সংখ্যা = n

$\therefore$ ধারাটির n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$
$= \frac{n}{2}\{2.1 + (n - 1)2\}$
$= \frac{n}{2}\{2 + 2n - 2\} = \frac{n}{2}2n = n^2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $n^2$

১০. $8 + 16 + 24 + 2 \dots\dots\dots$ ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান** $8 + 16 + 24 + \dots\dots\dots\dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 8$

সাধারণ অন্তর, $d = 16 - 8 = 8$

পদ সংখ্যা, $n = 9$

আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি

$= \frac{9}{2}\{2.8 + (9 - 1).8\}$

$= \frac{9}{2}(16 + 64) = \frac{9}{2} \times 80$

$= 9 \times 40 = 360$

১১. $5 + 11 + 17 + 23 + \dots\dots + 59 =$ কত?

**সমাধান** $5 + 11 + 17 + 23 + \dots\dots\dots + 59$

এটি একটি সমান্তর ধারা।

প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 5 = 6$

মনে করি, পদ সংখ্যা = n

তাহলে, n তম পদ = 59

আমরা জানি, n তম পদ $= a + (n - 1)d$

শর্তমতে, $a + (n - 1)d = 59$

বা, $5 + (n - 1)6 = 59$   $[\because a = 5, d = 6]$

বা, $5 + 6n - 6 = 59$

বা, $6n = 59 + 1$

বা, $n = \frac{60}{6}$

$\therefore n = 10$

আবার, সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি $S_{10}=\frac{10}{2}\{2.5+(10-1).6\}$
$=5\times\{10+54\}$
$=5\times 64=320$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল 320

**১২. 29 + 25 + 21 + ........ – 23 = কত?**

**সমাধান** 29 + 25 + 21 + ......... – 23
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার,
প্রথম পদ, a = 29
সাধারণ অন্তর, d = 25 – 29 = – 4
মনে করি, পদ সংখ্যা = n
তাহলে, n তম পদ = – 23
আমরা জানি, n তম পদ = a + (n – 1) d
শর্তমতে, a + (n – 1) d = – 23
বা, 29 + (n – 1). (– 4) = – 23
বা, 29 – 4n + 4 = – 23
বা, – 4n = – 23 – 33
বা, – 4n = – 56
বা, 4n = 56 [– 1 দ্বারা উভয় পক্ষকে গুণ করে]
বা, $n=\frac{56}{4}$
$\therefore$ n = 14
সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি
$S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$\therefore$ প্রথম 14 টি পদের সমষ্টি
$S_{14}=\frac{14}{2}\{2.29+(14-1).(-4)\}=7(58-52)=7\times 6=42$
$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল = 42 (Ans)

**১৩. কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?**

**সমাধান** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d
সমান্তর ধারার n তম পদ = a + (n – 1) d
$\therefore$ 12 তম পদ = a + (12 – 1) d = a + 11d
প্রশ্নমতে, a + 11d = 77
সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি, $S_{23}=\frac{23}{2}\{2a+(23-1)d\}$
$=\frac{23}{2}\{2a+22d\}$
$=\frac{23}{2}.2(a+11d)$
$=23\times 77\quad[\because a+11d=77]$
$=1771$
$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি 1771

**১৪. একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ – 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?**

**সমাধান** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a
এবং সাধারণ অন্তর = d
$\therefore$ ধারাটির 16 তম পদ, a + (16 – 1) d = 20
বা, a + 15d = 20
$\therefore$ ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি, $S_{31}=\frac{31}{2}\{2a+(31-1)d\}$
$=\frac{31}{2}(2a+30d)$
$=\frac{23}{2}\{2(a+15d)\}$
$=\frac{31}{2}\times 2\times 20\quad[\because a+15d=20]$
$=31\times 20=620$
$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি 620.

**১৫. 9 + 7 + 5 + .......... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল – 144 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।**

**সমাধান** প্রদত্ত ধারা 9 + 7 + 5 + ............
ধারাটি একটি সমান্তর ধারা
এর প্রথম পদ, a = 9
সাধারণ অন্তর d = 7 – 9 = – 2
পদসংখ্যা = n, সমষ্টি $S_n=-144$
প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি
$S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
$=\frac{n}{2}\{2.9+(n-1).(-2)\}$
$=\frac{n}{2}\{18-2n+2\}$
$=\frac{n}{2}\{20-2n\}$
$=\frac{n}{2}.2(10-n\}$
$=n(10-n)$
প্রশ্নমতে, n (10 – n) = – 144
বা, $10n-n^2=-144$
বা, $n^2-10n=144$ [উভয়পক্ষকে – 1 দ্বারা গুণ করে]
বা, $n^2-10n-144=0$
বা, $n^2-18n+8n-144=0$
বা, n (n – 18) + 8 (n – 18) = 0
বা, (n – 18) (n + 8) = 0
$\therefore$ n – 18 = 0 অথবা, n + 8 = 0
বা, n = 18 বা, n = – 8
এখানে, n = – 8 গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore$ n = 18
$\therefore$ নির্ণেয় মান n = 18



**১৬. 2 + 4 + 6 + 8 + ............. ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।**

**সমাধান** 2+4+6+8+......... ধারাটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, a=2
সাধারণ অন্তর, d = 4 – 2 = 2.
শর্তমতে, n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 2550
বা, $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}=2550$
বা, $\frac{n}{2}\{2\times 2+(n-1)2\}=2550$
বা, $\frac{n}{2}(4+2n-2)=2550$
বা, $n(2n+2)=2550\times 2$
বা, $2n^2+2n=5100$
বা, $2n^2+2n-5100=0$
বা, $n^2+n-2550=0$ [2 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $n^2+51n-50n-2550=0$
বা, $n^2(n+51)-50(n+51)=0$
বা, (n + 51) (n – 50) = 0
হয়, n + 51 = 0 অথবা, n – 50 = 0
$\therefore$ n = – 51 $\therefore$ n = 50
কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।
$\therefore$ n = 50
$\therefore$ নির্ণেয় n এর মান 50

**১৭. কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি n(n + 1) হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।**

**সমাধান** দেওয়া আছে,
ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি = n (n +1) = $n^2+n$
n = 1, 2, 3, 4 ................ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,
$\therefore$ প্রথম পদ $S_1=1^2+1=2$

প্রথম দুই পদের সমষ্টি, $S_2 = 2^2 + 2 = 6$
প্রথম তিন পদের সমষ্টি, $S_3 = 3^2 + 3 = 12$
প্রথম চার পদের সমষ্টি, $S_4 = 4^2 + 4 = 20$
..........................................
..........................................
..........................................
$\therefore$ ধারাটির প্রথম পদ $= 2$
দ্বিতীয় পদ $= S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$
তৃতীয় পদ $= S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$
..........................................
..........................................
$\therefore$ নির্ণেয় ধারাটি $2 + 4 + 6 + \ldots\ldots$

**১৮. কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n + 1)$ হলে ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি কত?**

**সমাধান** ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= n(n + 1) = n^2 + n$
$n = 1, 2, 3\ldots\ldots$ইত্যাদি বসিয়ে পাই,
প্রথম পদ $= 1^2 + 1 = 2$
দুইটি পদের সমষ্টি $= 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$
তিনটি " " $= 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$
$\therefore$ প্রথম পদ $= 2$
দ্বিতীয় পদ $= 6 - 2 = 4$
তৃতীয় পদ $= 12 - 6 = 6$
$\therefore$ ধারাটি $= 2 + 4 + 6 + \ldots\ldots\ldots\ldots$
এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$
সাধারণ অন্তর, $d = 4 - 2 = 2$

$\therefore$ 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{10}{2}\{2 \times 2 + (10 - 1) 2\}$
$= 5(4 + 18) = 5 \times 22 = 110$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি 110.



**১৯. একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$
সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ ধারাটির 12 পদের সমষ্টি $= \frac{12}{2}\{2a + (12 - 1) d$
বা, $144 = 6(2a + 11d)$
বা, $2a + 11d = \frac{144}{6}$
বা, $2a + 11d = 24$ ..............(i)

আবার, 20 পদের সমষ্টি $= \frac{20}{2}\{2a + (20 - 1) d\}$
বা, $560 = 10(2a + 19d)$
বা, $2a + 19d = \frac{560}{10}$
$\therefore 2a + 19d = 56$...............(ii)

সমীকরণ (ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,
$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$
বা, $8d = 32$
বা, $d = \frac{32}{8}$
$\therefore d = 4$
d এর মান (ii) নং সমীকরণ বসিয়ে পাই,
$2a + 19 \times 4 = 56$
বা, $2a = 56 - 76$
বা, $a = \frac{-20}{2}$
$\therefore a = -10$

$\therefore$ প্রথম 6 পদের সমষ্টি $= \frac{6}{2}\{2 \times (-10) + (6 - 1) 4\}$
$= 3(-20 + 20) = 3 \times 0 = 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি 0.

**২০. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং প্রথম n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম $(m + n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$
সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম m পদের সমষ্টি $= \frac{m}{2}\{2a + (m - 1) d\}$

এবং " " n " " $= \frac{n}{2}\{2a + (n - 1) d\}$

শর্তমতে, $\frac{m}{2}\{2a + (m - 1) d\} = n$..................(i)

$\frac{n}{2}\{2a + (n - 1) d\} = m$ ..................(ii)

(i) নং হতে পাই,
$2a + (m - 1) d = \frac{2n}{m}$ ......................(iii)

(ii) নং হতে পাই,
$2a + (n - 1) d = \frac{2m}{n}$ ......................(iv)

সমীকরণ (iii) নং হতে (iv) নং বিয়োগ করে পাই,
$(m - n) d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$

বা, $(m - n) d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$

বা, $d = \frac{2n^2 - m^2}{mn(m - n)}$

$= \frac{2n^2 - 2m^2}{mn(m - n)}$

$= \frac{2(n + m)(n - m)}{mn(m - n)}$

$= \frac{-2(m + n)(m - n)}{mn(m - n)}$

$= \frac{-2(m + n)}{mn}$ ........... (v)

ধারাটির প্রথম $(m + n)$ পদের সমষ্টি

$= \frac{m + n}{2}\{2a + (m + n - 1) d\}$

$= \frac{m + n}{2}\{2a + (m - 1) d + nd\}$

$= \frac{m + n}{2}\left\{\frac{2n}{m} - 2n\left(\frac{m + n}{mn}\right)\right\}$ [(i)নং ও (v)নং থেকে মান বসিয়ে]

$= \frac{m + n}{2}\left\{\frac{2n}{m} - 2\left(\frac{m + n}{m}\right)\right\}$

$= \frac{m + n}{2}\left(\frac{2n - 2m - 2n}{m}\right)$

$= \frac{m + n}{2} \times \frac{-2m}{m}$

$= -(m + n)$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $-(m + n)$.

**২১. কোনো সমান্তর ধারার p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে, $a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$**

**সমাধান** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= x$
এবং সাধারণ অন্তর $= d$
$\therefore$ ধারাটির p তম পদ $= x + (p - 1) d$
" q " " $= x + (q - 1) d$
" r " " $= x + (r - 1) d$
শর্তমতে, $x + (p - 1) d = a$......................(i)
$x + (q - 1) d = b$......................(ii)
$x + (r - 1) d = c$......................(iii)
সমীকরণ (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$(p-1-q+1)\,d = a-b$

বা, $(p-q)\,d = a-b$

$\therefore d = \dfrac{a-b}{p-q}$

d এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$x + (p-1)\left(\dfrac{a-b}{p-q}\right) = a$

বা, $x = a - \dfrac{(p-1)(a-b)}{p-q}$

$\therefore x = \dfrac{a(p-q)-(p-1)(a-b)}{p-q}$

(iii) নং সমীকরণে x ও d এর মান বসিয়ে পাই,

$\dfrac{a(p-q)-(p-1)(a-b)}{p-q} + (r-1)\left(\dfrac{a-b}{p-q}\right) = c$

বা, $\dfrac{ap-aq-ap+bp+a-b+ar-br-a+b}{p-q} = c$

বা, $-aq+ar-br+bp = c\,(p-q)$

বা, $-a(q-r)-b\,(r-p)-c\,(p-q) = 0$

বা, $a\,(q-r)+b\,(r-p)+c\,(p-q) = 0$ [(−1) দ্বারা গুণ করে]

$\therefore a(q-r)+b\,(r-p)+c\,(p-q) = 0$ (প্রমাণিত)

**২২. দেখাও যে, $1+3+5+7+........+125 = 169+171+173+...........+209$.**

**সমাধান** বামপক্ষ $= 1+3+5+7+........+125$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার

প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 3-1 = 2$

মনে করি, পদসংখ্যা $= n$

তাহলে, n তম পদ $= 125$

আমরা জানি, n তম পদ $= a+(n-1)\,d$

সুতরাং $a+(n-1)\,d = 125$

বা, $1+(n-1)\,2 = 125$

বা, $2\,(n-1) = 125-1$

বা, $n-1 = \dfrac{124}{2}$

বা, $n = 62+1$

বা, $n = 63$

$\therefore$ ধারাটির মোট পদসংখ্যা $= 63$



আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-1)\,d\}$

$\therefore$ 63টি পদের সমষ্টি, $S_{63} = \dfrac{63}{2}\{2.1+(63-1)\,2\}$

$= \dfrac{63}{2}(2+62\times 2)$

$= \dfrac{63}{2}(2+124)$

$= \dfrac{63}{2}\times 126 = 63\times 63 = 3969$

ডানপক্ষ $= 169+171+173+.........+209$.

এটি একটি সমান্তর ধারা যার

প্রথম পদ, $a = 169$

সাধারণ অন্তর, $d = 171-169 = 2$

মনে করি, পদসংখ্যা $= n$

তাহলে, n তম পদ $= 209$

আমরা জানি, n তম পদ $= a+(n-1)\,d$

সুতরাং $a+(n-1)\,d = 209$

বা, $169+(n-1)\,2 = 209$

বা, $2\,(n-1) = 209-169$

বা, $n-1 = \dfrac{40}{2}$

বা, $n = 20+1$

বা, $n = 21$

$\therefore$ ধারাটির মোট পদসংখ্যা $= 21$

আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S_n$

$\therefore$ 21টি পদের সমষ্টি, $S_{21} = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-1)\,d\}$

$= \dfrac{21}{2}\{2\times 169+(21-1)\,2\}$

$= \dfrac{21}{2}(338+40)$

$= \dfrac{21}{2}\times 378 = 21\times 189 = 3969$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore 1+3+5+7+............+125 = 169+171+173+.........209$ (দেখানো হলো)

**২৩. এক ব্যক্তি 2500 টাকার একটি ঋণ কিছু সংখ্যক কিস্তিতে প[illegible] করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে 2 টাকা [illegible] যদি প্রথম কিস্তি 1 টাকা হয়। তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি [illegible] ঋণ শোধ করতে পারবেন?**

**সমাধান** মনে করি, কিস্তির সংখ্যা $= n$

প্রথম কিস্তি, $a = 1$;

পরপর দুই কিস্তির পার্থক্য, $d = 2$;

মোট ঋণের পরিমাণ, $S = 2500$.

সমান্তর ধারার সূত্রমতে, $S = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-1)\,d\}$

বা, $2500 = \dfrac{n}{2}\{2\times 1+(n-1)\,2\}$

বা, $2500 = \dfrac{n}{2}(2+2n-2)$

বা, $2500 = \dfrac{n}{2}\times 2n$

বা, $2500 = n^2$

বা, $n^2 = 2500$

বা, $n = \sqrt{2500}$ $\therefore n = \pm 50$

কিন্তু কিস্তির সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n = 50$ $\therefore$ কিস্তির সংখ্যা 50টি।

২৪. কোনো সমান্তর ধারার দুইটি নির্দিষ্ট পদ l তম পদ $l^2$ এবং k তম পদ $k^2$।

ক. ধারাটির প্রথম পদ a, সাধারণ অন্তর d ধরে উদ্দীপকের আলোকে দু[illegible] সমীকরণ তৈরি কর।

খ. $(l+k)$ তম পদ নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর ধারাটির প্রথম $(l+k)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $\dfrac{l+k}{2}(l^2+k^2+l+k)$[illegible]

### ✔ ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ a এবং সমান্তর অন্তর d

সমান্তর ধারার n তম পদ $= a+(n-1)d$

$\therefore$ $l$ তম পদ $= a+(l-1)d$

প্রশ্নমতে, $a+(l-1)d = l^2$ .....(i)

অনুরূপভাবে, $a+(k-1)d = k^2$ ...(ii)

এভাবে, দুইটি সমীকরণ গঠন করা যায়।

**খ** আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a+(n-1)d$

$\therefore (l+k)$ তম পদ $= a+\{(l+k)-1\}d = a+ld+kd-l$

**গ** (i) ও (ii) হতে পাই, $l^2-k^2 = d(l-1-k+1)$

$d = \dfrac{(l+d)(l-d)}{(l-d)} = l+k$ .... (iii)

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি।

$S_n = \dfrac{n}{2}\{2a+(n-l)d\}$

$= \dfrac{l+k}{2}\{2a+(l+u-l)d\}$

$= \dfrac{l+k}{2}(a+kd+ld-d+a)$

$= \dfrac{l+k}{2}(a+kd-d+a+ld)$

$= \dfrac{l+k}{2}(k^2+l^2+d)$ [(iii) নং হতে মান বসিয়ে]

$= \dfrac{l+k}{2}(l^2+k^2+l+k)$ (প্রমাণিত)

## অনুশীলনী ১৩.২

০১. a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $b = \frac{c+d}{2}$ (খ) $a = \frac{b+c}{2}$ ● $c = \frac{b+d}{2}$ (ঘ) $d = \frac{a+c}{2}$

২. $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য —

i. $\sum n = \frac{n^2+n}{2}$ ii. $\sum n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(n+2)$

iii. $\sum n^3 = \frac{n^2(n^2+2n+1)}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \ldots\ldots\ldots$

০৩. ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

(ক) 2 (খ) 4 ● $\log 2$ (ঘ) $2\log 2$

০৪. ধারাটির ৭ম পদ কত?

(ক) $\log 32$ (খ) $\log 64$ ● $\log 128$ (ঘ) $\log 256$

৫. $64 + 32 + 16 + 8 + \ldots\ldots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা যার

প্রথম পদ, $a = 64$

সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

আমরা জানি, n তম পদ $= aq^{n-1}$

$\therefore$ অষ্টম পদ $= aq^{8-1} = 64\left(\frac{1}{2}\right)^7 = 64 \times \frac{1}{128} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় অষ্টম পদ $\frac{1}{2}$.

৬. $3 + 9 + 27 + \ldots\ldots$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান** প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{9}{3} = 3 > 1$; c` msL¨v, = 14

আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $= \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি, $= \frac{3\{(3)^{14} - 1\}}{3 - 1} = \frac{3}{2}\{(3)^{14} - 1\}$.

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $= \frac{3}{2}\{(3)^{14} - 1\}$.

৭. $128 + 64 + 32 + \ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$ ?

**সমাধান** প্রদত্ত ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 128$

সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{64}{128} = \frac{1}{2} < 1$

মনে করি, n তম পদ $= \frac{1}{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= aq^{n-1}$

$\therefore aq^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $128\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2 \times 128}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$

বা, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$

বা, $n - 1 = 8$

বা, $n = 8 + 1$

$\therefore n = 9$

$\therefore$ ধারাটির নবম পদ $\frac{1}{2}$

৮. একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = q

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= aq^{n-1}$

$\therefore$ পঞ্চম পদ $= aq^{5-1} = aq^4$ [$\because n = 5$]

এবং দশম পদ $= aq^{10-1} = aq^9$ [$\because n = 10$]

১ম শর্তে, $aq^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ ............ (i)

২য় শর্তে, $aq^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81}$ ............ (ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণকে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{aq^9}{aq^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

বা, $q^{9-4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$

বা, $q^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$

বা, $q^5 = \frac{2^2.\sqrt{2}}{3^2.\sqrt{3}}$

বা, $q^5 = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5}$

[$\because 2^2 = 2 \times 2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ এবং $3^2 = 3 \times 3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$]

বা, $q^5 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$

বা, $q = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

আবার, (i) নং সমীকরণে q এর মান বসিয়ে পাই,

$a.\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $\frac{4a}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

বা, $2a = \sqrt{3}$ [উভয়পক্ষকে $\frac{9}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ তৃতীয় পদ $= aq^{3-1}$

$= aq^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$ [a ও q এর মান বসিয়ে]

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ নির্ণেয় তৃতীয় পদ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

০৯. $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \ldots\ldots\ldots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$ ?

**সমাধান** $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \ldots\ldots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার,

প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $q = -1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = -1 \times \sqrt{2} = -\sqrt{2}$

মনে করি, n তম পদ $= 8\sqrt{2}$

আমরা জানি, n তম পদ $= aq^{n-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} . (-\sqrt{2})^{n-1}$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$

বা, $n - 1 = 8$

বা, $n = 8 + 1$

$\therefore n = 9$

$\therefore$ ধারাটির 9 তম পদের মান $8\sqrt{2}$

১০. $5 + x + y + 135$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$,

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{x}{5} = \frac{y}{x}$

এখন, ধারাটির চতুর্থ পদ $= aq^{4-1} = aq^3$

$\therefore aq^3 = 135$

বা, $5 . \left(\frac{x}{5}\right)^3 = 135$ [ $a = 5$ এবং $q = \frac{x}{5}$ বসিয়ে ]

বা, $\left(\frac{x}{5}\right)^3 = \frac{135}{5}$

বা, $\left(\frac{x}{5}\right)^3 = 27$

বা, $\left(\frac{x}{5}\right)^3 = 3^3$

বা, $\frac{x}{5} = 3$ বা, $x = 15$

$\therefore$ সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{x}{5} = \frac{15}{5} = 3$

আবার, সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{y}{x} =$ বা, $3 = \frac{y}{15}$ বা, $y = 45$

$\therefore$ নির্ণেয় মান, $x = 15, y = 45$

১১. $3 + x + y + z + 243$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে, x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অনুপাত = q

তাহলে প্রথম পদ, $a = 3$

দ্বিতীয় পদ, $aq = x$

তৃতীয় পদ, $aq^2 = y$

চতুর্থ পদ, $aq^3 = z$

পঞ্চম পদ, $aq^4 = 243$

শর্তমতে, $aq^4 = 243$

বা, $3q^4 = 243$

বা, $q^4 = \frac{243}{3}$

বা, $q^4 = 81$

বা, $q^4 = 3^4$

$\therefore q = 3$

$\therefore$ দ্বিতীয় পদ, $x = 3 \times 3 = 9$

তৃতীয় পদ, $y = 3 \times 9 = 27$

চতুর্থ পদ $z = 3 \times 27 = 81$

$\therefore$ নির্ণেয় মান $x = 9, y = 27, z = 81$

১২. $2 - 4 + 8 - 16 + ..........$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান** ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

এর প্রথম পদ, $a = 2$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q = -2$

আমরা জানি, কোনো গুণোত্তর ধারার

প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$ [$\because q < 1$]

$\therefore$ প্রদত্ত গুণোত্তর ধারার প্রথম 7 পদের সমষ্টি,

$$S_7 = \frac{a(1 - q^7)}{1 - q}$$

$= \frac{2\{1 - (-2)^7\}}{1 - (-2)}$ [a ও q এর মান বসিয়ে]

$= \frac{2(1 + 128)}{1 + 2} = \frac{2 \times 129}{3} = 2 \times 43 = 86$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি 86

১৩. $1 - 1 + 1 - 1 + ..........$ ধারাটির (2n + 1) সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান** $1 - 1 + 1 - 1 + ..........$

এটি একটি গুণোধারা যার,

প্রথম পদ, $a = 1$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত $r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$

পদসংখ্যা $= 2n + 1$

$\therefore$ প্রথম $(2n + 1)$ পদের সমষ্টি $= \frac{a\{1 - (r)^{2n+1}\}}{1 - r}$ [$\because r < 1$]

$= \frac{1\{1 - (-1)^{2n+1}\}}{1 - (-1)}$

$= \frac{1 - (-1)}{1 + 1}$

[ $\therefore$ n এর যে কোনো মানের জন্য (2n + 1) বিজোড় সংখ্যা ]

$= \frac{1 + 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি 1

১৪. $\log2 + \log4 + \log8 + .......$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি

**সমাধান** প্রদত্ত ধারা,

$= \log2 + \log4 + \log8 + ..........$ দশ পদ পর্যন্ত

$= \log2 + \log2^2 + \log2^3 + ........$ দশ পদ পর্যন্ত

$= \log2 + 2\log2 + 3\log2 + ........$ দশ পদ পর্যন্ত

এটি একটি সমান্তর ধারা।

এর প্রথম পদ, $a = \log2$

সাধারণ অন্তর, $d = 2\log2 - \log2 = \log2$

পদসংখ্যা, $n = 10$

সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$\therefore$ প্রথম 10 পদের সমষ্টি

$S_{10} = \frac{10}{2} \{2a + (10 - 1)d\}$

$= 5 \{2. \log 2 + 9 \log2\}$

$= 5 \times 11 \log2$

$= 55\log2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $55\log2$

১৫. $\log2 + \log16 + \log512 + .......$ ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান**

প্রদত্ত ধারাটি $= \log2 + \log16 + \log512 + $ ............ 12টি পদ

$= \log2 + \log2^4 + \log2^9 + $ ............ 12টি পদ

$= \log2 + 4\log2 + 9\log2 + $ ............ 12টি পদ

$= (1 + 4 + 9 + ............ + 12$টি পদ$) \log2$

$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + ............ + 12^2) \log2$

$= \left(\frac{12 (12 + 1) (2.12 + 1)}{6}\right) \log2$

[$\because 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$]

$= (2 \times 13 \times 25) \log2 = 650 \log2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $650 \log2$

১৬. $2 + 4 + 8 + 16 + ........$ ধারাটির n-সংখ্যক পদের সমষ্টি 254 হলে, n-এর মান কত?

**সমাধান** $2 + 4 + 8 + 16 + ..............$

ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা।

এর প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = (4 \div 2) = 2$

এখানে, $2 > 1$ অর্থাৎ $r > 1$

পদসংখ্যা $= n$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি $(S_n) = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ $[\because r > 1]$

$\therefore$ প্রদত্ত ধারার n পদের সমষ্টি

$= \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1}$

$= 2(2^n - 1)$

প্রশ্নমতে, $2(2^n - 1) = 254$

বা, $2^n - 1 = \frac{254}{2}$

বা, $2^n = 127 + 1$

বা, $2^n = 128$

বা, $2^n = 2^7$

$\therefore n = 7$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি $n = 7$



১৭. $2 - 2 + 2 - 2 + ..............$ ধারাটির $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

**সমাধান** প্রদত্ত ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{-2}{2} = -1 < 1$

$\therefore (2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \frac{a(a - q^{2n+2})}{1 - q}$

$= \frac{2\{1 - (-1)^{2n+2}\}}{1 - (-1)}$

$= \frac{2(1 - 1)}{1 + 1}$

[n এর যেকোনো মানের জন্য $(2n + 2)$ জোড় সংখ্যা]

$= \frac{2 \times 0}{2}$

$= 0$

$\therefore$ নির্ণেয় সমষ্টি 0

১৮. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে, n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

**সমাধান** আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

শর্তমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 441$

বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (21)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 21$ [বর্গমূল করে]

বা, $n^2 + n = 42$

বা, $n^2 + n - 42 = 0$

বা, $n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$

বা, $n(n + 7) - 6(n + 7) = 0$

বা, $(n + 7)(n - 6) = 0$

হয়, $n + 7 = 0$ অথবা, $n - 6 = 0$

$\therefore n = -7$ $\therefore n = 6$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n = 6$

আবার, n সংখ্যক পদের সমষ্টি $S = \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{6(6+1)}{2}$

$= \frac{6 \times 7}{2}$

$= 3 \times 7 = 21$

$\therefore$ নির্ণেয় n এর মান 6 এবং n সংখ্যাক পদের সমষ্টি 21

১৯. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225 হলে, n এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

**সমাধান** আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

শর্তমতে, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = 225$

বা, $\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = (15)^2$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$ [বর্গমূল করে]

বা, $n(n + 1) = 30$

বা, $n^2 + n - 30 = 0$

বা, $n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$

বা, $n(n + 6) - 5(n + 6) = 0$

বা, $(n + 6)(n - 5) = 0$

হয়, $n + 6 = 0$ অথবা, $n - 5 = 0$

$\therefore n = -6$ $\therefore n = 5$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না

$\therefore n = 5$

$\therefore$ ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি $S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$= \frac{5(5+1)(2 \times 5 + 1)}{6}$

$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6}$

$= 5 \times 11 = 55$

$\therefore$ নির্ণেয় $n = 5$ এবং বর্গের সমষ্টি 55.

২০. দেখাও যে, $1^3 + 2^3 + 3^3 + ............ + 10^3 = (1 + 2 + 3 + ......... + 10)^2$

**সমাধান** বামপক্ষ $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + ............ + 10^3$

$= \left(\frac{10(10+1)}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2$

$= (5 \times 11)^2$

$= (55)^2$

$= 3025$

ডানপক্ষ $= (1 + 2 + 3 + 4 + ........ + 10)^2$

$= \left(\frac{10(10+1)}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{10 \times 11}{2}\right)^2$

$= (5 \times 11)^2$

$= (55)^2$

$= 3025$

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + ........ + 10^3 = (1 + 2 + 3 + ..... + 10)^2$ [illegible]

২১. $\frac{1^3+2^3+3^3+......+n^3}{1+2+3+......+n} = 210$ হলে n এর মান কত?

**সমাধান** দেওয়া আছে,

$\frac{1^3+2^3+3^3+......+n^3}{1+2+3+......+n} = 210$

বা, $\frac{\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 210$

বা, $n(n+1) = 420$

বা, $n^2 + n - 420 = 0$

বা, $n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$

বা, $n(n+21) - 20(n+21) = 0$

বা, $(n+21)(n-20) = 0$

হয়, $n + 21 = 0$ অথবা, $n - 20 = 0$

$\therefore n = -21$ $\therefore n = 20$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n = 20$

$\therefore$ নির্ণেয় n এর মান 20.

২২. 1 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহ দণ্ডকে 10 টি টুকরায় বিভক্ত করা হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

**সমাধান** একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত q হলে,

ধারাটির n তম পদ $= aq^{n-1}$

$\therefore$ ধারাটির 10তম পদ $= aq^{10-1} = aq^9$

শর্তমতে, $aq^9 = 10a$

বা, $q^9 = 10$

বা, $q = (10)^{\frac{1}{9}} > 1$

আবার, গুণোত্তর ধারার 10টি পদের সমষ্টি $= \frac{a(q^{10}-1)}{q-1}$

শর্তমতে, $\frac{a(q^{10}-1)}{q-1} = 100$ [1 মিটার = 100 সে.মি.]

বা, $a \times \frac{(10)^{\frac{10}{9}}}{(10)^{\frac{1}{9}} - 1} = 100$

বা, $a \times \frac{12.915 - 1}{1.2915 - 1} = 100$

বা, $a \times \frac{11.915}{0.2915} = 100$

বা, $a = \frac{100 \times 0.2915}{11.915}$

বা, $a = 2.446$ সে.মি.

বা, $a = 24.46$ মি.মি.

বা, $a = 24.5$ মি.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষুদ্রতম টুকরার দৈর্ঘ্য 24.5 মি.মি.।

২৩. একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r, ধারাটির ৪র্থ পদ $-2$ এবং ৯ম পদ $8\sqrt{2}$

ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর। ৪

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪



**২৩ নং প্রশ্নের উত্তর**

**ক** দেওয়া আছে,

১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ $= -2$

৯ম পদ $= 8\sqrt{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = ar^3$

৯ম পদ $= ar^{9-1} = ar^8$

প্রশ্নমতে, $ar^3 = -2$ .................. (i)

$ar^8 = 8\sqrt{2}$ ................ (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণই নির্ণেয় সমীকরণ।

**খ** 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয় $ar^3 = -2$ .................. (i)

$ar^8 = 8\sqrt{2}$ ................ (ii)

(ii) নং সমীকরণকে (i)নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$

বা, $r^5 = -4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = -\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}$

বা, $r^5 = (-\sqrt{2})^5$

$\therefore r = -\sqrt{2}$

r এর মান (i)নং এ বসিয়ে পাই,

$a(-\sqrt{2})^3 = -2$

বা, $-2\sqrt{2}\,a = -2$

বা, $a = \frac{-2}{-2\sqrt{2}}$

$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ ধারাটির 12 তম পদ $= ar^{12-1}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^{11}$

$= \frac{-32\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= -32$

$\therefore$ নির্ণেয় 12 তমপদ $-32$

**গ** 'খ' থেকে পাই,

ধারাটির ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির ২য় পদ $= ar$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})$

$= -1$

$\therefore$ ধারাটির ৩য় পদ $= ar^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^2 = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^3 = -2$

$\therefore$ ধারাটির ৫ম পদ $= ar^4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^4 = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ ধারাটির ৬ষ্ঠ পদ $= ar^5 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sqrt{2})^5 = -4$

$\therefore$ ধারাটি $= \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} - 4 + ..........$

আবার, গুণোত্তর ধারার n পদের সমষ্টি $= \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ যেখানে, $r < 1$

প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $= \dfrac{a(1-r^7)}{1-r}$

$= \dfrac{\frac{1}{\sqrt{2}}\{1-(-\sqrt{2})^7\}}{1-(-\sqrt{2})}$

$= \dfrac{1+8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}$

$= \dfrac{1+8\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}$

২৪. কোন ধারার n তম পদ $2n-4$

ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির 10 তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি করে এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

### ✔ ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর ▸

**ক** দেওয়া আছে,

কোনো ধারার n তম পদ $= 2n-4$

$n = 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots$ বসিয়ে পাই,

১ম পদ $= 2.1 - 4 = -2$

২য় পদ $= 2.2 - 4 = 0$

৩য় পদ $= 2.3 - 4 = 2$

৪র্থ পদ $= 2.4 - 4 = 4$

$\therefore$ ধারাটি $= -2 + 0 + 2 + 4 + \ldots\ldots\ldots$



**খ** 'ক' থেকে পাই,

ধারাটি, $-2 + 0 + 2 + 4 + \ldots$

ধারাটির ১ম পদ, $a = -2$

সাধারণ অন্তর, $d = 0 - (-2) = 0 + 2 = 2$

আমরা জানি, nতম পদ $= a + (n-1)d$

$\therefore$ 10 তম পদ $= -2 + (10-1)2$

$= -2 + 9 \times 2$

$= -2 + 18$

$= 16.$

আবার, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \dfrac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি,

$S_{20} = \dfrac{20}{2}\{2(-2) + (20-1)2\}$

$= 10(-4 + 38)$

$= 10 \times 34 = 340$

$\therefore$ নির্ণেয় 10 তমপদ 16 এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি 340

**গ** শর্তানুযায়ী, ধারাটির, ১ম পদ, $a = -2$

এবং সাধারণ অনুপাত, $r = 2$

তাহলে ধারাটি হবে একটি গুণোত্তর ধারা যার

n তম পদ $= ar^{n-1}$

২য় পদ $= (-2)\,2^{2-1}$

$= (-2)2$

$= -4$

৩য় পদ $= (-2)2^{3-1}$

$= (-2)2^2$

$= -8$

৪র্থ প $= (-2)2^{4-1}$

$= (-2)2^3$

$= -16$

$\therefore$ নতুন ধারাটি $= -2 - 4 - 8 - 16 \ldots\ldots\ldots\ldots$

আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ যেখানে, $r > 1$

$\therefore$ ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি $= \dfrac{a(r^8-1)}{r-1}$

$= \dfrac{-2(2^8-1)}{2-1}$

$= \dfrac{-2(256-1)}{1}$

$= -2 \times 255 = -510$

২৫. দুপুর 1টা 15 মিনিটে 1 জন এস.এস.সি. পরীক্ষার রেজাল্ট জানতে পারল। 1টা 20 মিনিটে জানল 8 জন, 1টা 25 মিনিটে জানল 27 জন। এভাবে রেজাল্ট ছড়িয়ে পড়ল।

ক. উদ্দীপকের আলোকে প্যাটার্ন দুইটি লেখ। ২

খ. ঠিক 2 : 10–এ কতজন এবং 2 : 10 পর্যন্ত মোট কতজন রেজাল্ট জানতে পারবে? ৪

গ. কয়টার সময় 6175225 জন রেজাল্ট জানতে পারবে? ৪

### ✔ ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর ▸

**ক** সময়ের প্যাটার্নটি হচ্ছে

1টা 15 মিনিট, 1টা 20 মিনিট, 1টা 25 মিনিট ...

রেজাল্ট জানতে পারে তার প্যাটার্ন

1, 8, 27 ...

বা, $1^3, 2^3, 3^3$

**খ** 1 টা 15 মিনিট সময়ের সূচনা ধরে পাই,

0 মিনিট + 5 মিনিট + 10 মিনিট + 15 মিনিট + .........

$1^3 \quad 2^3 \quad 3^3 \quad 4^3$

1টা 15 মিনিট থেকে 2.10 মিনিটের সময়ের ব্যবধান = 55 মিনিট

অনুক্রমটির n তম পদ $= a + (n-1)d = 55$

বা, $0 + (n-1)5 = 55$ এখানে, $a = 0$

বা, $n - 1 = 11$ $d = 5$

বা, $n = 12$

$\therefore$ 1 : 10 মিনিটে জানতে পারে শিক্ষার্থীর সংখ্যা $= n^3 = 12^3$

$= 1728$

আমরা জানি,

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

$\therefore$ n = 12 এর জন্য সমষ্টি $= \dfrac{12^2(12+1)^2}{4}$

$= 6084$

অর্থাৎ 2 : 10 পর্যন্ত জানতে পারা মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা 6084

**গ** প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি $= \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

তখন n তম পদ 6175225 জানতে পারলে

$\dfrac{n^2(n+1)^2}{4} = 6175225$

বা, $\dfrac{n(n+1)}{2} = 2485$ [বর্গমূল করে]

বা, $n^2 + n = 4970$

বা, $n^2 + n - 4970 = 0$

বা, $n(n+71) - 70(n+71) = 0$

বা, $(n+71)(n-70) = 0$

$\therefore n = -71, 70$

$n = -71$ [গ্রহণযোগ্য নয়।]

$\therefore n = 70$

সময়ের ব্যবধানের ক্ষেত্রে 70 তম পদ $= a + (n-1)d$

$= 0 + (70-1) \times 5$

$= 0 + 69 \times 5$

= 345 মিনিট

= (300 + 45) মিনিট

= (300÷60) ঘণ্টা 45 মিনিট

= 5 ঘণ্টা 45 মিনিট

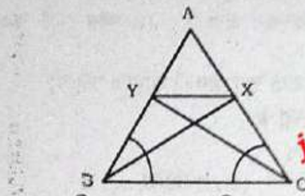
$\therefore$ নির্ণেয় সময় = 1 টা 15 মিনিট + 5 ঘণ্টা 45 মিনিট = 7টা

## ⏭ চতুর্দশ অধ্যায় :
## অনুপাত, সদৃশতা ও প্রতিসমতা
## (Ratio, Similarity and Symmetry)

### ⏭ অনুশীলনী ১৪.১

১. কোনো ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। XY ভূমির সমান্তরাল হলে প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

**সমাধান**






**বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, $\Delta ABC$-এর ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় বিপরীত বাহু দুইটিকে অর্থাৎ AC ও AB কে যথাক্রমে X ও Y বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC$ সমদ্বিবাহু। অর্থাৎ $AB = AC$

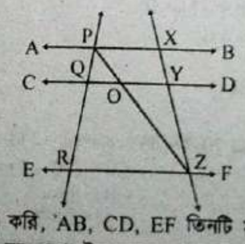
**অঙ্কন:** X, Y যোগ করি।

**প্রমাণ:**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$-এ $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক BX. <br> $\therefore AB : BC = AX : XC$ ...... (i) | [∵ ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক উহার বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।] |
| আবার, $\Delta ABC$-এ $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক CY. <br> $\therefore AC : BC = AY : YB$ ...... (ii) | [একই কারণে] |
| ২. যেহেতু $XY \parallel BC$. <br> সেহেতু $AX : XC = AY : YB$ ...... (iii) | [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অপর দুই বাহুকে বা তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে] |
| ৩. $AB : BC = AY : YB$ ...... (iv) <br> এবং $AB : BC = AC : BC$ <br> $\therefore AB = AC$ <br> সুতরাং $\Delta ABC$ সমদ্বিবাহু। (প্রমাণিত) | [(i) ও (iii) নং হতে] <br> [(ii) ও (iv) নং হতে] |

২. প্রমাণ কর যে, কতকগুলো পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখাকে দুইটি সরলরেখা ছেদ করলে অনুরূপ অংশগুলো সমানুপাতিক হবে।

**সমাধান**




**বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, AB, CD, EF তিনটি সমান্তরাল সরলরেখা। PQR ও XYZ দুটি সরলরেখা উক্ত সরলরেখাগুলোকে যথাক্রমে P, Q, R ও X, Y, Z বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,
$PQ : QR = XY : YZ$.

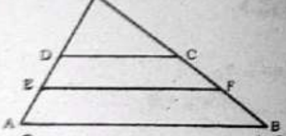
**অঙ্কন:** P, Z যোগ করি। PZ রেখা CD সরলরেখাকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

**প্রমাণ:**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. PRZ ত্রিভুজে $QO \parallel RZ$. <br> $\therefore PQ : QR = PO : OZ$ ..... (i) | ত্রিভুজের যেকোনো ... সমান্তরাল সরলরেখা ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে ... অনুপাতে বিভক্ত করে। |
| ২. আবার, ZPX ত্রিভুজে $OY \parallel PX$. <br> $\therefore PO : OZ = XY : YZ$ ..... (ii) <br> সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই, <br> $PQ : QR = XY : YZ$. <br> (প্রমাণিত) | [একই কারণে] |

৩. প্রমাণ কর যে, ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু সং... রেখাংশ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল।

**সমাধান**




**বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, E ও F যথাক্রমে ABCD ট্রাপিজিয়ামের তির্য... AD ও BC-এর মধ্যবিন্দুদ্বয়। E, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ... রেখা AB ও DC-এর সমান্তরাল।

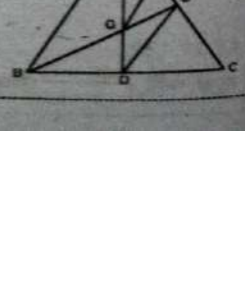
**অঙ্কন:** AD ও BC বাহুদ্বয়কে বর্ধিত করি। বর্ধিত AD ও BD, O বি... মিলিত হয়।

**প্রমাণ :**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta OAB$-এ, $DC \parallel AB$. <br> $\therefore \frac{OD}{DA} = \frac{OC}{CB}$ | [ত্রিভুজের যেকোনো বা... সমান্তরাল সরলরেখা ... ত্রিভুজের অপর বাহুদ্বয়কে ... তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে স... অনুপাতে বিভক্ত করে।] |
| বা, $\frac{OD}{2DE} = \frac{OC}{2CF}$ | [যেহেতু E ও F যথাক্রমে A... ও BC-এর মধ্যবিন্দু] |
| বা, $\frac{OD}{DE} = \frac{OC}{CF}$ <br> $\therefore EF \parallel DC$ | [কোনো সরলরেখা এ... ত্রিভুজের দুই বাহুকে ... তাদের বর্ধিতাংশদ্বয়কে স... অনুপাতে বিভক্ত করলে ... সরলরেখা ত্রিভুজটির তৃ... বাহুর সমান্তরাল] |
| ২. কিন্তু $DC \parallel AB$ <br> $\therefore$ EF রেখাটি DC ও AB উভয় বাহুরই সমান্তরাল। (প্রমাণিত) | |

৪. ABC ত্রিভুজের AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছে... করেছে। G বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল ... AC-কে F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, $AC = 6EF$.

**সমাধান**



**বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, $\Delta ABC$-এর AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে। G বিন্দুর মধ্যদিয়ে অঙ্কিত DE-এর সমান্তরাল GF রেখাংশ AC-কে F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AC = 6EF.

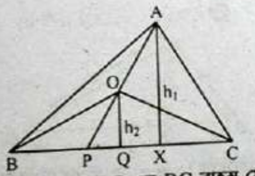
**প্রমাণ:**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| $\Delta ADE$-এর $GF \parallel DE$<br>$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{AF}{EF}$ | [ত্রিভুজের যেকোনো কোন এক বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা উহার অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে] |
| যেহেতু AD ও BE মধ্যমাদ্বয় পরস্পর G বিন্দুতে ছেদ করেছে, সুতরাং G, ABC-এর ভরকেন্দ্র। ভরকেন্দ্রে মধ্যমাদ্বয় 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।<br>$\therefore AG = 2GD$<br>অর্থাৎ $\frac{2GD}{GD} = \frac{AF}{EF}$<br>বা, $\frac{2}{1} = \frac{AF}{EF}$ | |
| বা, $\frac{2+1}{1} = \frac{AF+EF}{EF}$ | [যোজন করে] |
| বা, $\frac{3}{1} = \frac{AE}{EF}$<br>বা, AE = 3 EF<br>কিন্তু E, AC-এর মধ্যবিন্দু বলে,<br>AC = 2AE.<br>বা, $AC = \frac{1}{2}AC$<br>$\therefore \frac{1}{2}AC = 3EF$<br>বা, AC = 2.3EF<br>বা, AC = 6EF<br>$\therefore$ AC = 6EF. (প্রমাণিত) | |



**৫. $\Delta ABC$-এর BC বাহুস্থ যেকোনো বিন্দু X এবং AX রেখাস্থ O একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $\Delta AOB : \Delta AOC = BX : XC$.**

**সমাধান**




**বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, $\Delta ABC$-এর BC বাহুস্থ যেকোন বিন্দু X এবং O, AX রেখাস্থ যেকোনো বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta AOB : \Delta AOC = BX : XC$

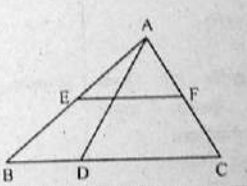
**অঙ্কন:** A এবং O বিন্দু থেকে BC-এর উপর $h_1$ ও $h_2$ লম্ব আঁকি।

**প্রমাণ:**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABX$ এবং $\Delta ACX$ এর উচ্চতা AP.<br>$\therefore$ $\Delta ABX$-এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$. BX. AP ……… (i) | [ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা] |
| এবং $\Delta ACX$-এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$. CX.PA ……… (ii) | [একই কারণে] |
| ২. আবার, $\Delta BOX$ ও $\Delta COX$ এর উচ্চতা OQ<br>$\therefore$ $\Delta BOX$-এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$. BX. OQ ……… (iii) | [একই কারণে] |
| এবং $\Delta COX$ এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$. CX. OQ ……… (iv) | [একই কারণে] |
| ৩. এখন, $\Delta ABX - \Delta BOX$ = $\frac{1}{2}$.BX. AP $-\frac{1}{2}$. BX. OQ<br>$\Delta AOB = \frac{1}{2}BX\ (AP - OQ)$ ……… (v) | [(i) থেকে (iii) বিয়োগ করে] |
| আবার, $\Delta ACX - \Delta COX = \frac{1}{2}$. CX.AP $-\frac{1}{2}$. CX.OQ<br>$\therefore$ $\Delta AOC = \frac{1}{2}$ . CX (AP − OQ) ……… (vi) | [(ii) থেকে (iv) বিয়োগ করে] |
| ৪. $\frac{\Delta AOB}{\Delta AOC} = \frac{\frac{1}{2}.BX.\ (AP - OQ)}{\frac{1}{2}.CX\ (QP - OQ)}$<br>$\therefore$ $\Delta AOB : \Delta AOC = BX : XC$ (প্রমাণিত) | [(v) থেকে (vi) বিয়োগ করে] |

**৬. $\Delta ABC$ এর $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করে। BC-এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC-কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, BD : DC = BE : CF.**

**সমাধান**




বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\Delta ABC$-এর $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক AD রেখা BC-কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। BC-এর সমান্তরাল EF রেখাংশ AB ও AC-কে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, BD : DC = BE : CF.

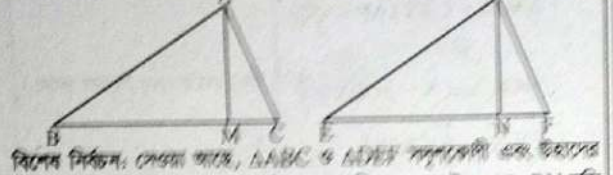
প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$-এ AD, $\angle BAC$-এর সমদ্বিখণ্ডক।<br>$\therefore$ AB : AC = BD : DC. | [ত্রিভুজের কোন এক কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণসংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে।] |
| ২. আবার $\Delta ABC$-এ $EF \parallel BC$<br>$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF}$ | [ত্রিভুজের কোনো এক বাহুর সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা উহার অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে] |
| বা, $\frac{AE}{BE} + 1 = \frac{AF}{CF} + 1$<br>বা, $\frac{AE+BE}{BE} = \frac{AF+CF}{CF}$ | |

| | |
|---|---|
| বা, $\frac{AB}{BE}=\frac{AC}{CF}$ | |
| বা, $\frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CF}$ | [একান্তরকরণ করে] |
| বা, $AB : AC = BE : CF$ | |
| $\therefore$ $BD : DC = BE : CF$ (প্রমাণিত) | [ধাপ-১] |

৭. ABC ও DEF সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্চতা AM ও DN হলে প্রমাণ কর যে, $AM : DN = AB : DE$.

**সমাধান**




বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সদৃশকোণী এবং উহাদের উচ্চতা যথাক্রমে AM ও DN. অর্থাৎ AM ভূমি BC-এর উপর এবং DN ভূমি EF-এর উপর লম্ব।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AM : DN = AB : DE$.
প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) $\triangle ABM$ ও $\triangle DEN$-এ<br>$\angle AMB = \angle DNE = 90^\circ$ | [যেহেতু, AM, BC-এর উপর এবং DN, EF-এর উপর লম্ব] |
| $\angle ABM = \angle DEN$ | [কারণ $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ সদৃশকোণী বলে $\angle B = \angle E$] |
| এবং অবশিষ্ট $\angle BAM$ = অবশিষ্ট $\angle EDN$.<br>$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী।<br>সুতরাং এরা সদৃশ।<br>আবার, আমরা জানি, দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে উহাদের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান হবে।<br>$\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{AM}{DN}$<br>অর্থাৎ $AM : DN = AB : DE$.<br>(প্রমাণিত) | [উপপাদ্য- ৩.৭] |

৮. এখানে BC ∥ DE


ক. প্রমাণ কর $\triangle BOC$ ও $\triangle DOE$ সদৃশ। ২
খ. প্রমাণ কর $AD : BD = AE : CE$. ৪
গ. প্রমাণ কর, $BO : OE = CO : OD$. ৪

✔ ৮ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** চিত্রে BC ∥ DE
$\therefore \angle BCO$ = একান্তর $\angle EDO$
আবার, $\angle CBO$ = একান্তর $\angle DEO$
ফলে $\triangle BOC$ এবং $\triangle DOE$-এ
$\angle BOC$ = বিপ্রতীপ $\angle DOE$
$\angle BCO = \angle EDO$
এবং $\angle CBO = \angle DEO$
ফলে $\triangle BOC$ ও $\triangle DOE$ সদৃশকোণী।
অর্থাৎ $\triangle BOC$ ও $\triangle DOE$ সদৃশ।

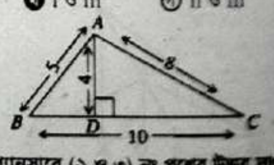
**খ** বিশেষ নির্বচন: ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল DE রেখা AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করেছে।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AD : DB = AE : EC$.
প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\triangle ADE$ এবং $\triangle BDE$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট<br>$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle BDE}=\frac{AD}{BD}$ | [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক] |
| ২. আবার $\triangle ADE$ এবং $\triangle DEC$ একই উচ্চতাবিশিষ্ট $\therefore$<br>$\frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}=\frac{AE}{EC}$ | [একই উচ্চতাবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ভূমির সমানুপাতিক] |
| ৩. কিন্তু $\triangle BDE = \triangle DEC$<br>$\therefore \frac{\triangle ADE}{\triangle BDE}=\frac{\triangle ADE}{\triangle DEC}$ | [একই ভূমি DE ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত] |
| ৪. অতএব, $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$<br>অর্থাৎ $AD : DB = AE : EC$. | |

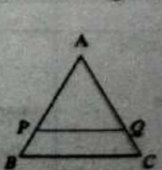
**গ** চিত্রে BC ∥ DE
$\therefore \angle BCO$ = একান্তর $\angle EDO$
আবার, $\angle CBO$ = একান্তর $\angle DEO$
ফলে $\triangle BOC$ এবং $\triangle DOE$-এ
$\angle BOC$ = বিপ্রতীপ $\angle DOE$
$\angle BCO = \angle EDO$
এবং $\angle CBO = \angle DEO$
ফলে $\triangle BOC$ ও $\triangle DOE$ সদৃশকোণী।
অর্থাৎ $\triangle BOC$ ও $\triangle DOE$ সদৃশ।
তাহলে সদৃশ ত্রিভুজদ্বয় হতে পাই, $\frac{BO}{OE}=\frac{CO}{OD}$
$\therefore BO : OE = CO : OD$

## ⏭ অনুশীলনী ১৪·২

১. $\triangle ABC$–এ BC এর সমান্তরাল DE রেখা AB ও AC কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করলে–
i. $\triangle ABC$ ও $\triangle ADE$ পরস্পর সদৃশ
ii. $\frac{AD}{BD}=\frac{CE}{AE}$ iii. $\frac{\triangle ABC}{\triangle ADE}=\frac{BC^2}{DE^2}$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii



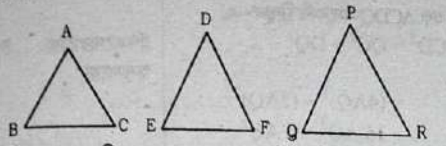

উপরের চিত্রের তথ্যানুসারে (২ ও ৩) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
০২. $\triangle ABC$ এর উচ্চতা ও ভূমির অনুপাত কত?
ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{4}{5}$ গ $\frac{2}{5}$ ঘ $\frac{5}{4}$
০৩. $\triangle ABD$ এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক?
ক 6 খ 20 গ 40 ঘ 50
০৪.




$\triangle ABC$- এ PQ ∥ BC হলে নিচের কোনটি সঠিক?
ক $AP : PB = AQ : QC$ খ $AB : PQ = AC : PQ$
গ $AB : AC = PQ : BC$ ঘ $PQ : BC = BP : BQ$

৫. **প্রমাণ কর যে, দুইটি ত্রিভুজের প্রত্যেকটি যদি তৃতীয় একটি ত্রিভুজের সদৃশ হয়, তবে তারা পরস্পর সদৃশ।**

**সমাধান:**



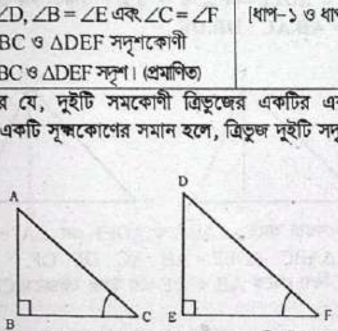

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $\Delta ABC$ ও $\Delta DEF$ উভয়েই $\Delta PQR$-এর সদৃশ। অর্থাৎ $\Delta ABC$ ও $\Delta PQR$–এ $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$. এবং $\Delta DEF$ ও $\Delta PQR$–এ $\angle D = \angle P, \angle E = \angle Q, \angle F = \angle R$.
প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC$ ও $\Delta DEF$ পরস্পর সদৃশ।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$ ও $\Delta PQR$–এ $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q$ এবং $\angle C = \angle R$ | [প্রদত্ত শর্ত অনুসারে] |
| ২. $\Delta DEF$ ও $\Delta PQR$–এ $\angle D = \angle P, \angle E = \angle Q$ এবং $\angle F = \angle R$ | |
| ৩. $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ এবং $\angle C = \angle F$ <br> $\therefore \Delta ABC$ ও $\Delta DEF$ সদৃশকোণী <br> $\therefore \Delta ABC$ ও $\Delta DEF$ সদৃশ। (প্রমাণিত) | [ধাপ–১ ও ধাপ–২ হতে] |

৬. **প্রমাণ কর যে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির একটি সূক্ষ্মকোণ অপরটির একটি সূক্ষ্মকোণের সমান হলে, ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ হবে।**

**সমাধান**




বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC ও DEF সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle E$ সমকোণ এবং সূক্ষ্মকোণ $\angle C$ = সূক্ষ্মকোণ $\angle F$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC$ ও $\Delta DEF$ সদৃশ।

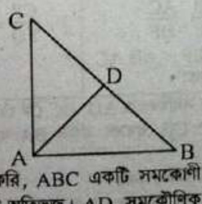


প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| $\Delta ABC$ ও $\Delta DEF$-এ | |
| $\angle B = \angle E$ | [উভয়েই সমকোণ] |
| $\angle C = \angle F$ | [প্রদত্ত শর্ত] |
| এবং অবশিষ্ট $\angle A$ = অবশিষ্ট $\angle D$. | |
| $\therefore \Delta ABC$ ও $\Delta DEF$ সদৃশকোণী। | |
| $\therefore$ তারা সদৃশ। (প্রমাণিত) | |

৭. **প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক শীর্ষ থেকে অতিভুজের উপর লম্ব আঁকলে যে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তারা পরস্পর সদৃশ এবং প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সদৃশ।**

**সমাধান**

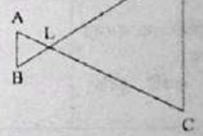



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle BAC$ = এক সমকোণ এবং BC অতিভুজ। AD, সমকৌণিক শীর্ষ হতে অতিভুজ BC-এর উপর অঙ্কিত লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABD$ ও $\Delta ADC$ ত্রিভুজদ্বয় $\Delta ABC$ এর সাথে এবং পরস্পরের সাথে সদৃশ।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$ ও $\Delta ABD$-এর মধ্যে | |
| $\angle BAC = \angle ADB$ | [সমকোণ বলে] |
| এবং $\angle B$ সাধারণ। | |
| $\therefore$ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশকোণী। | |
| সুতরাং $\Delta ABC$ ও $\Delta ACD$ সদৃশ। | |
| ২. আবার, $\Delta ABC$ ও $\Delta ACD$-এর মধ্যে | |
| $\angle BAC = \angle ADC$ | [সমকোণ বলে] |
| এবং $\angle C$ সাধারণ | |
| $\therefore$ ত্রিভুজ দুটি সদৃশকোণী। | |
| সুতরাং $\Delta ABC$ ও $\Delta ADC$ সদৃশ। | |
| ৩. আবার, $\Delta ABD$ ও $\Delta ADC$-এর মধ্যে | |
| $\angle ADB = \angle ADC$ | [সমকোণ বলে] |
| ৪. এখন, $\angle BAD + \angle DAC$ = এক সমকোণ এবং $\angle B + \angle BAD$ = এক সমকোণ। | |
| সুতরাং $\angle B + \angle BAD = \angle BAD + \angle DAC$ | |
| $\therefore \angle B = \angle DAC$ | |
| $\therefore$ ত্রিভুজ দুটি সদৃশকোণী | |
| $\therefore \Delta ABD$ ও $\Delta ADC$ সদৃশ। (প্রমাণিত) | |

৮. **পাশের চিত্রে, $\angle B = \angle D$ এবং $CD = 4AB$ প্রমাণ কর যে, $BD = 5BL$.**



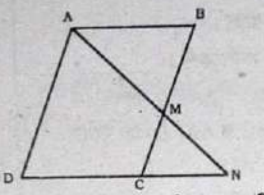

সমাধান: বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\angle B = \angle D$ এবং $CD = 4AB$. প্রমাণ করতে হবে, $BD = 5BL$.

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| $\Delta ABL$ এবং $\Delta CDL$-এর $\angle B = \angle D$ | [দেওয়া আছে] |
| $\angle ALB = \angle DLC$ | [বিপরীত কোণ] |
| এবং $\angle BAL$ অবশিষ্ট = অবশিষ্ট $\angle DCL$. | |
| $\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী; | |
| সুতরাং তারা সদৃশ। | |
| $\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{LD}{BL}$ | [দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।] |
| বা, $\frac{DC + AB}{AB} = \frac{LD + BL}{BL}$ | [যোজন করে] |
| বা, $\frac{4AB + AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$ | [$\because DC = 4AB$] |
| বা, $\frac{5AB}{AB} = \frac{BD}{BL}$ | |
| বা, $5 = \frac{BD}{BL}$ | |
| $\therefore BD = 5BL$ (প্রমাণিত) | |

৯. **ABCD সামান্তরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত একটি রেখাংশ BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহুর বর্ধিতাংশকে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, BM × DN একটি ধ্রুবক।**

**সমাধান**

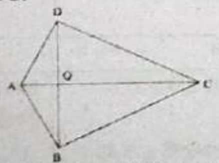



**বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, ABCD একটি সামান্তরিকের A শীর্ষ দিয়ে অঙ্কিত AN রেখাংশ BC বাহুকে M বিন্দুতে এবং DC বাহুর বর্ধিতাংশকে N বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, BM × DN একটি ধ্রুবক।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| $\Delta ABM$ ও $\Delta ADN$-এর<br>$\angle BAM = \angle AND$<br>$\angle ABM = \angle ADC$<br><br>এবং অবশিষ্ট $\angle AMB$ = অবশিষ্ট $\angle DAN$<br><br>$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী। সুতরাং তারা সদৃশ।<br>$\therefore \frac{BM}{AD} = \frac{AB}{DN}$<br>$BM : DN = AB:AD.$<br>কিন্তু AB ও AD, ABCD সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহু।<br>সুতরাং AB ও AD নির্দিষ্ট এবং তাদের গুণফলও নির্দিষ্ট বা ধ্রুবক।<br>অর্থাৎ BM × DN একটি ধ্রুবক। (প্রমাণিত) | <br>[একান্তর কোণ বলে]<br>[সামান্তরিকের বিপরীত কোণ বলে]<br>[দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।] |

১০. **পাশের চিত্রে $BD \perp AC$ এবং $DQ = BQ = 2AQ = \frac{1}{2}QC$. প্রমাণ কর যে, $DA \perp DC$.**



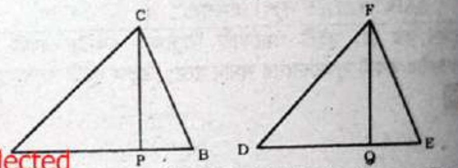

**সমাধান** **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, $BD \perp AC$ এবং $DQ = BQ = 2AQ = \frac{1}{2}QC$. প্রমাণ করতে হবে যে, $DA \perp DC$.

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. যেহেতু $DQ = 2AQ$<br>এবং $QC = 2DQ$<br>$= 2.2AQ$<br>$= 4AQ$<br>আবার, $AC = AQ + QC$<br>$= AQ + 4AQ$<br>$= 5AQ$ | |
| ২. এখন, $\Delta ADQ$ সমকোণী ত্রিভুজ–এ,<br>$AD^2 = AQ^2 + DQ^2$<br>$= AQ^2 + (2AQ)^2$<br>$= AQ^2 + 4AQ^2$<br>$= 5AQ^2$ ... ... ... (i) | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]<br><br>$[\because DQ = 2AQ]$ |
| এবং $\Delta CDQ$ সমকোণী ত্রিভুজ–এ,<br>$CD^2 = QC^2 + DQ^2$<br>$= (4AQ)^2 + (2AQ)^2$<br>$= 16\ AQ^2 + 4\ AQ^2$<br>$= 20\ AQ^2$ ... ... (ii) | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে] |
| ৩. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,<br>$AD^2 + CD^2 = 5AQ^2 + 20AQ^2$<br>$= 25AQ^2$<br>$= (5AQ)^2$<br>$= (AC)^2$<br>$= AC^2$<br>$\therefore AD^2 + CD^2 = AC^2$<br><br>$\therefore DA \perp DC$. (প্রমাণিত) | <br><br><br><br>$[\because AC = 5AQ]$<br><br>[পিথাগোরাসের বিপরীত প্রতিজ্ঞা অনুযায়ী] |

১১. **$\Delta ABC$ ও $\Delta DEF$-এর $\angle A = \angle D$। প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$.**

**সমাধান**






**বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, $\Delta ABC$ ও $\Delta DEF$-এর $\angle A = \angle D$। প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC : \Delta DEF = AB . AC : DE . DF$.

**অঙ্কন:** C ও F বিন্দু থেকে AB ও DE-এর উপর যথাক্রমে CP ও FQ লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta APC$ ও $\Delta DQF$-এর মধ্যে<br>$\angle APC = \angle DQF$.<br>$\angle CAP = \angle FDQ$.<br>$\therefore \angle ACP = \angle DFQ$ হবে।<br>$\therefore \Delta APC$ ও $\Delta DQF$ সদৃশকোণী ও সদৃশ।<br>$\therefore \frac{CP}{FQ} = \frac{AC}{DF}$ | <br>[সমকোণ]<br>[দেওয়া আছে]<br><br><br>[$\because$ সদৃশকোণী ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।] |
| ২. এখন, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}AB.\ CP}{\frac{1}{2}DE.\ FQ}$<br>বা, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB}{DE} \cdot \frac{CP}{FQ}$<br>বা, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB}{DE} \cdot \frac{AC}{DF}$<br>$\therefore \Delta ABC : \Delta DEF = AB.AC : DE.DF$. (প্রমাণিত) | [$\because$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\times$ ভূমি × উচ্চতা]<br><br><br>$[\because \frac{CP}{FQ} = \frac{AC}{DF}]$ |

১২. **$\Delta ABC$-এ $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। DA এর সমান্তরাল CE রেখাংশ বর্ধিত BA বাহুকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।**

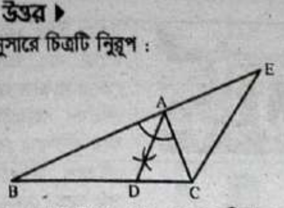
ক. তথ্য অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর।

খ. প্রমাণ কর যে, $BD : DC = BA : AC$

গ. BC এর সমান্তরাল কোনো রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $BD : DC = BP : CQ$.

✔ ১২ নং প্রশ্নের উত্তর ▸

**ক** প্রদত্ত তথ্য অনুসারে চিত্রটি নিম্নরূপ :

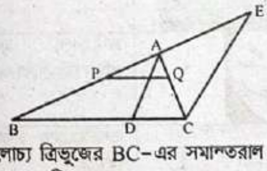



**খ** **বিশেষ নির্বচন:** $\Delta ABC$-এ $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। DA এর সমান্তরাল CE রেখাংশ BA এর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করছে। প্রমাণ করতে হবে যে, BD : DC = BA : AC

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. যেহেতু DA ∥ CE<br>∴ $\angle AEC$ = অনুরূপ $\angle BAD$<br>এবং $\angle ACE$ = একান্তর $\angle CAD$ | [অঙ্কন] |
| ২. কিন্তু $\angle BAD = \angle CAD$<br>∴ $\angle AEC = \angle ACE$<br>∴ $AC = AE$ | [∵ AD, $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক] |
| ৩. আবার, যেহেতু DA ∥ CE<br>∴ $\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AE}$<br>∴ $\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC}$<br>∴ BD : DC = BA : AC (প্রমাণিত) | <br><br>[ধাপ–২ থেকে, AE = AC] |

**গ**



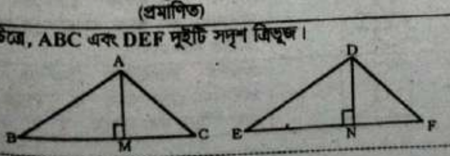

**বিশেষ নির্বচন:** আলোচ্য ত্রিভুজের BC–এর সমান্তরাল PQ রেখাংশ AB ও AC কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, BD : DC = BP : CQ.

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$-এর $\angle A$-এর সমদ্বিখণ্ডক AD<br>∴ $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ | [ত্রিভুজের যেকোনো কোণের অন্তর্দ্বিখণ্ডক বিপরীত বাহুকে উক্ত কোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে] |
| ২. আবার, PQ ∥ BC<br>∴ $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{CQ}$<br>বা, $\frac{AP}{BP} + 1 = \frac{AQ}{CQ} + 1$<br>বা, $\frac{AP + BP}{BP} = \frac{AQ + CQ}{CQ}$<br>বা, $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CQ}$<br>বা, $\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{CQ}$ | [ত্রিভুজের যেকোনো বাহুর সমান্তরাল রেখা অপর দুই বাহুকে সমান অনুপাতে বিভক্ত করে]<br>[উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]<br>[∵ P এবং Q যথাক্রমে AB ও CQ এর উপরস্থ বিন্দু] |
| ৩. এখন, ধাপ ১ ও ২ হতে পাই,<br>$\frac{BD}{DC} = \frac{BP}{CQ}$<br>∴ BD : DC = BP : CQ<br>(প্রমাণিত) | [ধাপ-১ হতে, $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$] |

১৩. **চিত্রে, ABC এবং DEF দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ।**




ক. ত্রিভুজ দুইটির অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলোর নাম লিখ। ২

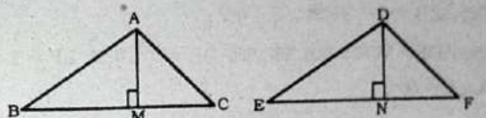
খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$ ৪

গ. যদি BC = 3 সে.মি., EF = 8 সে.মি., $\angle B = 60°$, $\frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$ এবং $\Delta ABC$ = 3 বর্গ সে.মি. হয়, তবে $\Delta DEF$ অঙ্কন কর এবং এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

✔ ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর ▸

**ক** প্রদত্ত ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ বাহু AB ও DE, AC ও DF, BC ও EF এবং অনুরূপ কোণগুলো হলো $\angle A$ ও $\angle D$, $\angle B$ ও $\angle E$, $\angle C$ ও $\angle F$.

**খ**




**বিশেষ নির্বচন:** ABC ও DEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC = \frac{1}{2}.BC.AM$<br>$\Delta DEF = \frac{1}{2}EF.DN$<br>∴ $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}.BC.AM}{\frac{1}{2}EF.DN}$<br>$= \frac{BC.\ AM}{EF.\ DN}$ | [∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ভূমি × উচ্চতা] |
| ২. কিন্তু ABM এবং DEN ত্রিভুজদ্বয়ে<br>$\angle B = \angle E$,<br>$\angle AMB = \angle DNE$ = এক সমকোণ।<br>এবং অবশিষ্ট $\angle BAM$ = অবশিষ্ট $\angle EDN$<br>∴ $\Delta ABM$ ও $\Delta DEN$ সদৃশকোণী এবং সদৃশ<br>∴ $\frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$ | [দেওয়া আছে]<br>[∵ AM ও DM যথাক্রমে BC ও EF-এর উপর লম্ব।]<br>[দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক] |
| ৩. কিন্তু $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$<br>∴ $\frac{AM}{DN} = \frac{BC}{EF}$<br>∴ $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC}{EF} \times \frac{AM}{DN}$<br>$= \frac{BC}{EF} \times \frac{BC}{EF}$<br>$= \frac{BC^2}{EF^2}$ | |
| ৪. আবার, যেহেতু $\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$<br>∴ $\frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$<br>∴ $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$ (প্রমাণিত) | |

**গ** এখানে, BC = 3 সে.মি.

EF = 8 সে.মি.

$\angle B = 60°$

$\frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$

বা, $AB = \frac{2BC}{3} = \frac{2 \times 3}{3}$ সে.মি. = 2 সে.মি.

'খ' থেকে প্রাপ্ত $\frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$

বা, $\frac{2^2}{DE^2} = \frac{3^2}{8^2}$

বা, $DE^2 = \frac{8^2 \times 2^2}{3^2}$

বা, $DE^2 = \frac{64 \times 4}{9}$

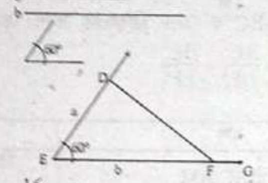
বা, $DE = \frac{8 \times 2}{3}$ [বর্গমূল করে]



বা, $DE = \frac{16}{3}$

যেহেতু, $\angle B = 60°$ সুতরাং $\angle E = 60°$

এখন, $\Delta DEF$ আঁকতে হবে যার, বাহু $DE = \frac{16}{3}$ সে.মি. $EF = 8$ সে.মি. এবং $\angle E = 60°$.




মনে করি, $a = DE = \frac{16}{3}$ সে.মি., $b = EF = 8$ সে.মি. এবং $\angle x = \angle E = 60°$। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন: (১) যেকোনো রশ্মি EG থেকে $EF = b$ কেটে নিই।
(২) EF এর E বিন্দুতে $\angle FEH = \angle x$ আঁকি।
(৩) EH থেকে $ED = a$ কেটে নিই। D, F যোগ করি।
তাহলে, $\Delta DEF$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

আবার, $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{BC^2}{EF^2}$ ['খ' হতে প্রাপ্ত]

বা, $\frac{3}{\Delta DEF} = \frac{3^2}{8^2}$

বা, $\Delta DEF = \frac{8^2 \times 3}{3^2} = \frac{64 \times 3}{9} = \frac{64}{3}$

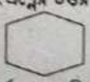
$\therefore$ নির্ণেয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{64}{3}$ বর্গ একক।

## ⏭ অনুশীলনী ১৪.৩

১. সমতলীয় জ্যামিতিতে —
i. ত্রিভুজ হলো সবচেয়ে কম সংখ্যক রেখাংশ দিয়ে গঠিত বহুভুজ
ii. চার বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজ হলো রম্বস
iii. সুষম পঞ্চভুজের বাহুগুলো সমান হলেও কোণগুলো অসমান
নিচের কোনটি সঠিক?
● i ⓖ i ও iii ⓖ i ও iii ⓖ i, ii ও iii

২. বিষমবাহু ত্রিভুজের মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?
● শূন্যটি ⓖ 1টি ⓖ 3টি ⓖ অসংখ্য

➲ নিচের চিত্র হতে ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



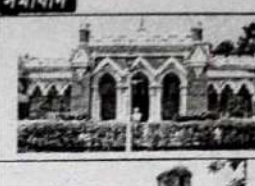
বহুভুজটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.

৩. বহুভুজটির মোট কতটি প্রতিসাম্য রেখা আছে?
ⓚ 3টি ● 6টি ⓖ 7টি ⓖ অসংখ্য

৪. বহুভুজটির –
i. ঘূর্ণন মাত্রা 4 ii. ঘূর্ণন কোণ 60° iii. প্রতিটি কোণ সমান
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i ⓖ ii ● ii ও ii ⓖ i, ii ও iii

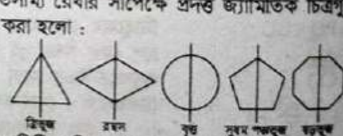
৫. নিচের চিত্রসমূহের কোনটির প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে?
(ক) বাড়ির চিত্র (খ) মসজিদের চিত্র
(গ) মন্দিরের চিত্র (ঘ) গীর্জার চিত্র
(গ) প্যাগোডার চিত্র (ঘ) পার্লামেন্ট ভবনের চিত্র
(ঙ) মুখোশের চিত্র (চ) তাজমহলের চিত্র

**সমাধান**

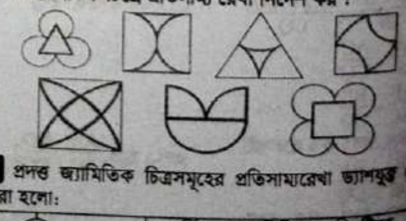
| | |
|---|---|
|  | বাড়ির চিত্রে সচরাচর প্রতিসাম্য রেখা থাকে না। তবে কোনো কোনো ক্ষেত্রে থাকতে পারে। যেমন- উত্তরা গণভবন, হোয়াইট হাউস এর একটি করে প্রতিসাম্য রেখা আছে। |
|  | অধিকাংশ মসজিদের চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা আছে। যেমন- ষাট গম্বুজ মসজিদ, মুসা খাঁ মসজিদ এর একটি করে প্রতিসাম্য রেখা আছে। |
|  | অধিকাংশ মন্দিরের চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা আছে। যেমন- ঢাকেশ্বরী মন্দির ও কান্তজির মন্দির- এর একটি করে প্রতিসাম্য রেখা আছে। |
|  | অধিকাংশ গীর্জার চিত্রের প্রতিসাম্য রেখা আছে। |
|  | অধিকাংশ প্যাগোডার চিত্রে প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। |
|  | বাংলাদেশের পার্লামেন্ট ভবনে একটি প্রতিসাম্য রেখা আছে। |
|  | অধিকাংশ মুখোশের চিত্রে প্রতিসাম্য রেখা আছে। |
|  | তাজমহলের একটি প্রতিসাম্য রেখা রয়েছে। |

৬. প্রতিসাম্য রেখা দেওয়া আছে (ড্যাশযুক্ত রেখা), জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ কর এবং শনাক্ত কর।

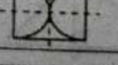
**সমাধান** প্রতিসাম্য রেখার সাপেক্ষে প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রগুলো সম্পূর্ণ করে তাদের শনাক্ত করা হলো :

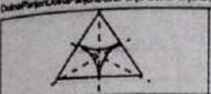
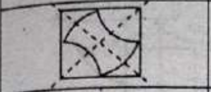
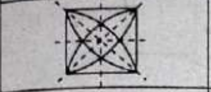
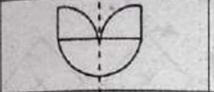
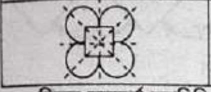



৭. নিচের জ্যামিতিক চিত্রে প্রতিসাম্য রেখা নির্দেশ কর :

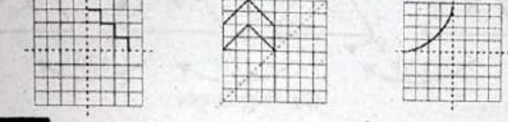


**সমাধান** প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রসমূহের প্রতিসাম্যরেখা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হলো:

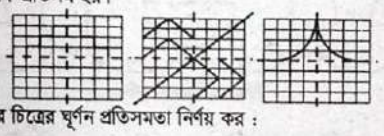
| | |
|---|---|
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে তিনটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে দুইটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |

| | |
|---|---|
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে তিনটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে দুইটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে চারটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে একটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |
|  | প্রদর্শিত জ্যামিতিক চিত্রটিতে চারটি প্রতিসাম্য রেখা আছে, যা ড্যাশযুক্ত রেখা দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। |

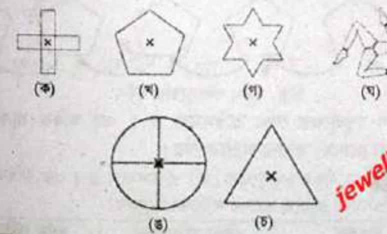
৮. নিচের অসম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্র সম্পূর্ণ কর যেন আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম হয় :



**সমাধান** অসম্পূর্ণ জ্যামিতিক চিত্রসমূহ সম্পূর্ণ (ড্যাশযুক্ত রেখা) যেন আয়না রেখা সাপেক্ষে প্রতিসম হয়।

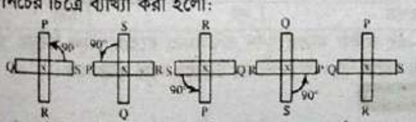


৯. নিচের চিত্রের ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর :



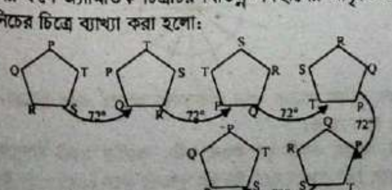

**সমাধান**

ক. ঘূর্ণনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রটির বিভিন্ন অবস্থানের আকৃতি একই রকম তা নিচের চিত্রে ব্যাখ্যা করা হলো:



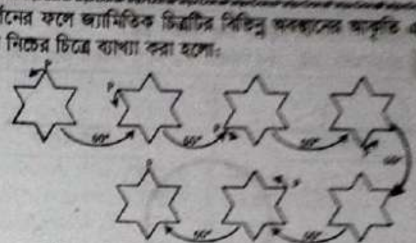
∴ প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন কোণ 90° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4.

খ. ঘূর্ণনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রটির বিভিন্ন অবস্থানের আকৃতি একই রকম তা নিচের চিত্রে ব্যাখ্যা করা হলো:



∴ প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন কোণ 72° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 5.

গ. ঘূর্ণনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রটির বিভিন্ন অবস্থানের আকৃতি একই রকম তা নিচের চিত্রে ব্যাখ্যা করা হলো:



∴ প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন কোণ 60° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 6.

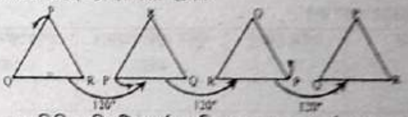
ঘ. ঘূর্ণনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রটির বিভিন্ন অবস্থানের আকৃতি একই রকম তা নিচের চিত্রে ব্যাখ্যা করা হলো:

∴ প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন কোণ 120° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 3.

ঙ. ঘূর্ণনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রটির বিভিন্ন অবস্থানের আকৃতি একই রকম তা নিচের চিত্রে ব্যাখ্যা করা হলো:

∴ প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন কোণ 90° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 4.

চ. ঘূর্ণনের ফলে জ্যামিতিক চিত্রটির বিভিন্ন অবস্থানের আকৃতি একই রকম তা নিচের চিত্রে ব্যাখ্যা করা হলো:



∴ প্রদত্ত জ্যামিতিক চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে। ঘূর্ণন কোণ 120° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 3.

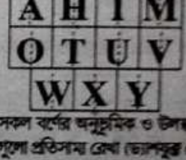


১০. ইংরেজি বর্ণমালার যে সকল বর্ণের
(ক) অনুভূমিক আয়না
(খ) উল্লম্ব আয়না
(গ) অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় আয়না
সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে, সেগুলো আঁক।

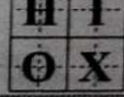
**সমাধান**

ক. ইংরেজি বর্ণমালার যেসকল বর্ণের অনুভূমিক আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা আছে, সেগুলো প্রতিসাম্য রেখাসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:


খ. ইংরেজি বর্ণমালার যেসকল বর্ণের উলম্ব আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেগুলো প্রতিসাম্য রেখাসহ (ড্যাশযুক্ত রেখা) আঁকা হলো:

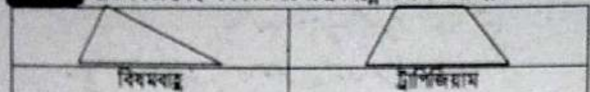



গ. ইংরেজি বর্ণমালার যেসকল বর্ণের অনুভূমিক ও উলম্ব আয়না সাপেক্ষে প্রতিফলন প্রতিসমতা রয়েছে সেগুলো প্রতিসাম্য রেখা (ড্যাশযুক্ত রেখাসহ) আঁকা হলো:



১১. প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র অঙ্কন কর।

**সমাধান** প্রতিসমতা নেই এমন তিনটি চিত্র নিম্নে অঙ্কন করা হলো :

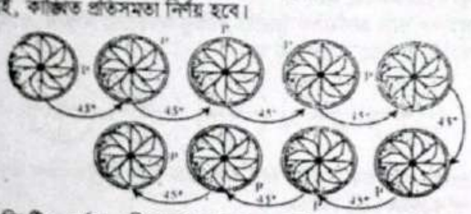


| বিষমবাহু | ট্রাপিজিয়াম |
|---|---|

দেয়াল ঘড়ি (লেখাগুলোর সাপেক্ষে অপ্রতিসম)

১২. একটি লেবু আড়াআড়ি কেটে চিত্রের ন্যায় আকার পাওয়া গেল। সমতলীয় চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা নির্ণয় কর।

**সমাধান** আড়াআড়ি কেটে নেওয়া লেবুটির শুধু কাটা তলের প্রতিসমতা নির্ণয় করলেই, কাঙ্ক্ষিত প্রতিসমতা নির্ণয় হবে।



∴ চিত্রটির ঘূর্ণন প্রতিসমতা আছে ও ঘূর্ণন কোণ 45° এবং ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা 8

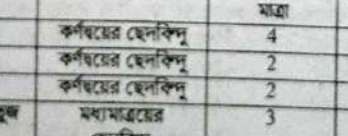
১৩. শূন্যস্থান পূরণ কর :

| চিত্র | ঘূর্ণন কেন্দ্র | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ |
|---|---|---|---|
| বর্গ | | | |
| আয়ত | | | |
| রম্বস | | | |
| সমবাহু ত্রিভুজ | | | |
| অর্ধবৃত্ত | | | |
| সুষম পঞ্চভুজ | | | |

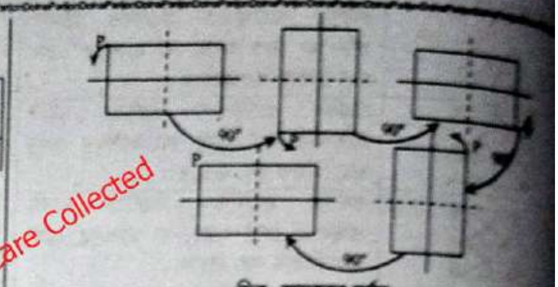
**সমাধান**

| চিত্র | ঘূর্ণন কেন্দ্র | ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা | ঘূর্ণন প্রতিসমতার কোণ |
|---|---|---|---|
| বর্গ | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 4 | 90° |
| আয়ত | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| রম্বস | কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু | 2 | 180° |
| সমবাহু ত্রিভুজ | মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দু | 3 | 120° |
| অর্ধবৃত্ত | কেন্দ্র | 1 | 360° |
| সুষম পঞ্চভুজ | কোণগুলোর সমদ্বিখণ্ডকগুলোর ছেদবিন্দু | 5 | 72° |

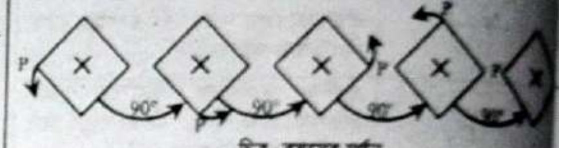
ওপরের ছকটি পূরণ করতে নিচের চিত্রগুলোর সহায়তা নেওয়া হয়েছে।



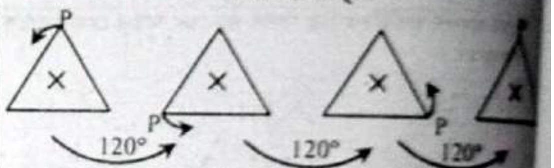
চিত্র: বর্গের ঘূর্ণন



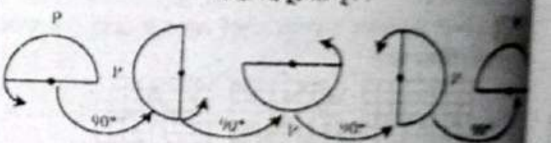
চিত্র: আয়তের ঘূর্ণন



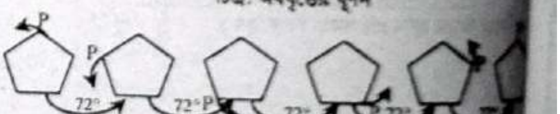
চিত্র: রম্বসের ঘূর্ণন



চিত্র: ত্রিভুজের ঘূর্ণন



চিত্র: অর্ধবৃত্তের ঘূর্ণন



চিত্র: সুষম পঞ্চভুজের ঘূর্ণন

১৪. যে সকল চতুর্ভুজের রেখা প্রতিসমতা ও 1 এর অধিক মাত্রা
প্রতিসমতা রয়েছে, তাদের তালিকা কর।

**সমাধান** যে সকল চতুর্ভুজের রেখা প্রতিসমতা ও 1 এর অধিক
ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে তাদের তালিকা নিম্নরূপ:

| চতুর্ভুজ | রেখা প্রতিসমতা | ঘূর্ণন প্র |
|---|---|---|
| বর্গ | চার | চার |
| আয়ত | দুই | দুই |
| রম্বস | দুই | চার |

১৫. 1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূ
18° হতে পারে কি? তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।

**সমাধান**

1 এর অধিক মাত্রার ঘূর্ণন প্রতিসমতা রয়েছে এরূপ চিত্রের ঘূ
18° হতে পারে।

যুক্তি: আমরা একটি বৃত্ত কল্পনা করি। বৃত্তটির একটি বিন্দু
তাহলে 18° কোণে ঘুরে পাঁচবার ঘূর্ণনের ফলে (18° × 5)
পর্যন্ত গেল। এভাবে পর্যায়ক্রমে ঘুরতে ঘুরতে পূর্বের স্থানে
বিশবার ঘুরতে হবে যা ঘূর্ণন প্রতিসমতার মাত্রা হবে 20
(18° × 20) বা 360°।

# পঞ্চদশ অধ্যায় : ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য (Area Related Theorems and Construction)

## অনুশীলনী ১৫

১. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, নিচের কোন ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়?

ⓐ 3 cm, 4 cm, 5 cm ⓑ 6 cm, 8 cm, 10 cm
● 5 cm, 7 cm, 9 cm ⓓ 5 cm, 12 cm, 13 cm

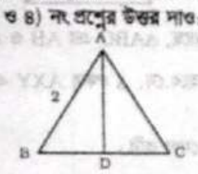
২. সমতলীয় জ্যামিতিতে —

i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে
ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম
iii. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ক্ষেত্রফল সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓐ i ও ii ⓑ ii ও iii ● i ও iii ⓓ i, ii ও iii

নিচের চিত্রে △ABC সমবাহু, AD ⊥ BC এবং AB = 2.
তথ্যের ভিত্তিতে (৩ ও ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:




৩. BD = কত?

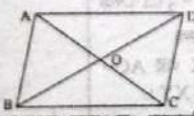
● 1 ⓑ $\sqrt{2}$ ⓒ 2 ⓓ 4

৪. ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?

ⓐ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ একক ● $\sqrt{3}$ একক ⓒ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ একক ⓓ $2\sqrt{3}$ একক

৫. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজ-ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

**সমাধান**




সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, △ ক্ষেত্র AOB = △ ক্ষেত্র BOC = △ ক্ষেত্র COD = △ ক্ষেত্র AOD

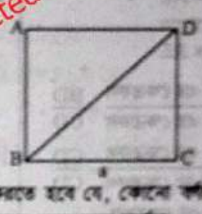
প্রমাণ:△

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. সামান্তরিক কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে। সুতরাং AO = OC এবং BO = OD. এখন, △ADC-এ OD মধ্যমা। সুতরাং △ ক্ষেত্র AOD = △ ক্ষেত্র COD | [মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।] |
| ২. CO, △BCD এর মধ্যমা হওয়ায় △ক্ষেত্র COD = △ক্ষেত্র BOC | [∵ AO = CO] |
| ৩. BO, △ABC ত্রিভুজের মধ্যমা হওয়ায়, △ ক্ষেত্র BOC = △ ক্ষেত্র AOB | [∵ BO = DO] |
| ৪. AO, △ABD-এর মধ্যমা হওয়ায় △ ক্ষেত্র AOB = △ ক্ষেত্র COD অতএব, △ ক্ষেত্র AOB = △ ক্ষেত্র BOC = △ ক্ষেত্র COD = △ ক্ষেত্র AOD. (প্রমাণিত) | [∵ AO = CO] |

৬. প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গের তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

**সমাধান**






সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, কোনো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

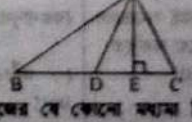
বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD বর্গক্ষেত্রের BD একটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD এর ক্ষেত্রফল, BD এর উপর অঙ্কিত ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

প্রমাণ :

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার বাহুর দৈর্ঘ্য a একক তাহলে, AB = BC = CD = DA = a ∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $a^2$ বর্গ একক | [∵ বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বাহু$^2$] |
| ২. এখন, △BCD-এ $BD^2 = BC^2 + CD^2$ বা, $BD^2 = a^2 + a^2$ বা, $BD^2 = 2a^2$ ∴ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 2 × ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। (প্রমাণিত) | [∵ ABCD এর ক্ষেত্রফল $a^2$] |

৭. প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজ ক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

**সমাধান**




সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যে কোনো মধ্যমা ত্রিভুজ ক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AD এর মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, △ ক্ষেত্র ABD = △ ক্ষেত্র ACD.

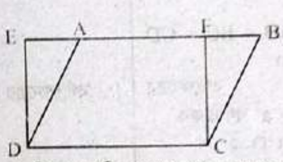
অঙ্কন: A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AE লম্ব টানি, যা BC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$-এ AD-এর মধ্যমা। সুতরাং $BD = CD$ এখন, $\Delta ABD$ এবং $\Delta ACD$ এর ভূমি যথাক্রমে BD ও CD হলে, AE উভয় ত্রিভুজের উচ্চতা হবে। | |
| ২. এখন, $\frac{\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{\frac{1}{2} \times BD \times AE}{\frac{1}{2} \times CD \times AE}$ | [ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা] |
| বা, $\frac{\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{BD}{CD}$ | |
| বা, $\frac{\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{CD}{CD}$ | [যেহেতু $BD = CD$] |
| $\frac{\Delta ABD \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\Delta ACD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = 1$ $\therefore \Delta ABD = \Delta ACD$ অর্থাৎ $\Delta$ ক্ষেত্র ABD = $\Delta$ ক্ষেত্র ACD (প্রমাণিত) | |

৮. একটি সামান্তরিকক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাও যে, সামান্তরিকক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

**সমাধান**




সাধারণ নির্বচন : একটি সামান্তরিকক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাতে হবে যে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

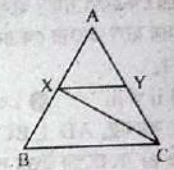
বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD সামান্তরিক এবং সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট CDEF আয়তক্ষেত্রটি একই ভূমি CD-এর উপর এবং এর একই পার্শ্বে অবস্থিত। দেখাতে হবে, সামান্তরিক ABCD এর পরিসীমা আয়তক্ষেত্র CDEF এর পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ $AB + BC + CD + DA > CD + DE + EF + FC$.

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. সামান্তরিক ABCD এবং CDEF আয়তক্ষেত্র একই ভূমি CD এর উপর অবস্থিত এবং সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD = আয়তক্ষেত্র CDEF সুতরাং তারা একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত। | [কল্পনানুসারে] |
| ২. এখন, $DE \perp BE$ $\therefore DE < DA$ বা, $DA > DE$ ......(i) | [$\because$ আয়ত CDEF এর $\angle E = 90°$] |
| আবার, $CF \perp BE$ $\therefore FC < BC$ বা, $BC > FC$ ......(ii) | [$\because$ কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে উক্ত সরলরেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাটি ক্ষুদ্রতম] |
| ৩. $DA + BC > DE + FC$ বা, $DA + BC + 2CD > DE + FC + 2CD$ বা, $DA + BC + CD + CD > DE + FC + CE + CD$ | [(i) ও (ii) যোগ করে] [উভয়পক্ষে 2CD যোগ করে] |
| বা, $DA + BC + CD + AB > CD + DE + EF + FC$ $\therefore AB + BC + CD + DA > CD + DE + EF + FC$. (প্রমাণিত) | [$\because$ ABCD সামান্তরিকে বিপরীত বাহু AB এবং CD আয়তে CD = বিপরীত বাহু] |

৯. $\Delta ABC$ এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y. প্রমাণ কর যে, $\Delta$ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ ($\Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

**সমাধান**






বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\Delta ABC$ এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y. প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta$ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$($\Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

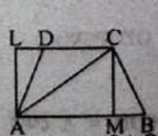
অঙ্কন: X, Y ও C, X যোগ করি।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta ABC$ এর AB এর উপর মধ্যমা CX। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ACX = $\Delta$ ক্ষেত্র BCX | [X, AB এর মধ্যবিন্দু] [কারণ ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে] |
| $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ACX $= \frac{1}{2}$($\Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) | |
| ২. আবার, $\Delta ACX$ এর AC-এর উপর মধ্যমা XY। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র AXY = $\Delta$ ক্ষেত্র CXY $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র AXY $= \frac{1}{2}$($\Delta$ ক্ষেত্র ACX) | |
| ৩. $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র AXY $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$($\Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র AXY $= \frac{1}{4}$($\Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) (প্রমাণিত) | [ধাপ-১ হতে] |

১০. চিত্রে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**




বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কন : A বিন্দু হতে CD এর ওপর (বর্ধিতাংশের ওপর) ও C বিন্দু হতে AB এর ওপর যথাক্রমে AL ও CM লম্ব টানি। A ও C যোগ করি।

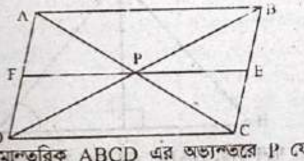
ক্ষেত্রফল নির্ণয় :

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| (১) ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র, ABCD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল<br>(২) Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times AB\times CM$<br>(৩) Δ ক্ষেত্র ACD এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times CD\times AL$ | ট্রাপিজিয়ামের কর্ণ ট্রাপিজিয়ামকে দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।]<br>[ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা] |
| (৪) ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল | [ধাপ (১), (২) ও (৩) হতে]<br>[ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।] |
| $=\frac{1}{2}\times AB\times CM+\frac{1}{2}\times CD\times AL$ | |
| $=\frac{1}{2}\times AB\times CM+\frac{1}{2}\times CD\times CM$<br>$=\frac{1}{2}\times CM\times(AB+CD)$<br>$=\frac{1}{2}\times(AB+CD)\times CM$<br>$=\frac{1}{2}\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $\times$ উচ্চতা<br>এটিই ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল | |



১১. সামান্তরিক ABCD–এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ (সামান্তিরকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)।

**সমাধান**




**বিশেষ নির্বচন:** সামান্তরিক ABCD এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। P, A; P, B; P, C এবং P, D যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)।

**অঙ্কন:** P বিন্দু দিয়ে AB রেখার সমান্তরাল EF রেখা টানি, যা AD কে F এবং BC কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

**প্রমাণ:**

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. Δ ক্ষেত্র PAB ও সামান্তরিকক্ষেত্র ABEF একই ভূমি AB এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল AB ও EF এর মধ্যে অবস্থিত।<br>∴ Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABEF এর ক্ষেত্রফল) | [একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।] |
| ২. আবার, Δ ক্ষেত্র PCD ও সামান্তরিকক্ষেত্র DCEF একটি ভূমি CD এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল CD ও EF এর মধ্যে অবস্থিত।<br>∴ Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র DCEF এর ক্ষেত্রফল) | [একই কারণ] |
| ৩. সুতরাং Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল।<br>$=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABEF এর ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ সামান্ত-রিকক্ষেত্র DCEF এর ক্ষেত্রফল)<br>$=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABEF এর ক্ষেত্রফল + সামান্তরিকক্ষেত্র DCEF এর ক্ষেত্রফল)<br>$=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)<br>অতএব, Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল) (প্রমাণিত) | [ধাপ-১ ও ২ যোগ করে।] |

১২. ΔABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC এবং Δ ক্ষেত্র DBE = Δ ক্ষেত্র CDE.

**সমাধান**


বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ΔABC–এ BC ভূমির সমান্তরাল সরলরেখা DE, AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। B, E ও C, D যোগ করি।

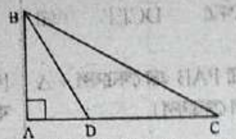
প্রমাণ করতে হবে যে, Δ-ক্ষেত্র DBC = Δ-ক্ষেত্র EBC এবং Δ-ক্ষেত্র DBE = Δ-ক্ষেত্র CDE

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. ΔDBC এবং ΔEBC একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল রেখা যুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।<br>∴ Δ-ক্ষেত্র DBC = Δ-ক্ষেত্র EBC | [একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান] |
| ২. আবার, ΔDBE ও ΔCDE একই ভূমি DE এবং একই সমান্তরাল রেখা যুগল DE ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।<br>∴ Δ-ক্ষেত্র DBE = Δ-ক্ষেত্র CDE | [একই কারণে] |
| ৩. সুতরাং Δ-ক্ষেত্র DBC = Δ-ক্ষেত্র EBC এবং Δ-ক্ষেত্র DBE = Δ-ক্ষেত্র CDE (প্রমাণিত) | [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে] |

১৩. ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC-এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

**সমাধান**




বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$-এর $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

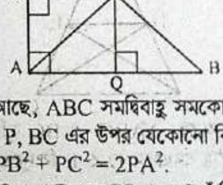
প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. সমকোণী $\triangle ABC$-এর $\angle BAC = 90°$ এবং অতিভুজ BC<br>ABC সমকোণী ত্রিভুজে $BC^2 = AB^2 + AC^2$ | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য] |
| ২. আবার, সমকোণী $\triangle ABD$-এ, $\angle BAD = 90°$ এবং অতিভুজ BD<br>$BD^2 = AB^2 + AD^2$<br>$\therefore AD^2 = BD^2 - AB^2$ | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য] |
| ৩. সুতরাং $BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$<br>$\therefore BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$<br>$\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. (প্রমাণিত) | [ধাপ-১ ও ধাপ-২ হতে] |

১৪. ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

**সমাধান**






বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, ABC সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের AB = AC এবং BC এর অতিভুজ। P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

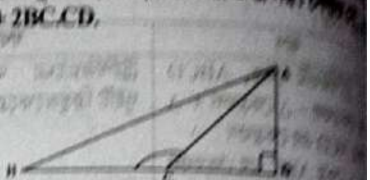
অঙ্কন: P বিন্দু থেকে $PQ \perp AB$ এবং $PR \perp AC$ আঁকি।

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. যেহেতু $PQ \perp AB$ এবং $PR \perp AC$<br>$\therefore$ ARPQ একটি আয়তক্ষেত্র।<br>$\therefore AR = PQ = BQ$<br>অনুরূপভাবে, PR = CR = AQ | [$\triangle PQB$ এর $\angle Q = 90°$, $\angle B = 45°$ $\therefore \angle P = 45°$<br>$\therefore PQ = BQ$] |
| ২. এখন, সমকোণী $\triangle PQB$-এ $PB^2 = PQ^2 + BQ^2$ ......(i)<br>তদ্রূপ $\triangle CPR$-এ $PC^2 = PR^2 + CR^2$ ......(ii) | |
| ৩. $PB^2 + PC^2 = PQ^2 + BQ^2 + PR^2 + CR^2$<br>$= PQ^2 + PQ^2 + PR^2 + PR^2$<br>$= 2(PQ^2 + PR^2)$<br>$= 2(PQ^2 + AQ^2)$<br>$= 2PA^2$<br>$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. (প্রমাণিত) | [ধাপ-২ হতে]<br><br>[$\because$ PQ = BQ এবং PR = CR]<br>[$\because$ PR = AQ] |

১৫. $\triangle ABC$ এর $\angle C$ স্থূলকোণ, AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$.

**সমাধান**



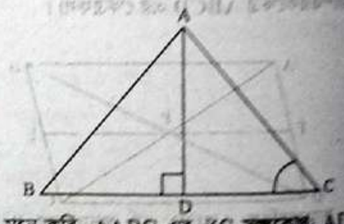

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এর $\angle C$ = স্থূলকোণ, বর্ধিতাংশের উপর AD লম্ব। দেখাতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 +$ 2BC. CD

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. সমকোণী $\triangle ACD$ এর $\angle ADC$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ।<br>সুতরাং ACD সমকোণী ত্রিভুজে<br>$AC^2 = AD^2 + CD^2$ ............(i) | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য] |
| ২. আবার, সমকোণী ত্রিভুজ ABD এর $\angle ADB$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ।<br>সুতরাং ABD সমকোণী ত্রিভুজে<br>$AB^2 = BD^2 + AD^2$<br>$\therefore AB^2 = AD^2 + (BC + CD)^2$<br>বা, $AB^2 = AD^2 + BC^2 + 2BC.CD + CD^2$<br>বা, $AB^2 = (AD^2 + CD^2) + BC^2 + 2BC.CD$<br>বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$<br>$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$. (দেখানো হলো) | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]<br>[$\because$ BD = BC + CD]<br><br><br>[(i) নং থেকে মান বসিয়ে] |

১৬. $\triangle ABC$ এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ; AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2.BC.CD$.

**সমাধান**




বিশেষ নির্বচন: মনে করি, $\triangle ABC$ এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ, AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2\ BC.CD$

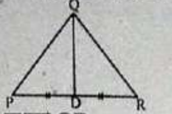
প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. সমকোণী $\triangle ACD$ এর $\angle ADC$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ।<br>সুতরাং ACD সমকোণী ত্রিভুজে<br>$AC^2 = AD^2 + CD^2$ ...(i) | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য] |
| ২. আবার, সমকোণী $\triangle ABD$ এর $\angle ADB$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ।<br>সুতরাং ABD সমকোণী ত্রিভুজে<br>$AB^2 = AD^2 + BD^2$<br>বা, $AB^2 = AD^2 + (BC - CD)^2$<br>বা, $AB^2 = AD^2 + BC^2 + CD^2 - 2BC.CD$<br>$\therefore AB^2 = (AD^2 + CD^2) + BC^2 - 2BC.CD$<br>বা, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$<br>$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ [দেখানো হলো] | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]<br>[$\because$ BD = BC - CD]<br><br><br>[(i) নং থেকে মান বসিয়ে] |

১৭. $\Delta PQR$ এ QD একটি মধ্যমা।
ক. উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$। ৪
গ. যদি $PQ = QR = PR$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর, $4QD^2 = 3PQ^2$। ৪

**✔ ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর**

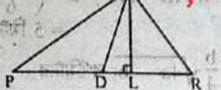
ক নিম্নে উদ্দীপকের আলোকে আনুপাতিক চিত্র আঁকা হলো




চিত্রে $\Delta PQR$ এর PR বাহুর মধ্যমা QD



খ



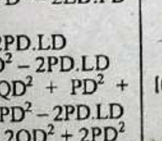

বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, $\Delta PQR$ এর PQ বাহুর মধ্যমা QD। দেখাতে হবে যে, $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$

অঙ্কন : Q বিন্দু থেকে PR এর ওপর QL লম্ব টানি।

প্রমাণ :

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. QDL সমকোণী ত্রিভুজে অতিভুজ QD<br>QDL সমকোণী ত্রিভুজে<br>$QL^2 + LD^2 = QD^2$<br>বা, $QL^2 = QD^2 - LD^2$ | [∵ $\angle QLD$ = এক সমকোণ]<br>[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে] |
| ২. QPL সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,<br>$PQ^2 = QL^2 + PL^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + PL^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + (PD + LD)^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + PD^2 + LD^2 + 2PD.LD$<br>$= QD^2 + PD^2 + 2PD.LD$<br>$\therefore PQ^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.LD$ | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]<br>[(১) হতে]<br>[∵ $PL = PD + DL$] |
| ৩. আবার, QLR সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,<br>$QR^2 = QL^2 + LR^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + LR^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + (DR - LD)^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + (PD - LD)^2$<br>$= QD^2 - LD^2 + PD^2 - 2LD.PD + LD^2$<br>$= QD^2 + PD^2 - 2PD.LD$<br>$QR^2 = QD^2 + PD^2 - 2PD.LD$ | [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]<br>[(১) হতে]<br>[∵ $LR = DR - LD$]<br>[∵ D, PR এর মধ্যবিন্দু, সেহেতু $PD = RD$] |
| ৪. $QP^2 + QR^2 = QD^2 + PD^2 + 2PD.LD + QD^2 + PD^2 - 2PD.LD$<br>বা, $QP^2 + QR^2 = 2QD^2 + 2PD^2$<br>সুতরাং $PQ^2 + QR^2 = 2(PD^2 + QD^2)$. (প্রমাণিত) | [(২) ও (৩) হতে] |

গ




বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং $PQ = QR = PR$। QD, PR বাহুর মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4QD^2 = 3PQ^2$

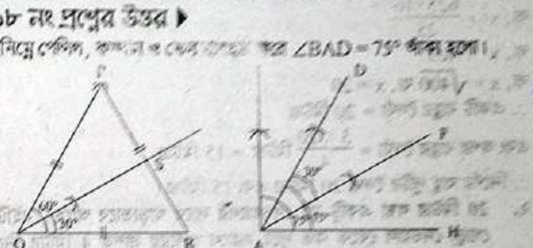
প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. $\Delta PQR$-এ $PQ = PR = QR$<br>এবং $PD = DR = \frac{1}{2}PR$ | [কল্পনা]<br>[QD মধ্যমার পাদ বিন্দু D, PR কে সমদ্বিখণ্ডিত করে] |
| ২. এখন $\Delta QPD$-এ $\angle QDP = 90°$ এবং PQ – অতিভুজ<br>$\Delta QPD$ সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,<br>$PQ^2 = QD^2 + PD^2$<br>বা, $PQ^2 - PD^2 = QD^2$<br>বা, $QD^2 = PQ^2 - \left(\frac{1}{2}PR\right)^2$<br>বা, $QD^2 = PQ^2 - \frac{PR^2}{4}$<br>বা, $QD^2 = \frac{4PQ^2 - PR^2}{4}$<br>বা, $4QD^2 = 4PQ^2 - PQ^2$<br>$\therefore 4QD^2 = 3PQ^2$ [দেখানো হলো] | [∵ QD, PR এর উপর লম্ব]<br>[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]<br>[১ হতে] |

১৮. ABCD সামান্তরিকের AB = 5 সে.মি., AD = 4 সে.মি. এবং $\angle BAD = 75°$। অপর একটি সামান্তরিক APLM এ $\angle LAP = 60°$। $\Delta AED$ এর ক্ষেত্রফল ও APLM সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।
ক. পেন্সিল, কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে $\angle BAD$ আঁক।
খ. $\Delta AED$ অঙ্কন কর। [অঙ্কন চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]
গ. APML সামান্তরিকটি অঙ্কন কর। [অঙ্কন চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক]

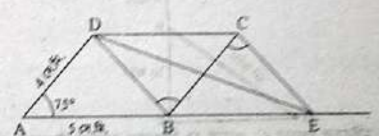
**✔ ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর ▸**

ক নিম্নে পেন্সিল, কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে $\angle BAD = 75°$ আঁকা হলো।




প্রথমে সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি, যার প্রত্যেকটি কোণ 60° এর সমদ্বিখণ্ডক 30° আঁকি। $\angle RQS = 30°$ এবার 90° এর সমদ্বিখণ্ডক 45° আঁকি এবং $\angle RQS$ এর সমান করে, AB-কে ভূমি ধরে $\angle FAB$ আঁকি, তাহলে $\angle BAD = 75°$.

খ



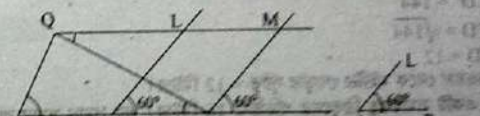

ABCD একটি সামান্তরিক যার, AB = 5 সে.মি., AD = 4 সে.মি. এবং $\angle BAD = 75°$।

এখন, এরূপ একটি $\Delta AED$ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সমান।

অঙ্কন : D, B যোগ করি। C বিন্দু দিয়ে CE ∥ DB টানি। মনে করি, তা AB বাহুর বর্ধিতাংশকে বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করি।

তাহলে, $\Delta ADE$-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ




'খ' তে অঙ্কিত $\Delta AED$ এর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট APLM সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ $\angle LAP = 60°$।

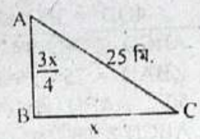
অঙ্কন : $\Delta AED$ এর সমান করে একটি $\Delta PQR$ আঁকি যার $\angle R = \angle PAD$। RP বাহুকে A বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। AP রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle LAP = 60°$ আঁকি। Q বিন্দু দিয়ে RP বাহুর সমান্তরাল QM রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AL রশ্মিকে L বিন্দুতে ছেদ করে। P বিন্দু দিয়ে AL রেখাংশের সমান্তরাল PM রশ্মি টানি এবং মনে করি তা QM রশ্মিকে M বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে APLM-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

# ⏩ ষষ্ঠদশ অধ্যায় : পরিমিতি
# (Mensuration)

## ⏩ অনুশীলনী ১৬.১

১. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ 25 মিটার। এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি,
ABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ AC = 25 মিটার,
একটি বাহু BC = x মিটার
অতএব, অপর বাহু AB = $\frac{3x}{4}$ মিটার
পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী,

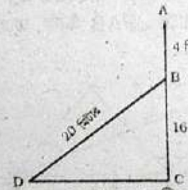



$AB^2 + BC^2 = AC^2$
বা, $\left(\frac{3x}{4}\right)^2 + x^2 = (25)^2$
বা, $\frac{9x^2}{16} + x^2 = 625$
বা, $\frac{9x^2 + 16x^2}{16} = 625$
বা, $25x^2 = 625 \times 16$
বা, $x^2 = \frac{625 \times 16}{25}$
বা, $x^2 = 400$
বা, $x = \sqrt{400}$ বা, $x = 20$
∴ একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 20 মিটার
এবং অপর বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{3 \times 20}{4}$ মিটার = 15 মিটার
∴ নির্ণেয় বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং 15 মিটার।



২. 20 মিটার লম্বা একটি মই দেওয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেওয়াল থেকে কত দূরে সরালে ওপরের প্রান্ত 4 মিটার নিচে নামবে?

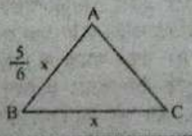
**সমাধান**




মনে করি, AC মইয়ের গোড়া C থেকে D বিন্দুতে সরালে উপরের প্রান্ত A থেকে B বিন্দুতে AB = 4 মিটার নিচে নামবে।
মইয়ের দৈর্ঘ্য = AC = BD = 20 মিটার এবং AB = 4 মিটার
∴ BC = (20 − 4) মিটার = 16 মিটার
এখন, $BD^2 = BC^2 + CD^2$
বা, $CD^2 = BD^2 - BC^2$
বা, $CD^2 = (20)^2 - (16)^2$
বা, $CD^2 = 400 - 256$
বা, $CD^2 = 144$
বা, $CD = \sqrt{144}$
∴ CD = 12
∴ দেওয়াল থেকে মইটির গোড়ার দূরত্ব = 12 মিটার।

৩. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 16 মিটার। এর সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ অংশ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**

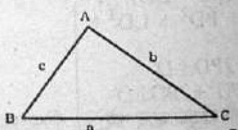



মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
এবং এর ভূমি BC = b = x মিটার।
∴ সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য = AB = AC = a = $\frac{5x}{6}$ মিটার
প্রশ্নমতে, $x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{6} = 16$
বা, $\frac{6x + 5x + 5x}{6} = 16$
বা, $16x = 96$
বা, $x = \frac{96}{16}$
∴ x = 6
অতএব, ভূমির দৈর্ঘ্য BC = b = 6 মিটার
এবং সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য AB = AC = a = $\left(\frac{5 \times 6}{6}\right)$ মিটার
= 5 মিটার

∴ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গমিটার
= $\frac{6}{4}\sqrt{4.(5)^2 - (6)^2}$ বর্গমিটার
= $\frac{6}{4}\sqrt{4.25 - 36}$ বর্গমিটার
= $\frac{6}{4}\sqrt{100 - 36}$ বর্গমিটার
= $\frac{6}{4}\sqrt{64}$ বর্গমিটার
= $\frac{6}{4} \times 8$ বর্গমিটার
= 12 বর্গমিটার
∴ নির্ণেয় ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 12 বর্গমিটার।

৪. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 25 সে.মি., 27 সে.মি. ... পরিসীমা 84 সে.মি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**




মনে করি, ΔABC এ BC = a, AC = b = 27 সে.মি.
এবং AB = c = 25 সে.মি.।
ত্রিভুজের পরিসীমা, 2s = 84 সে.মি.
∴ $s = \frac{84}{2} = 42$ সে.মি.
শর্তমতে, 2s = a + b + c
বা, 84 = a + 27 + 25
বা, 84 = a + 52
বা, a = 84 − 52
∴ a = 32
∴ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
= $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক
= $\sqrt{42(42-32)(42-27)(42-25)}$ বর্গ সে.মি.
= $\sqrt{42 \times 10 \times 15 \times 17}$ বর্গ সে.মি.
= $\sqrt{107100}$ বর্গ সে.মি.
= 327.2613634 বর্গ সে.মি.
= 327.26 বর্গ সে.মি. (প্রায়)
∴ সুতরাং ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 327.26 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

৫. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বা... ক্ষেত্রফল $6\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নি...

**সমাধান** মনে করি, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার
∴ সমবাহু ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গমিটার
প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার বাড়ালে,

ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}(a+2)^2}{4}$ বর্গমিটার

$= \frac{\sqrt{3}(a^2+4a+4)}{4}$ বর্গমিটার

শর্তমতে, $\frac{\sqrt{3}(a^2+4a+4)}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 6\sqrt{3}$

বা, $a^2 + 4a + 4 = a^2 + 24$ [$\frac{\sqrt{3}}{4}$ দ্বারা ভাগ করে]

বা, $a^2 + 4a - a^2 = 24 - 4$

বা, $4a = 20$

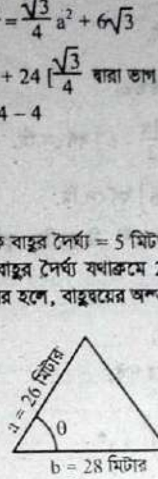
বা, $a = \frac{20}{4}$

বা, $a = 5$ মিটার

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 মিটার

৬. **একটি ত্রিভুজের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 182 বর্গমিটার হলে, বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি ত্রিভুজের বাহুদ্বয় $a = 26$ মিটার

এবং $b = 28$ মিটার

বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ θ হলে,

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}ab\sin\theta$ বর্গ একক

আবার দেওয়া আছে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 182 বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $182 = \frac{1}{2} \times a \times b \sin\theta$

বা, $ab\sin\theta = 182 \times 2$

বা, $(28 \times 26)\sin\theta = 364$

বা, $\sin\theta = \frac{364}{728}$

বা, $\sin\theta = \frac{1}{2} = \sin 30°$

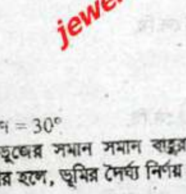
$\therefore \theta = 30°$

$\therefore$ বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $= 30°$



৭. **একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 10 মিটার এবং ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। যার সমান বাহুদ্বয় $AB = AC = a = 10$ মিটার এবং ভূমি, $BC = b$ মিটার।

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

বা, $48 = \frac{b}{4}\sqrt{4(10)^2 - b^2}$ বর্গ একক

[$\because$ ABC এর ক্ষেত্রফল = 48 বর্গমিটার]

বা, $(48)^2 = \left(\frac{b}{4}\sqrt{400 - b^2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $2304 = \frac{b^2}{16}(400 - b^2)$

বা, $b^2(400 - b^2) = 2304 \times 16$

বা, $400b^2 - b^4 = 36864$

বা, $-b^4 + 400b^2 - 36864 = 0$

বা, $b^4 - 400b^2 + 36864 = 0$

বা, $b^4 - 256b^2 - 144b^2 + 36864 = 0$

বা, $b^2(b^2 - 256) - 144(b^2 - 256) = 0$

বা, $(b^2 - 256)(b^2 - 144) = 0$

হয়, $b^2 - 256 = 0$ অথবা, $b^2 - 144 = 0$

বা, $b^2 = 256$ বা, $b^2 = 144$

$\therefore b = \pm 16$ $\therefore b = \pm 12$

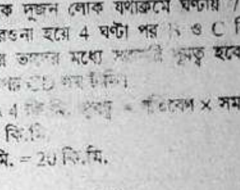
কিন্তু বাহুর পরিমাণ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore b = 12$ বা, 16.

$\therefore$ ভূমির দৈর্ঘ্য = 12 বা 16 মিটার।

৮. **একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুটি রাস্তা পরস্পর 135° কোণ করে দুই দিকে চলে গেছে। দুইজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ঘণ্টায় 7 কিলোমিটার ও ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে বিপরীত মুখে রওনা হলো। 4 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, A থেকে দুজন লোক যথাক্রমে ঘণ্টায় 7 কি.মি ও ঘণ্টায় 5 কিলোমিটার বেগে রওনা হয়ে 4 ঘণ্টা পর B ও C বিন্দুতে এসে পৌঁছান। তাহলে, 4 ঘণ্টা পর তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব হবে BC. C থেকে BA বাহুর বর্ধিতাংশের উপর CD লম্ব টানি।

তাহলে, AB = 7 × 4 কি.মি. [দূরত্ব = গতিবেগ × সময়]

= 28 কি.মি.

AC = 5 × 4 কি.মি. = 20 কি.মি.

$\angle BAC = 135°$

$\therefore \angle CAD = 180° - 135° = 45°$

এখন, CAD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

$\frac{CD}{AC} = \sin 45°$

বা, $CD = AC.\sin 45° = 20.\frac{1}{\sqrt{2}}$ কি.মি. $= 10\sqrt{2}$ কি.মি. = 14.142 কি.মি.

এবং $\frac{AD}{AC} = \cos 45°$

বা, $AD = AC.\cos 45°$

$= 20.\frac{1}{\sqrt{2}}$ কি.মি. $= 10\sqrt{2}$ কি.মি. = 14.142 কি.মি.

এখন, CBD সমকোণী ত্রিভুজ থেকে পাই,

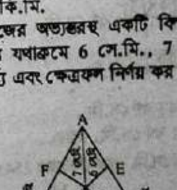
$$\begin{aligned} BC^2 &= BD^2 + CD^2 \\ &= (BA + AD)^2 + CD^2 \\ &= (28 + 14.142)^2 + (14.142)^2 \\ &= (42.142)^2 + (14.142)^2 \\ &= 1775.948 + 199.996 = 1975.944 \end{aligned}$$

$\therefore BC = 44.451$

$\therefore$ নির্ণেয় দূরত্ব = 44.45 কি.মি.

৯. **একটি সমবাহু ত্রিভুজের অভ্যন্তরস্থ একটি বিন্দু থেকে তিনটির উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি., 7 সে.মি. ও 8 সে.মি.। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a সে.মি. ত্রিভুজটি অভ্যন্তরে অবস্থিত O বিন্দু হতে বাহুগুলোর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে OE = 6 সে.মি., OF = 7 সে.মি. এবং OD = 8 সে.মি.। এখন O হতে কৌণিক বিন্দুগুলো যোগ করি। ফলে তিনটি ত্রিভুজ AOB, BOC এবং AOC উৎপন্ন হলো।

$\Delta$ ক্ষেত্র AOB এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times AB \times OF$

$= \frac{1}{2} \times a \times 7$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{7a}{2}$ বর্গ সে.মি.

$\Delta$ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times OD$

$= \frac{1}{2} \times a \times 8$ বর্গ সে.মি.

$= 4a$ বর্গ সে.মি.

$\Delta$ ক্ষেত্র AOC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times OE$

$= \frac{1}{2} \times a \times 6$ বর্গ সে.মি.

$= 3a$ বর্গ সে.মি.

আবার, সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ বর্গ সে.মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{7a}{2} + 4a + 3a$

বা, $\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{7a + 8a + 6a}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{21a}{2}$

বা, $\sqrt{3}a^2 = \frac{21a \times 4}{2}$

বা, $\sqrt{3}a^2 = 42a$

বা, $\sqrt{3}a^2 - 42a = 0$

বা, $a(\sqrt{3}a - 42) = 0$

$\therefore a = 0$

অথবা, $\sqrt{3}a - 42 = 0$

বা, $\sqrt{3}a = 42$

বা, $a = \frac{42}{\sqrt{3}}$

বা, $a = 14\sqrt{3}$

বা, $a = 24.2487$ (প্রায়)

এখানে, $a = 0$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ বাহুর দৈর্ঘ্য শূন্য হতে পারে না।

$\therefore a = 24.249$ সে.মি. (প্রায়)

অতএব সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য = 24.249 সে.মি. (প্রায়)

এবং ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$= \frac{\sqrt{3} \times (14\sqrt{3})^2}{4}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3} \times 588}{4}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{3} \times 147$ বর্গ সে.মি.

$= 254.611$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য 24.249 সে.মি. (প্রায়) ক্ষেত্রফল 254.611 বর্গ সে.মি. (প্রায়)



১০. একটি সমকোণী ত্রিভুজের লম্ব ভূমির $\frac{11}{12}$ অংশ থেকে 6 সে.মি. কম এবং অতিভুজ ভূমির $\frac{4}{3}$ অংশ থেকে 3 সে.মি. কম।

ক. ভূমি x হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ভূমির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির ভূমি 12 সে.মি. হলে এর পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

### ১০ নং প্রশ্নের উত্তর

**ক** দেওয়া আছে,

ত্রিভুজটির ভূমি x সে.মি.

$\therefore$ লম্ব = ত্রিভুজের উচ্চতা

$= \left(\frac{11x}{12} - 6\right)$ সে.মি.

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times x \times \left(\frac{11x}{12} - 6\right)$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{x}{2} \times \left(\frac{11x}{12} - 6\right)$ বর্গ সে.মি.

**খ** 'ক' হতে পাই, সমকোণী ত্রিভুজটির ভূমি x সে.মি. লম্ব $\left(\frac{11x}{12} - 6\right)$ সে.মি.

$\therefore$ অতিভুজ $= \frac{4x}{3} - 3$ সে.মি.

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{ভূমি})^2 + (\text{লম্ব})^2$

বা, $\left(\frac{4x}{3} - 3\right)^2 = \left(\frac{11x}{12} - 6\right)^2 + x^2$

বা, $\frac{16}{9}x^2 - 8x + 9 = \frac{121}{144}x^2 - 11x + 36 + x^2$

বা, $\frac{121x^2 + 144x^2 - 256x^2}{144} - 3x + 27 = 0$

বা, $\frac{1}{16}x^2 - 3x + 27 = 0$

বা, $x^2 - 48x + 432 = 0$

বা, $x^2 - 36x - 12x + 432 = 0$

বা, $x(x - 36) - 12(x - 36) = 0$

বা, $(x - 36)(x - 12) = 0$

$\therefore x = 12, 36$

$\therefore$ ভূমির দৈর্ঘ্য 12 বা 36 সে.মি.

**গ** দেওয়া আছে,

ভূমি, $x = 12$ সে.মি.

$\therefore$ লম্ব $= \left(\frac{11}{12} \times 12 - 6\right)$ সে.মি.

$= 5$ সে.মি.

এবং অতিভুজ $= \left(\frac{4}{3} \times 12 - 3\right)$ সে.মি.

$= 13$ সে.মি.

$\therefore$ পরিসীমা $= (5 + 13 + 12)$ সে.মি.

$= 30$ সে.মি.

শর্তমতে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $3a = 30$ সে.মি.

$\therefore a = 10$ সে.মি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(10)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 25\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

## অনুশীলনী ১৬.২

১. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ। এর ক্ষেত্রফল 512 বর্গমিটার হলে, পরিসীমা নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের বিস্তার = x মিটার

$\therefore$ " " দৈর্ঘ্য = 2x মিটার

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= (2x \times x)$ বর্গমিটার

$= 2x^2$ বর্গমিটার

শর্তমতে, $2x^2 = 512$

বা, $x^2 = \frac{512}{2}$

বা, $x^2 = 256$

বা, $x = \sqrt{256}$

বা, $x = 16$

$\therefore$ বিস্তার = 16 মিটার।

তাহলে, দৈর্ঘ্য = $(2 \times 16)$ মিটার = 32 মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + বিস্তার) একক

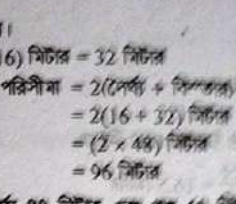
= $2(16 + 32)$ মিটার

= $(2 \times 48)$ মিটার

= 96 মিটার

২. একটি জমির দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। ঐ জমির মধ্যে একটি পুকুর খনন করা হলো। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার 4 মিটার হয়, তবে পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**




দেওয়া আছে,

জমির দৈর্ঘ্য = 80 মিটার এবং প্রস্থ = 60 মিটার।

জমির ক্ষেত্রফল = $(80 \times 60)$ বর্গমিটার

= 4,800 বর্গমিটার

পুকুরের দৈর্ঘ্য = $\{80 - (4 + 4)\}$ মিটার

= $(80 - 8)$ মিটার

= 72 মিটার

পুকুরের প্রস্থ = $\{60 - (4 + 4)\}$ মিটার

= $(60 - 8)$ মি. = 52 মি.

$\therefore$ পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(72 \times 52)$ বর্গমিটার

= 3,744 বর্গমিটার

$\therefore$ পাড়ের ক্ষেত্রফল = $(4,800 - 3,744)$ বর্গমিটার

= 1,056 বর্গমিটার

$\therefore$ নির্ণেয় পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল 1,056 বর্গমিটার।

৩. একটি বাগানের দৈর্ঘ্য 40 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার। বাগানের ভিতরে সমান পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুরের ক্ষেত্রফল বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ অংশ হলে, পুকুরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

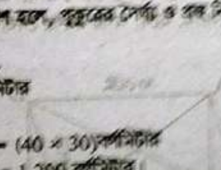
**সমাধান** দেওয়া আছে,

বাগানের দৈর্ঘ্য = 40 মিটার

এবং প্রস্থ = 30 মিটার

$\therefore$ বাগানের ক্ষেত্রফল = $(40 \times 30)$ বর্গমিটার

= 1,200 বর্গমিটার।




মনে করি, পুকুরের পাড়ের বিস্তার x মিটার।

$\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $\{40 - (x + x)\}$ মিটার

= $(40 - 2x)$ মিটার

এবং পুকুরের প্রস্থ = $\{30 - (x + x)\}$ মিটার

= $(30 - 2x)$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের ক্ষেত্রফল = $(40 - 2x)(30 - 2x)$ বর্গমিটার

শর্তমতে, $(40 - 2x)(30 - 2x) = \frac{1}{2} \times 1200$

বা, $1200 - 80x - 60x + 4x^2 = 600$

বা, $4x^2 - 140x + 1200 - 600 = 0$

বা, $4x^2 - 140x + 600 = 0$

বা, $x^2 - 35x + 150 = 0$ [উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 - 30x - 5x + 150 = 0$

বা, $x(x - 30) - 5(x - 30) = 0$

বা, $(x - 30)(x - 5) = 0$

$\therefore$ হয় $x - 30 = 0$

বা, $x = 30$

অথবা, $x - 5 = 0$ বা, $x = 5$

কিন্তু বাগানের প্রস্থ 30 মিটার হওয়ায়, $x \neq 30$.

সুতরাং $x = 5$ মিটার

$\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(40 - 2 \times 5)$ মিটার

= $(40 - 10)$ মিটার

= 30 মিটার

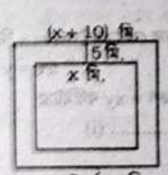
এবং পুকুরের প্রস্থ = $(30 - 5 \times 2)$ মিটার

= $(30 - 10)$ = 20 মিটার

$\therefore$ পুকুরের দৈর্ঘ্য 30 মিটার ও প্রস্থ 20 মিটার।

৪. একটি বর্গাকার মাঠের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গমিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**




মনে করি, বর্গাকার মাঠের একবাহুর দৈর্ঘ্য x মি.

তাহলে বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $x^2$ বর্গ মি.

রাস্তাসহ বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = $(x + 5 + 5)$ মি.

= $x + 10$ মি.

$\therefore$ রাস্তাসহ বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল

= $(x + 10)^2$ বর্গ মি.

= $(x^2 + 20x + 100)$ বর্গ মি.

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $\{(x^2 + 20x + 100) - x^2\}$ বর্গ মি.

= $(20x + 100)$ বর্গ মি.

শর্তমতে, $20x + 100 = 500$

বা, $20x = 500 - 100$

বা, $20x = 400$

বা, $x = \frac{400}{20} = 20$

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল = $(20)^2$ = 400 বর্গ মি.

৫. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 768 বর্গমিটার। প্রতিটি 40 সে.মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধাতে মোট কতটি পাথর লাগবে।

**সমাধান** মনে করি, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার

$\therefore$ প্রশ্নানুসারে, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 3x মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(3x \times x)$ বর্গমিটার = $3x^2$ বর্গমিটার

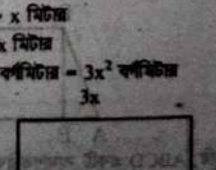
$\therefore$ শর্তমতে,

$3x^2 = 768$

বা, $x^2 = \frac{768}{3}$

বা, $x^2 = 256$

বা, $x = \sqrt{256} = 16$




অর্থাৎ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ 16 মিটার এবং দৈর্ঘ্য = $(3 \times 16)$ মিটার

= 48 মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2($দৈর্ঘ্য $+$ প্রস্থ$)$ একক

$= 2(48 + 16)$ মিটার

$= (2 \times 64)$ মিটার

এবং বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 128$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= (128 \div 4)$ মিটার

$= 32$ মিটার

অতএব বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (32)^2$ বর্গমিটার

$= 1024$ বর্গমিটার

আবার, বর্গাকার পাথরের এক বাহু $= 40$ সে.মি.

$= 0.4$ মিটার

$\therefore$ বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল $= (0.4)^2$ বর্গমিটার

$= 0.16$ বর্গমিটার

$\therefore$ পাথরের সংখ্যা $= \dfrac{\text{বর্গের ক্ষেত্রফল}}{\text{পাথরের ক্ষেত্রফল}}$

$= \dfrac{1024}{0.16} = 6{,}400$টি

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রটি বাঁধতে $6{,}400$টি পাথর লাগবে।

**৬. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 160 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

" " প্রস্থ $= y$ মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= xy$ বর্গমিটার

১ম শর্তমতে, $xy = 160$................. (i)

২য় শর্তমতে, $x - 6 = y$

বা, $x = y + 6$................ (ii)

$x$ এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$(y + 6)\, y = 160$

বা, $y^2 + 6y - 160 = 0$

বা, $y^2 + 16y - 10y - 160 = 0$

বা, $y\,(y + 16) - 10\,(y + 16) = 0$

বা, $(y + 16)\,(y - 10) = 0$

হয়, $y + 16 = 0$ অথবা, $y - 10 = 0$

বা, $y = -16$ বা, $y = 10$

কিন্তু দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore y = 10$

$y$ এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

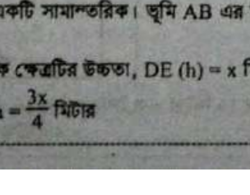
$x = 10 + 6 = 16$

সুতরাং দৈর্ঘ্য 16 মিটার এবং প্রস্থ 10 মিটার।



**৭. একটি সামান্তরিকের ভূমি উচ্চতার $\frac{3}{4}$ অংশ এবং ক্ষেত্রফল 363 বর্গমিটার হলে, ক্ষেত্রটির ভূমি ও উচ্চতা নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। ভূমি AB এর উপর DE লম্ব অঙ্কন করি।

মনে করি, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির উচ্চতা, DE (h) $= x$ মিটার

$\therefore$ " " ভূমি, $AB = a = \dfrac{3x}{4}$ মিটার

আমরা জানি,

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি $\times$ উচ্চতা

বা, $363 = \dfrac{3x}{4} \times x$

বা, $3x^2 = 1452$

বা, $x^2 = \dfrac{1452}{3}$

বা, $x^2 = 484$

বা, $x = \sqrt{484}$

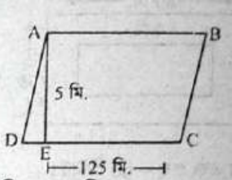
বা, $x = 22$

$\therefore$ সামান্তরিক ক্ষেত্রটির উচ্চতা $= 22$ মিটার

এবং ভূমি $= \dfrac{3 \times 22}{4} = \dfrac{66}{4} = 16.5$ মিটার

**৮. একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একটি বর্গক্ষেত্রের সমান। সামা- রিকের ভূমি 125 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক।

এর ভূমি $DC = 125$ মিটার।

এবং উচ্চতা $AE = 5$ মিটার

$\therefore$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $=$ (ভূমি$\times$উচ্চতা) বর্গ একক

$= (125 \times 5)$ বর্গমিটার

$= 625$ বর্গমিটার

শর্তমতে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 625$ বর্গমিটার

তাহলে, বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \sqrt{625}$ মিটার

$= 25$ মিটার

$\therefore$ বর্গের কর্ণ $= \sqrt{2} \times$ একক বাহুর দৈর্ঘ্য

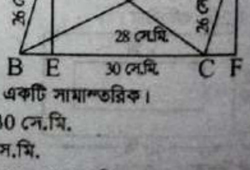
$= \sqrt{2} \times 25$ মিটার

$= 35.3$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $35.35$ মিটার (প্রায়)

**৯. একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 30 সে.মি. এবং 26 সে.মি.। ক্ষুদ্রতম কর্ণটি 28 সে.মি. হলে, অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক।

যার $AD = BC = 30$ সে.মি.

$AD = DC = 26$ সে.মি.

এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণ, $AC = 28$ সে.মি.

এখন, $\Delta ABC$ এর অর্ধপরিসীমা

$= \dfrac{30 + 28 + 26}{2}$ সে.মি.

$= \dfrac{84}{2}$ সে.মি.

$= 42$ সে.মি.

∴ $\Delta ABC$-এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{42(42-30)(42-28)(42-26)}$ বর্গ সে.মি.

[∵ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক]

$= \sqrt{42 \times 12 \times 14 \times 16}$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{112896}$ বর্গ সে.মি.

$= 336$ বর্গ সে.মি.

A ও D বিন্দু থেকে BC বাহু বা তার বর্ধিতাংশের উপর যথাক্রমে AE ও DF লম্ব রেখাংশ আঁকি।

ধরি, AE = h সে.মি.

এক্ষেত্রে, $\Delta ABC$-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AE$

$\therefore 336 = \frac{1}{2} \times 30 \times h$

বা, $336 = 15 \times h$

বা, $15h = 336$

বা, $h = \frac{336}{15}$

$\therefore h = 224$

এখন, ABE সমকোণী ত্রিভুজে,

$AE^2 + BE^2 = AB^2$

বা, $BE^2 = AB^2 - AE^2$

বা, $BE^2 = (26)^2 - (22.4)^2$

বা, $BE^2 = 676 - 501.76$

বা, $BE^2 = 174.24$

বা, $BE = \sqrt{174.24}$

$\therefore BE = 13.2$



আবার, সমকোণী $\Delta ABE$ ও $\Delta DCF$-এ

অতিভুজ AB = অতিভুজ DC এবং AE = DF

[উভয় সামান্তরিকের উচ্চতা]

$\therefore \Delta ABE \cong \Delta DCF$

$\therefore BE = CF = 13.2$ সে.মি.

এখন, $BF = BC + CF = (30 + 13.2)$ সে.মি.

$= 43.2$ সে.মি.

BDF সমকোণী ত্রিভুজ এবং BD অতিভুজ হওয়ায়,

$BD^2 = BF^2 + DF^2$

$= (43.2)^2 + (22.4)^2$ [∵ DF = AE]

$= 1866.24 + 501.76$

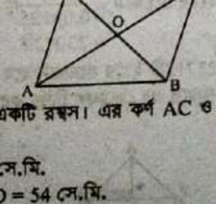
$= 2368$

$\therefore BD = \sqrt{2368} = 48.662$ (প্রায়)

∴ সামান্তরিকের অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য 48.66 সে.মি. (প্রায়)

**১০. একটি রম্বসের পরিসীমা 180 সে.মি. এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণটি 54 সে.মি.। এর অপর কর্ণ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABCD একটি রম্বস। এর কর্ণ AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

এর পরিসীমা = 180 সে.মি.

এবং ক্ষুদ্রতম কর্ণ, BD = 54 সে.মি.

∴ রম্বসের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $= \frac{180}{4}$ সে.মি. = 45 সে.মি.

আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore DO = BO = \frac{54}{2}$ সে.মি. = 27 সে.মি.

এখন, AOD সমকোণী ত্রিভুজের

AD = 45 সে.মি.

DO = 27 সে.মি.

সুতরাং AOD সমকোণী ত্রিভুজে পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রয়োগ করে পাই,

$AD^2 = AO^2 + DO^2$

বা, $AO^2 = AD^2 - DO^2$

বা, $AO^2 = (45)^2 - (27)^2$

বা, $AO^2 = 2025 - 729$

বা, $AO^2 = 1296$

$\therefore AO = \sqrt{1296} = 36$

সুতরাং অপর কর্ণ, $AC = 2 \times AO$

$= 2 \times 36$ সে.মি.

$= 72$ সে.মি.

এবং ABCD রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 72 \times 54$ বর্গ সে.মি.

$= 1944$ বর্গ সে.মি.

∴ নির্ণেয় রম্বসের কর্ণ 72 সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 1944 বর্গ সে.মি.

**১১. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটির দৈর্ঘ্যের অন্তর 8 সে.মি. এবং তাদের লম্ব দূরত্ব 24 সে.মি.। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 312 বর্গ সে.মি. হয়, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুইটি a ও b এবং তাদের মধ্যে লম্ব দূরত্ব h

∴ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(a+b) \times h$

বা, $312 = \frac{1}{2}(a+b) \times h$ [∵ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = 312 সে.মি.]

বা, $312 = \frac{1}{2}(a+b) \times 24$

বা, $312 = (a+b) \times 12$

বা, $(a+b) \times 12 = 312$

বা, $a + b = \frac{312}{12}$

$\therefore a + b = 26$ .......................... (i)

আবার, $a - b = 8$ ....................... (ii)

এখন, (i) + (ii) থেকে পাই,

$2a = 34 \therefore a = 17$

(i) – (ii) থেকে পাই,

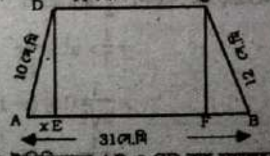
$2b = 18 \therefore b = 9$

∴ বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য 17 সে.মি. ও 9 সে.মি.।

[দ্রষ্টব্য: বোর্ড বইয়ের প্রশ্ন অসম্পূর্ণ]

**১২. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 31 সে.মি. ও 11 সেন্টিমিটার এবং অপর বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি. ও 12 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

**সমাধান**




মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামে AB ও CD বাহু সমান্তরাল। D ও C বিন্দু হতে AB বাহুর উপর যথাক্রমে DE ও CF লম্ব অঙ্কন করি।

AB ∥ CD বলে, DE = CF

আবার, DE ∥ CF বলে, CD = EF

∴ CDEF একটি আয়তক্ষেত্র।

ধরি, $AE = x$ এবং $DE = CF = h$

এখন, $BF = AB - AF$

$= AB - (AE + EF)$

$= AB - AE - EF$

$= 31 - x - 11$

[$\because AB = 31$ সে.মি. এবং $EF = 11$ সে.মি.]

$= 20 - x$

$\Delta ADE$ সমকোণী ত্রিভুজে,

$AD^2 = DE^2 + AE^2$

বা, $h^2 + x^2 = (10)^2$

বা, $h^2 + x^2 = 100$

বা, $h^2 = 100 - x^2$ ......... (i)

আবার, BCF সমকোণী ত্রিভুজে,

$BC^2 = BF^2 + CF^2$

বা, $CF^2 = BC^2 - BF^2$

বা, $h^2 = (12)^2 - (20 - x)^2$

বা, $100 - x^2 = (12)^2 - (20 - x)^2$ [(i) নং সমীকরণ থেকে]

বা, $100 - x^2 = 144 - 400 + 40x - x^2$

বা, $- x^2 - 40x + x^2 = - 256 - 100$

বা, $- 40x = - 356$

বা, $40x = 356$

বা, $x = \frac{356}{40}$

$\therefore x = 8.9$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$h^2 = 100 - (8.9)^2$

বা, $h^2 = 100 - 79.21$

বা, $h^2 = 20.79$

$\therefore h = 4.56$

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + CD) \times h$

$= \frac{1}{2}(31 + 11) \times 4.56$

$= \frac{1}{2} \times 42 \times 4.56$

$= 21 \times 4.56$

$= 95.76$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)



১৩. একটি সুষম অষ্টভুজের কেন্দ্র থেকে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব 1.5 মিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**

আমরা জানি,

সুষম অষ্টভুজের কেন্দ্র থেকে শীর্ষ বিন্দুগুলো যোগ করা হলে 8টি সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়।

$\therefore$ সুষম অষ্টভুজের একবাহু দ্বারা কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $= \frac{360°}{8} = 45°$

মনে করি, কেন্দ্র থেকে শীর্ষবিন্দুগুলোর দূরত্ব, $a = 1.5$ মিটার।

$\therefore$ সুষম অষ্টভুজের একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \sin 45°$

$= \frac{1}{2} \times a^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{2\sqrt{2}}(1.5)^2$ [a = 1.5 ধরে]

$= \frac{1}{2\sqrt{2}} \times 2.25$

$= \frac{2.25}{2 \times 1.4142}$

$= \frac{2.25}{2.8284} = 0.796$ বর্গমিটার

$\therefore$ সুষম অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল $= 8 \times 0.796 = 6.368$ বর্গমিটার (প্রায়)

১৪. আয়তাকার একটি ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য 150 মিটার এবং প্রস্থ 100 মিটার। বাগানটিকে পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।

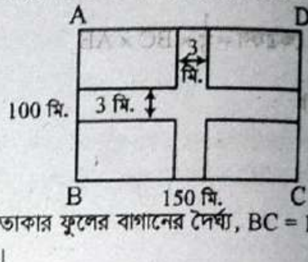
ক. উপরের তথ্যটি চিত্রের সাহায্যে সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও।

খ. রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. রাস্তাটি পাকা করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য এবং 12.5 প্রস্থ বিশিষ্ট কতগুলো ইটের প্রয়োজন হবে।

✔ ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** নিম্নে প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র অঙ্কন করা হলো:




চিত্রে ABCD আয়তাকার ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য, BC = 150 মিটার এবং প্রস্থ AB = 100 মিটার।

ABCD আয়তাকার ফুলের বাগানটির ঠিক মাঝ দিয়ে 3 মিটার চওড়া দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর রাস্তা আছে।

**খ** 'ক' হতে প্রাপ্ত,

ABCD আয়তাকার ফুলের বাগানের দৈর্ঘ্য, BC = 150 মিটার

প্রস্থ, AB = 100 মিটার

বাগানটির মাঝ দিয়ে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর 3 মিটার চওড়া রাস্তা আছে।

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল $= (150 \times 3)$ বর্গমিটার

$= 450$ বর্গমিটার

আবার, প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল $= \{(100 - 3) \times 3\}$ বর্গমিটার

$= (97 \times 3)$ বর্গমিটার

$= 291$ বর্গমিটার

$\therefore$ সম্পূর্ণ রাস্তার ক্ষেত্রফল $(430 + 291)$ বর্গমিটার

$= 721$ বর্গমিটার

$\therefore$ নির্ণেয় রাস্তার ক্ষেত্রফল 721 বর্গমিটার

**গ** এখানে, ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি.

$= \frac{25}{100}$ মিটার [$\because$ 1 মিটার = 100 সে.মি.]

$= 0.25$ মিটার

ইটের প্রস্থ = 12.5 সে.মি.

$= \frac{12.5}{100}$ মিটার [$\because$ 1 মিটার = 100 সে.মি.]

$= 0.125$ মিটার

$\therefore$ ইটের ক্ষেত্রফল $= (0.25 \times 0.125)$ বর্গমিটার

$= 0.03125$ বর্গমিটার

'খ' হতে পাই,

রাস্তার ক্ষেত্রফল 741 বর্গমিটার

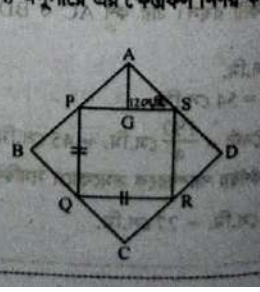
$\therefore$ রাস্তাটি পাকা করতে ইটের প্রয়োজন $= \frac{721}{0.03125}$টি

$= 23072$টি

$\therefore$ রাস্তাটি পাকা করতে 23712টি ইটের প্রয়োজন হবে।

১৫. বহুভুজ চিত্রে তথ্য অনুসারে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান**



PQRS বর্গের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 22 সে.মি.

∴ PQRS বর্গের ক্ষেত্রফল $= (22)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 484$ বর্গ সে.মি.

$\Delta APS$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PS \times AG$

$= \frac{1}{2} \times 22 \times 12$ বর্গ সে.মি.

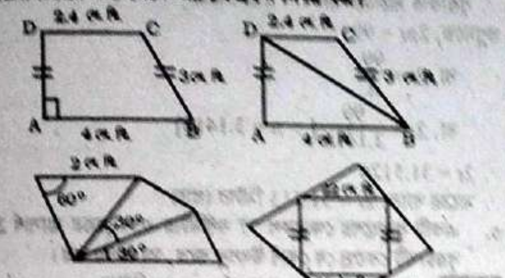
$= 132$ বর্গ সে.মি.

এখন বর্গ ABCD এর ক্ষেত্রফল $= 4 \times \Delta APS$ এর ক্ষেত্রফল + বর্গ PQRS এর ক্ষেত্রফল

$= (4 \times 132 + 484)$ বর্গ সে.মি.

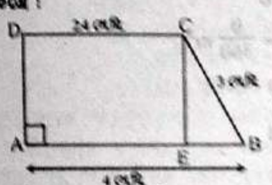
$= 1012$ বর্গ সে.মি.

১৬. নিচের চিত্রের তথ্য থেকে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর :




সমাধান

১ম চিত্রে :




মনে করি, ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB = 4 সে.মি., BC = 3 সে.মি., DC = 2.4 সে.মি. এবং $\angle A$ = সমকোণ।

C বিন্দু থেকে AB এর উপর CE লম্ব আঁকি।

তাহলে, AE = CD = 2.4 সে.মি.

∴ BE = AB − AE = (4 − 2.4) সে.মি. = 1.6 সে.মি.

ধরি, CE = h সে.মি.

এখন সমকোণী $\Delta BEC$-এ

$CE^2 + BE^2 = BC^2$

বা, $CE^2 = BC^2 - BE^2$

বা, $h^2 = 3^2 - (1.6)^2$

$= 9 - 2.56$

$= 6.44$

$\therefore h = \sqrt{6.44}$

$= 2.54$

∴ ট্রাপিজিয়াম ABCD এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times CE\,(AB + CD)$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{1}{2} \times 2.54\,(4 + 2.4)$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{1}{2} \times 2.54 \times 6.4$

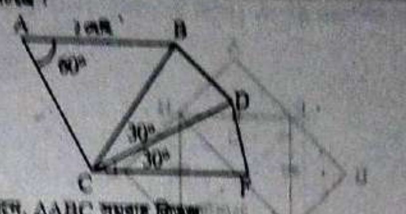
$= 8.128$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

২য় চিত্রে :




[প্রশ্ন ভুল থাকায় চিত্রটির ক্ষেত্রফল বের করা সম্ভব নয়।]

৩য় চিত্রে :




এখানে, $\Delta ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ

তাহলে, AB = BC = AC = 2 সে.মি.

এখানে, BCD সমকোণী ত্রিভুজে

$\cos \angle BCD = \frac{CD}{CB}$

বা, $\cos 30° = \frac{CD}{2}$

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CD}{2}$

$\therefore CD = \sqrt{3}$

আবার,

CDF সমকোণী ত্রিভুজে,

$\cos \angle DCF = \frac{CF}{CD}$

বা, $\cos 30° = \frac{CF}{\sqrt{3}}$ [∵ $CD = \sqrt{3}$]

বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CF}{\sqrt{3}}$

বা, $2CF = 3$

$\therefore CF = \frac{3}{2}$

এখন,

$\Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

এবং $\Delta BCD$ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times BC \times CD \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$ বর্গ সে.মি.

এবং $\Delta CDF$ এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times CD \times CF \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{3\sqrt{3}}{8}$ বর্গ সে.মি.

অতএব, প্রদত্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল + $\Delta BCD$ এর ক্ষেত্রফল + $\Delta CDF$ এর ক্ষেত্রফল

$= \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{8}\right)$ বর্গ সে.মি.

$= \frac{8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{8}$ বর্গ সে.মি.

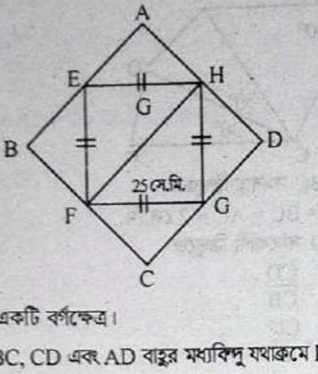
$= \frac{15\sqrt{3}}{8}$ বর্গ সে.মি.

$= 3.248$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

∴ 3.248 বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

[বি. দ্র. ২০১৫ সালের পাঠ্যবইয়ে ভুল থাকায় ২০১৪ সালের পাঠ্য বই অনুযায়ী সমাধান করা হলো।]

৪র্থ চিত্রে :




এখানে, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র।

বর্গক্ষেত্রটির AB, BC, CD এবং AD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E, F, G এবং H.

সুতরাং EFGH একটি বর্গক্ষেত্র।

$\therefore$ EF = FG = GH = HE = 25 সে.মি.

F, H যোগ করি।

তাহলে, FGH সমকোণী ত্রিভুজ হতে,

$(FH)^2 = (FG)^2 + (HG)^2$

$= (25)^2 + (25)^2$

$= 625 + 625$

$= 1250$

$\therefore FH = \sqrt{1250}$

$= 25\sqrt{2}$

যেহেতু, BC এবং AD এর মধ্য বিন্দু যথাক্রমে F ও H এবং AB ‖ CD

সুতরাং AB ‖ FH

অর্থাৎ, $AB = FH = 25\sqrt{2}$

$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= (25\sqrt{2})^2$ বর্গ সে.মি.

$= 625 \times 2$ বর্গ সে.মি.

$= 1250$ বর্গ সে.মি.

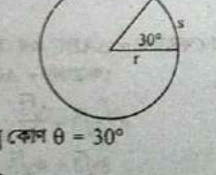
উত্তর : 1250 বর্গ সে.মি.



## অনুশীলনী ১৬.৩

১. একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাস 126 সে.মি. হলে চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান**




মনে করি, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ $\theta = 30°$

ব্যাসার্ধ, $r = \frac{126}{2}$ সে.মি.

$= 63$ সে.মি.

মনে করি, চাপের দৈর্ঘ্য = s সে.মি.

আমরা জানি, $s = \frac{\theta\pi r}{180} = \frac{30 \times 3.1416 \times 63}{180}$ সে.মি.

$= 32.9868$ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় চাপের দৈর্ঘ্য = 32.987 সে.মি. (প্রায়)

২. প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে $1\frac{1}{2}$ মিনিটে একটি ঘোড়া কোনো মাঠ ঘুরে এলো। ঐ মাঠের ব্যাস নির্ণয় কর।

**সমাধান** প্রতি মিনিটে 66 মিটার বেগে $1\frac{1}{2}$ মিনিটে অতিক্রম করে

$= 66 \times 1\frac{1}{2}$ মিটার $= 66 \times \frac{3}{2}$ মিটার = 99 মিটার

ঘোড়াটি 1 বার বৃত্তাকার মাঠ ঘুরে উহার পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

শর্তানুসারে, মাঠের পরিধি = 99 মিটার।

মনে করি, বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধ = r মিটার

$\therefore$ মাঠের ব্যাস = 2r

$\therefore$ বৃত্তাকার মাঠটির পরিধি = $2\pi r$ মিটার

প্রশ্নমতে, $2\pi r = 99$

বা, $2r = \frac{99}{\pi}$

বা, $2r = \frac{99}{3.1416}$ [$\because \pi = 3.1416$]

$\therefore 2r = 31.5126$

$\therefore$ মাঠের ব্যাস, 2r = 31.513 মিটার (প্রায়)

৩. একটি বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল 77 বর্গমিটার এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ 21 মিটার। বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, তা নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 21 মিটার

এবং বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল = 77 বর্গমিটার

মনে করি, কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ = θ

আমরা জানি, বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল = $\frac{\theta}{360}\pi r^2$

বা, $77 = \frac{\theta}{360} \times 3.1416 \times (21)^2$

বা, $77 \times 360 = \theta \times 3.1416 \times 441$

$\therefore \theta = \frac{77 \times 360}{3.1416 \times 441} = 20.008$

$\therefore$ বৃত্তকলা কর্তৃক কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ 20.008°

৪. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 14 সে.মি. এবং বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 75° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 14 সে.মি.

বৃত্তচাপের কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাপ, θ = 75°

আমরা জানি,

বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360}\pi r^2$

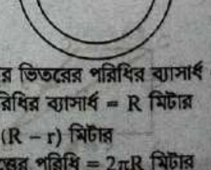
$= \frac{75}{360} \times 3.1416 \times (14)^2$ বর্গমিটার

$= \frac{75 \times 3.1416 \times 196}{360}$ বর্গমিটার

= 128.282 বর্গ সে.মি.।

৫. একটি বৃত্তাকার মাঠকে ঘিরে একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ভিতরের পরিধি অপেক্ষা বাইরের পরিধি 44 মিটার বড়। রাস্তাটির চওড়া নির্ণয় কর।

**সমাধান**




মনেকরি, বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ভিতরের পরিধির ব্যাসার্ধ = r মিটার

এবং রাস্তাসহ বাইরের পরিধির ব্যাসার্ধ = R মিটার

$\therefore$ রাস্তাটির বিস্তার = (R − r) মিটার

R মিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি = $2\pi R$ মিটার

এবং r মিটার ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ মিটার।

প্রশ্নমতে, $2\pi R - 2\pi r = 44$

বা, $2\pi(R - r) = 44$

বা, $(R - r) = \frac{44}{2\pi}$

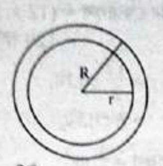
বা, $R - r = \frac{22}{3.1416}$ [$\because \pi = 3.1416$]

$\therefore R - r = 7.003$ মিটার

$\therefore$ নির্ণেয় রাস্তাটির বিস্তার 7.003 মিটার (প্রায়)।

**৬. একটি বৃত্তাকার পার্কের ব্যাস 26 মিটার। পার্কটিকে বেষ্টন করে বাইরে 2 মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। পথটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।**

**সমাধান**





বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{26}{2}$ মিটার

$= 13$ মিটার

পথসহ পার্কের ব্যাসার্ধ, $R = (13 + 2)$ মিটার $= 15$ মিটার

$\therefore$ পথবাদে পার্কের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

এবং পথসহ পার্কের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$\therefore$ পথের ক্ষেত্রফল $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

$= \pi\{(15)^2 - (13)^2\}$ বর্গমিটার

$= (3.1416 \times 56)$ বর্গমিটার

$= 175.9296$ বর্গমিটার

$= 175.927$ বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় পথের ক্ষেত্রফল 175.927 বর্গমিটার।

**৭. একটি গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস 28 সে.মি. এবং পিছনের চাকার ব্যাস 35 সে.মি.। 88 মিটার পথ যেতে সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা কত পূর্ণসংখ্যক বার বেশি ঘুরবে?**

**সমাধান** দেওয়া আছে,

গাড়ির সামনের চাকার ব্যাস = 28 সে.মি.

$\therefore$ গাড়ির সামনের চাকার ব্যাসার্ধ, $r_1 = \frac{28}{2}$ সে.মি.

$= 14$ সে.মি.

আবার, গাড়ির পিছনের চাকার ব্যাস = 35 সে.মি.

$\therefore$ গাড়ির পিছনের চাকার ব্যাসার্ধ, $r_2 = \frac{35}{2}$ সে.মি.

$= 17.5$ সে.মি.

অতএব, গাড়ির সামনের চাকার পরিধি $= 2\pi r_1$

$= 2 \times 3.1416 \times 14$ সে.মি.

$= 87.9648$ সে.মি.

এবং গাড়ির পিছনের চাকার পরিধি $= 2\pi r_2$

$= 2 \times 3.1416 \times 17.5$ সে.মি.

$= 3.1416 \times 35$ সে.মি.

$= 109.956$ সে.মি.

এখন, 88 মিটার $= (88 \times 100)$ সে.মি.

[$\because$ 1 মিটার = 100 সে.মি.]

$= 8800$ সে.মি.

সুতরাং 88 মিটার পথ যেতে গাড়ির সামনের চাকা ঘুরবে

$= (8800 \div 87.9648)$ বার

$= 100.04$ বার $= 100$ বার (প্রায়)

এবং গাড়ির পিছনের চাকা ঘুরবে $= (8800 \div 109.956)$ বার

$= 80.032$ বার $= 80$ বার (প্রায়)

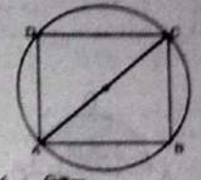
অতএব, সামনের চাকা পিছনের চাকা অপেক্ষা বেশি ঘুরবে

$= (100 - 80) = 20$ বার (প্রায়)

$\therefore$ সামনের চাকা বেশি ঘুরবে 20 বার (প্রায়)।

**৮. একটি বৃত্তের পরিধি 220 মিটার। ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।**

**সমাধান**





মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $r$ মিটার।

ধরি, ABCD বর্গক্ষেত্রটি ঐ বৃত্তে অন্তর্লিখিত।

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ মিটার।

শর্তমতে, $2\pi r = 220$

বা, $r = \frac{220}{2\pi} = \frac{220}{2 \times 3.1416}$ [$\pi = 3.1416$ বসিয়ে]

বা, $r = \frac{220}{6.2832} = 35.0140$

বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = 35.0140$ মিটার।

বৃত্তের ব্যাস, $AC = 2r = 2 \times 35.0140$ মিটার $= 70.028$ মিটার।

এখন, ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে,

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ [$\therefore AB = BC$]

বা, $AB^2 + AB^2 = AC^2$

বা, $2AB^2 = AC^2$

বা, $\sqrt{2}\,AB = AC = 70.028$ মি. [বর্গমূল করে]

বা, $AB = \frac{70.028 \text{ wg.}}{\sqrt{2}}$ মি.

$= \frac{70.028\sqrt{2}}{2}$ মি.

$= 35.014\sqrt{2}$ মি.

$= 49.5173$ মি.

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুর দৈর্ঘ্য 49.517 মিটার (প্রায়)

**৯. একটি বৃত্তের পরিধি একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমানার সমান। এদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় কর।**

**সমাধান** মনে করি, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $r$ একক

$\therefore$ বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

এবং বৃত্তের পরিধি $= 2\pi r$ একক

ধরি, সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= a$ একক

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ বর্গ একক

প্রশ্নানুসারে,

সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $= 2\pi r$ একক

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{2\pi r}{3}$ একক

$\therefore$ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল : ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \pi r^2 : \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \pi r^2 : \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\frac{2\pi r}{3}\right)^2 \left[\because a = \frac{2\pi r}{3}\right]$

$= \pi r^2 : \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{4\pi^2 r^2}{9}$

$= \pi r^2 : \frac{\sqrt{3}}{9}\pi^2 r^2$

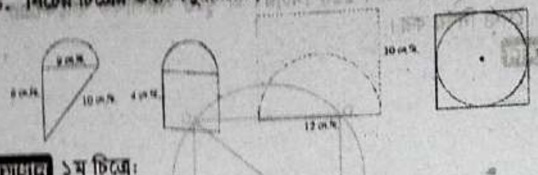
$= 1 . \frac{\sqrt{3}}{9}\pi$

$= 9 : \sqrt{3}\pi$

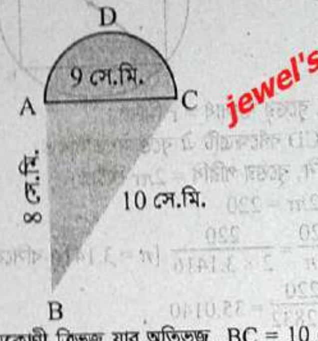
$= 3.\sqrt{3}.\sqrt{3} : \sqrt{3}\pi$

$= 3\sqrt{3} : \pi$ যা নির্ণেয় অনুপাত

১০. নিচের চিত্রের তথ্য অনুযায়ী গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর :




**সমাধান** ১ম চিত্রে:






চিত্রে ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার অতিভুজ, BC = 10 সে.মি., ভূমি AB = 8 সে.মি. ও উচ্চতা AC = 9 সে.মি. এবং ADC একটি অর্ধবৃত্ত যার ব্যাস, 9 = AC সে.মি.।

গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

এখন, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 9$ বর্গ সে.মি.

$= 36$ বর্গ সে.মি.

ADC অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{9}{2}$ সে.মি.

∴ ADC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2$

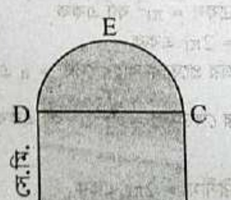
$= \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 31.8087$ বর্গ সে.মি.

∴ গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল $= (36 + 31.8087)$ বর্গ সে.মি.

$= 67.8087$ বর্গ সে.মি.

২য় চিত্রে:




চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. এবং DEC একটি অর্ধবৃত্ত যার ব্যাস, 4 সে.মি.।

গাঢ় চিহ্নিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (4)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 16$ বর্গ সে.মি.

DEC অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{4}{2}$ সে.মি. $= 2$ সে.মি.

∴ DEC অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2$

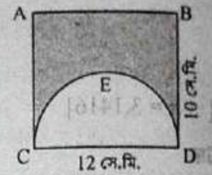
$= \frac{1}{2} \times \pi \times (2)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 6.2832$ বর্গ সে.মি.

গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল $= (16 + 6.2832)$ বর্গ সে.মি.

$= 22.2832$ বর্গ সে.মি.

৩য় চিত্রে:




চিত্রে ABCD একটি আয়তক্ষেত্র যার দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. ও প্রস্থ 10 সে.মি. এবং CED একটি অর্ধবৃত্ত যার ব্যাস, 12 সে.মি.। অর্ধবৃত্ত CED অবশিষ্ট অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

∴ ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (12 \times 10)$ বর্গ সে.মি.

$= 120$ বর্গ সে.মি.

CED অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{12}{2}$ সে.মি.

$= 6$ সে.মি.

∴ CED অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\pi r^2$

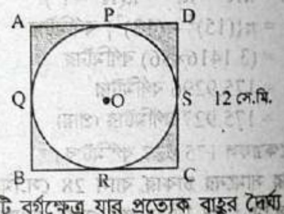
$= \frac{1}{2} \times \pi \times 6^2$ বর্গ সে.মি.

$= 56.55$ বর্গ সে.মি.

∴ চিত্রের গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল $= (120 - 56.55)$ বর্গ সে.মি.

$= 63.45$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)

৪র্থ চিত্রে:




চিত্রে ABCD একটি বর্গক্ষেত্র যার প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি. ও O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি বর্গে অন্তর্লিখিত। তাহলে, বৃত্তটির ব্যাস 12 সে.মি.।
চিত্রের গাঢ়কৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (12)^2$ বর্গ সে.মি.

$= 144$ বর্গ সে.মি.

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \frac{12}{2}$ সে.মি.

$= 6$ সে.মি.

∴ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= \pi \times 6^2$ বর্গ সে.মি.

$= 113.097$ বর্গ সে.মি.

∴ গাঢ় চিহ্নিত অংশের ক্ষেত্রফল $= (144 - 113.097)$ বর্গ সে.মি.

$= 30.903$ বর্গ সে.মি. (প্রায়)।

## অনুশীলনী ১৬.৪

১. একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি. ... সে.মি. হলে, এর পরিসীমার অর্ধেক কত?

ক 12 খ 20 গ 24 ঘ 28

২. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ক $3\sqrt{3}$ খ $4\sqrt{3}$ গ $6\sqrt{3}$ ঘ $9\sqrt{3}$

৩. সমতলীয় জ্যামিতিতে—

i. সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণ এক সমকোণ অপেক্ষা ছোট

ii. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের সমষ্টি এক সমকোণ

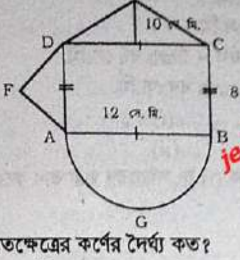
iii. ত্রিভুজের যে কোনো বাহু বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ প্রত্যেকটি কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৪. বর্গক্ষেত্রে প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a এবং কর্ণ d হলে—
i. ক্ষেত্রফল $a^2$ বর্গ একক ii. পরিসীমা 2ad একক
iii. $d = \sqrt{2}a$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii খ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

চিত্রের তথ্য অনুসারে নিচের (৫ – ৭) প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :






৫. ABCD আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
ক 13 খ 14 গ 14.4 (প্রায়) ঘ 15

৬. ADF ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?
ক 16 খ 32 গ 64 ঘ 128
[বি:দ্র: উদ্দীপকে তথ্য অসম্পূর্ণ]

৭. AGB অর্ধবৃত্তের পরিধি কত?
ক 18 খ 18.85 (প্রায়) গ 37.7 (প্রায়) ঘ 96

৮. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে 16 মিটার, 12 মিটার ও 4.5 মিটার। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও আয়তন নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,
আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, a = 16 মিটার
প্রস্থ, b = 12 মিটার
এবং উচ্চতা, c = 4.5 মিটার
∴ আয়তাকার ঘনবস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল,
$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গএকক
$= 2(16 \times 12 + 12 \times 4.5 + 4.5 \times 16)$ বর্গমিটার
$= 2(192 + 54 + 72)$ বর্গমিটার
$= 636$ বর্গমিটার
আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণের দৈর্ঘ্য, $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{(16)^2 + (12)^2 + (4.5)^2}$ মিটার
$= \sqrt{256 + 144 + 20.25}$ মিটার
$= \sqrt{420.25}$ মিটার
$= 20.5$ মিটার
এবং আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন = abc ঘনএকক
$= (16 \times 12 \times 4.5)$ ঘনমিটার
$= 864$ ঘনমিটার

৯. একটি আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 21 : 16 : 12 এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য 87 সে.মি. হলে, ঘনবস্তুটির তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, আয়তাকার ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, a = 21x সে.মি.
প্রস্থ, b = 16x সে.মি.
এবং উচ্চতা, c = 12x সে.মি.
আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$= \sqrt{(21x)^2 + (16x)^2 + (12x)^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{441x^2 + 256x^2 + 144x^2}$ সে.মি.
$= \sqrt{841x^2}$ সে.মি.
$= 29x$ সে.মি.
প্রশ্নমতে, $29x = 87$
বা, $x = \frac{87}{29}$
বা, $x = 3$
∴ ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, $a = (21 \times 3)$ সে.মি. $= 63$ সে.মি.
প্রস্থ, $b = (16 \times 3)$ সে.মি. $= 48$ সে.মি.
এবং উচ্চতা $c = (12 \times 3)$ সে.মি. $= 36$ সে.মি.
ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
$= 2(63 \times 48 + 48 \times 36 + 36 \times 63)$ বর্গ সে.মি.
$= 2(3024 + 1728 + 2268)$ বর্গ সে.মি.
$= 14040$ বর্গ সে.মি.
∴ নির্ণেয় ঘনবস্তুটির তলের ক্ষেত্রফল 14040 বর্গ সে.মি.।

১০. একটি আয়তাকার ঘনবস্তু 48 বর্গমিটার ভূমির উপর দণ্ডায়মান। এর উচ্চতা 3 মিটার এবং কর্ণ 13 মিটার। আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি,
আয়তাকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য = a মিটার
আয়তাকার ঘনবস্তুর প্রস্থ = b মিটার
সুতরাং ভূমির ক্ষেত্রফল = ab বর্গমিটার = 48 বর্গমিটার
এখানে, উচ্চতা c = 3 মিটার
আয়তাকার ঘনবস্তুর কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
$\therefore 13 = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
বা, $169 = a^2 + b^2 + 9$
বা, $a^2 + b^2 = 169 - 9 = 160$.................(i)
$\therefore (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 160 + 2 \times 48 = 256$
[যেহেতু, $a^2 + b^2 = 169$ এবং $ab = 48$]
$\therefore a + b = \sqrt{256} = 16$..............................(ii)
আবার, $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 160 - 96 = 64$
$\therefore a - b = 8$..............................(iii)
এখন (ii) + (iii) থেকে পাই,
$2a = 24$
বা, $a = 12$
এবং (ii) – (iii) থেকে পাই,
$2b = 8$
বা, $b = 4$
অতএব, দৈর্ঘ্য = 12 মিটার এবং প্রস্থ = 4 মিটার

১১. একটি আয়তাকার কাঠের বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 8 সে.মি., 6 সে.মি. ও 4 সে.মি.। এর ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 88 বর্গ সে.মি। বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব নির্ণয় কর।

**সমাধান** মনে করি, বাক্সটির কাঠের পুরুত্ব x সে.মি.
অতএব, বাক্সটির ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (8 - 2x)$ সে.মি.
ভিতরের প্রস্থ, $b = (6 - 2x)$ সে.মি.
এবং ভিতরের উচ্চতা, $c = (4 - 2x)$ সে.মি.
∴ বাক্সটির ভিতরের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল
$= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
$= 2\{(8 - 2x)(6 - 2x) + (6 - 2x)(4 - 2x) + (4 - 2x)(8 - 2x)\}$ বর্গ সে.মি.
$= 2(48 - 16x - 12x + 4x^2 + 24 - 12x - 8x + 4x^2 + 32 - 8x - 16x + 4x^2)$ বর্গ সে.মি.
$= 2(12x^2 - 72x + 104)$ বর্গ সে.মি.
প্রশ্নমতে, $2(12x^2 - 72x + 104) = 88$
বা, $12x^2 - 72x + 104 = \frac{88}{2}$
বা, $12x^2 - 72x + 104 = 44$
বা, $12x^2 - 72x + 104 - 44 = 0$
বা, $12x^2 - 72x + 60 = 0$
বা, $x^2 - 6x + 5 = 0$ [উভয় পক্ষকে 12 দ্বারা ভাগ করে]
বা, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$
বা, $x(x - 5) - 1(x - 5) = 0$
বা, $(x - 5)(x - 1) = 0$
$\therefore x - 5 = 0$ অথবা, $x - 1 = 0$
বা, $x = 5$ বা, $x = 1$
যেহেতু বাক্সের বাইরের উচ্চতা 4 মিটার, সেহেতু বাক্সের পুরুত্ব 5 সে.মি. হতে পারে না। অতএব বাক্সের পুরুত্ব 1 সে.মি.।
∴ নির্ণেয় পুরুত্ব 1 সে.মি.।

১২. একটি দেওয়ালের দৈর্ঘ্য 25 মিটার, উচ্চতা 6 মিটার এবং পুরুত্ব 30 সে.মি.। একটি ইটের দৈর্ঘ্য 10 সে.মি., প্রস্থ 5 সে.মি. এবং উচ্চতা 3 সে.মি.। দেওয়ালটি ইট দিয়ে তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,

দেওয়ালের দৈর্ঘ্য = 25 মিটার

" উচ্চতা = 6 মিটার

" পুরুত্ব = 30 সে.মি. = 0.3 মিটার

$\therefore$ দেওয়ালের আয়তন = $(25 \times 6 \times 0.3)$ ঘনমিটার

= 45 ঘনমিটার।

আবার, একটি ইটের দৈর্ঘ্য = 10 সে.মি.

= 0.1 মিটার

একটি ইটের প্রস্থ = 5 সে.মি. = 0.05 মিটার

একটি ইটের উচ্চতা = 3 সে.মি. = 0.03 মিটার

$\therefore$ একটি ইটের আয়তন = $(0.1 \times 0.05 \times 0.03)$ ঘনমিটার

= 0.00015 ঘনমিটার

$\therefore$ দেওয়ালটি তৈরি করতে ইট লাগবে = $\frac{45}{0.00015}$ টি

= 300000 টি

$\therefore$ নির্ণেয় ইটের সংখ্যা ৩০০০০০টি।

১৩. একটি ঘনক আকৃতি বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 2400 বর্গ সে.মি. হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে, ঘনক আকৃতি বস্তুটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = 2400 বর্গ সে.মি.

মনে করি,

ঘনক আকৃতির বস্তুর ধার = a সে.মি.

$\therefore$ ঘনক আকৃতির বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $6a^2$

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a$

শর্তমতে, $6a^2 = 2400$

বা, $a^2 = \frac{2400}{6}$

বা, $a^2 = 400$

বা, $a = \sqrt{400}$

$\therefore a = 20$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনক আকৃতি বস্তুটির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{3}a$

= $(\sqrt{3} + 20)$ সে. মি.

= $(20 \times 1.732)$ সে.মি.

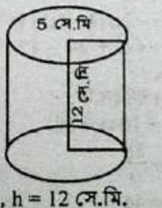
= 34.641 সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় কর্ণের দৈর্ঘ্য 34.641 সে.মি. (প্রায়)



১৪. 12 সে.মি. উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি.। এর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় কর।

**সমাধান**




দেওয়া আছে, বেলনের উচ্চতা, h = 12 সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ, r = 5 সে.মি.

$\therefore$ বেলনের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi r(h + r)$ বর্গ একক

= $2 \times 3.1416 \times 5\ (12 + 5)$ বর্গ একক

= $(2 \times 3.1416 \times 5 \times 17)$ বর্গ একক

= 534.072 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

এবং বেলনের আয়তন = $\pi r^2h$ ঘন একক

= $(3.1416 \times 5^2 \times 12)$ ঘন সে.মি.

= $(3.1416 \times 25 \times 12)$ "

= 942.48 ঘন সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় পৃষ্ঠ তলের ক্ষেত্রফল ৫৩৪.০৭২ বর্গ সে.মি. এবং আয়তন ৯৪২.৪৮ ঘন সে.মি.

১৫. একটি বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. এবং আয়তন 150 ঘন সে.মি.। বেলনের উচ্চতা এবং ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,

বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ একক

এবং আয়তন 150 ঘন একক

মনে করি,

বেলনের উচ্চতা = h সে.মি.

এবং ভূমির ব্যাসার্ধ = r সে.মি.

বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ সে.মি.

এবং বেলনের আয়তন = $\pi r^2h$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে, $2\pi rh = 100$ ............(i)

এবং $\pi r^2h = 150$ ....................(ii)

এখন, (ii) নং সমীকরণকে (i) নং সমীকরণ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{\pi r^2h}{2\pi rh} = \frac{150}{100}$

বা, $\frac{r}{2} = \frac{150}{100}$

বা, $\frac{r}{2} = \frac{3}{2}$

$\therefore r = 3$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ ভূমির ব্যাসার্ধ = 3 সে.মি.

আবার, (i) নং সমীকরণে r-এর মান বসিয়ে পাই,

$2\pi \times 3 \times h = 100$

বা, $2 \times 3.1416 \times 3 \times h = 100$

বা, $18.8496h = 100$

$\therefore h = \frac{100}{18.8496} = 5.305$

$\therefore$ উচ্চতা 5.305 সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় বেলনের উচ্চতা 5.305 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.।

১৬. একটি সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল 4400 বর্গ সে.মি. এর উচ্চতা 30 সে.মি. হলে, সমগ্রতল নির্ণয় কর।

**সমাধান** সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের ভূমির ব্যাসার্ধ r

এবং উচ্চতা, h = 30 সে.মি.

শর্তমতে, $2\pi rh = 4400$

বা, $r = \frac{4400}{2\pi h}$

$= \frac{4400}{2 \times 3.1416 \times 30}$

= 23.343 সে.মি.

$\therefore$ সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= $2\pi r\ (r + h)$ বর্গ একক

= $2 \times 3.1416 \times 23.343\ (23.343 + 30)$

= $2 \times 3.1416 \times 23.343 \times 53.343$

= 7823.7502 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল 7823.7502 বর্গ সে.মি.

১৭. একটি লোহার পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 14 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে, পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় কর।

**সমাধান** দেওয়া আছে,

পাইপের বাইরের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{14}{2}$ সে.মি.

= 7 সে.মি.

পাইপের ভিতরের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{12}{2}$ সে.মি.

= 6 সে.মি.

পাইপের উচ্চতা h = 5 মিটার = $(5 \times 100)$ সে.মি.

= 500 সে.মি.

$\therefore$ পাইপের বাইরের আয়তন $= \pi R^2 h$

$= \{3.1416 \times (7)^2 \times 500\}$ ঘন সে.মি.

$= (3.1416 \times 49 \times 500)$ ঘন সে.মি.

$= 76969.2$ ঘন সে.মি.

পাইপের ভিতরের আয়তন $= \pi r^2 h$

$= \{3.1416 \times (6)^2 \times 500\}$ ঘন সে.মি.

$= \{3.1416 \times 36 \times 500\}$ ঘন সে.মি.

$= 56548.8$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ পাইপের লোহার আয়তন $= (76969.2 - 56548.8)$ ঘন সে.মি.

$= 20420.4$ ঘন সে.মি.

$\therefore$ পাইপের লোহার ওজন $= 20420.4 \times 7.2$ গ্রাম

[$\because$ 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন = 7.2 গ্রাম]

$= 147026.88$ গ্রাম।

$= \frac{147026.88}{1000}$ কিলো গ্রাম

$= 147.02688$ কিলোগ্রাম

$= 147.027$ কিলোগ্রাম (প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় লোহার ওজন = 147.027 কিলোগ্রাম (প্রায়)।

১৮. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 12 মিটার এবং প্রস্থ 5 মিটার। আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে পরিবেষ্টিত করে একটি বৃত্তাকার ক্ষেত্র আছে যেখানে আয়তকার ক্ষেত্র দ্বারা অনধিকৃত অংশে ঘাস লাগানো হলো।

ক. উপরের তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক। ২

খ. বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস নির্ণয় কর। ৪

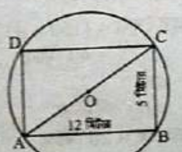
গ. প্রতি বর্গমিটার ঘাস লাগাতে 50 টাকা খরচ হলে, মোট খরচ নির্ণয় কর। ৪

**✔ ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর ▶**

**ক** প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে নিম্নে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র অঙ্কন করা হলো–


ABCD একটি আয়তক্ষেত্র আঁকা হলো। যেখানে দৈর্ঘ্য, AB = CD = 12 মিটার এবং প্রস্থ BC = AD = 5 মিটার। আয়তাকার ক্ষেত্রটিকে O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তাকার ক্ষেত্র পরিবেষ্টিত করে রেখেছে।

**খ** 'ক'তে অঙ্কিত চিত্রের ABCD আয়তাকার ক্ষেত্রের কর্ণ AC যোগ করি, যা বৃত্তের কেন্দ্র O এর উপর দিয়ে যায়। AC দ্বারা বৃত্তের ব্যাসকে নির্দেশ করে।




আবার, AC কর্ণ ABCD আয়তক্ষেত্রকে দুইটি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

এখন, ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [$\because$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

বা, $AC^2 = (12)^2 + (5)^2$

[$\because$ দৈর্ঘ্য AB = 12 মিটার এবং প্রস্থ BC = 5 মিটার]

বা, $AC^2 = 144 + 25$

বা, $AC^2 = 169$

বা, $AC = \sqrt{169}$

$\therefore AC = 13$

$\therefore$ বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির ব্যাস = 13 মিটার।

**গ** দেওয়া আছে,

আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 12 মিটার

" " প্রস্থ = 5 মিটার

$\therefore$ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (12 \times 5)$ বর্গমিটার

$= 60$ বর্গমিটার



'খ' হতে পাই,

বৃত্তের ব্যাস = 13 মিটার

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $\frac{13}{2} = 6.5$ মিটার

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক

$= 3.1416 \times (6.5)^2$ বর্গমিটার

$= 132.7326$ বর্গমিটার

$= 132.733$ বর্গমিটার (প্রায়)

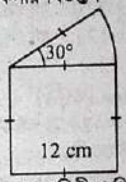
$\therefore$ অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল $= (132.733 - 60)$ বর্গমিটার (প্রায়)

$= 72.733$ বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore$ ঘাস লাগাতে মোট খরচ $= (72.73 \times 50)$ টাকা

$= 3636.65$ টাকা।

১৯. চিত্রটি বর্গক্ষেত্র এবং বৃত্তকলায় বিভক্ত।




ক. বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং পরিসীমা নির্ণয় কর। ২

খ. সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান বাহুবিশিষ্ট কোনো সুষম ষড়ভুজ কোনো বৃত্তে অন্তর্লিখিত হলে বৃত্তের অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

## ✔ ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

**ক** বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{2}a$ সে.মি.

$= \sqrt{2} \times 12$ সে.মি.

$= 12\sqrt{2}$ সে.মি **(Ans.)**

পরিসীমা $= 4a = 4 \times 12$ সে.মি

$= 48$ সে.মি **(Ans.)**

**খ** [বি.দ্র: ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য অবশ্যই কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ জানতে হবে। যা পাঠ্যবইয়ে দেওয়া নেই।]

উৎপন্ন কোণ = 30°

$\therefore$ সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল + বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

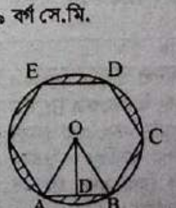
$= \frac{30°}{360°} \times \pi r^2 + a^2$

$= \frac{\pi}{12} \times 12^2 + 12^2$

$= 181.69$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল ১৮১.৬৯ বর্গ সে.মি.

**গ**




মনে করি, ABCDEF সুষম ষড়ভুজ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত। শর্তমতে, সুষমী ষড়ভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সে.মি.। O, A ও O, B যোগ করা হলো।

$\triangle AOB$ এর শীর্ষে উৎপন্ন কোণ, $\angle AOB = \frac{360°}{n} = \frac{360°}{6} = 60°$

কেন্দ্র O হতে AB বাহুর উপর OD লম্ব বিখণ্ডক আঁকি।

$\therefore AD = \frac{12}{2}$ সে.মি.

$= 6$ সে.মি.

এবং $\triangle AOD$-এ $\angle AOD = \frac{1}{2} \times \angle AOB = 30°$

এখন, $\triangle AOD$ হতে পাই,

$\tan\angle AOD = \frac{AD}{OD}$

বা, $\tan 30° = \frac{6}{OD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore OD = 2\sqrt{3}$

এখানে, $\triangle OAD$ এর ক্ষেত্রে,

$OD^2 + AD^2 = AO^2$

বা, $(2\sqrt{3})^2 + 6^2 = AO^2$

বা, $AO = 4\sqrt{3}$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 4\sqrt{3}$ সে.মি.

$\therefore \triangle AOB$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times OD = \frac{1}{2} \times 12 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

$\therefore$ ষড়ভুজের মোট ক্ষেত্রফল $= 12\sqrt{3} \times 6$

$= 72\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

$= 124.7$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$

$= 3.1416 \times (4\sqrt{3})^2 = 150.8$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ অনধিকৃত অংশ $= (150.8 - 124.7)$ বর্গ সে.মি.

$= 26.1$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ নির্ণেয় অনাধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল $26.1$ বর্গ সে.মি.

**২০. একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এবং একটি আয়তক্ষেত্র BCEF উভয়ের ভূমি BC.**

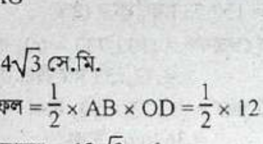
ক. একই উচ্চতা বিবেচনা করে সামান্তরিকক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্রটির চিত্র আঁক। ২

খ. দেখাও যে, ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। ৪

গ. আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 5 : 3 এবং ক্ষেত্রটির পরিসীমা 48 মিটার হলে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

**২০ নং প্রশ্নের উত্তর**

**ক** নিম্নে একই উচ্চতা বিবেচনা করে ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্র এবং BCEF আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা হলো–




**খ** বিশেষ নির্বচন: 'ক'-তে অঙ্কিত সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এবং আয়তক্ষেত্রের একই ভূমি BC এরা সমান উচ্চতা বিশিষ্ট। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর; অর্থাৎ $AB + BC + CD + DA > BC + CE + EF + FB$.

প্রমাণ:

| ধাপ | যথার্থতা |
|---|---|
| ১. একই উচ্চতা বিশিষ্ট হওয়ায় সামান্তরিক ABCD এবং আয়তক্ষেত্র BCEF এর ক্ষেত্রফল সমান এবং এরা সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত। সুতরাং তারা সমান্তরাল রেখা যুগল BC ও FD এর মধ্যে অবস্থিত। $\therefore BF = CE$ | |
| ২. এখন, $\triangle ABF$-এ $\angle AFB = 90°$ $\therefore AB$, $\triangle ABF$ এর অতিভুজ। $\therefore BF < AB$ বা, $CE < AB$ | [∵ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তর বাহু] [∵ BF = CE] |
| ৩. আবার, $BC = AD = EF$ $\therefore AB + BC + CD + DA > FB + BC + CE + EF$ $\therefore$ ABCD ক্ষেত্রটির পরিসীমা > BCEF ক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। [দেখানো হলো] | [∵ ক্ষেত্রদ্বয় ... ভূমির উপর অবস্থিত] |

**গ** ধরি, আয়াতক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= 5x$

এবং আয়াতক্ষেত্রটির প্রস্থ $= 3x$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা $= 2(5x + 3x)$

শর্তমতে, $2(5x + 3x) = 48$

বা, $8x = \frac{48}{2}$

বা, $8x = 24$

বা, $x = \frac{24}{8}$

$\therefore x = 3$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= 5 \times 3 = 15$ মিটার

আয়াতক্ষেত্রটির প্রস্থ $= 3 \times 3 = 9$ মিটার

যেহেতু আয়তক্ষেত্র এবং সামান্তরিকটি একই ভূমির উপর অবস্থিত। এদের ক্ষেত্রফল সমান।

$\therefore$ সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= (15 \times 9) = 135$ বর্গমিটার।

**২১. একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার ... আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ এবং ক্ষেত্রফল 1200 বর্গ...**

ক. x চলকের মাধ্যমে আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয় কর।

খ. বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

গ. আয়তাকার ক্ষেত্রের বাইরে চতুর্দিকে 1.5 মিটার চওড়া একটি রা... করতে $25 \times 12.5$ বর্গ সে.মি. তলবিশিষ্ট ইটের সংখ্যা নির্ণয় ক...



**প্রশ্নের উত্তর**

**ক** মনে করি,

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= x$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 3x$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(3x + x) = 8x$ মিটার

**খ** 'ক' হতে পাই, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ x মিটার হলে, দৈর্ঘ্য 3x মিটার

সুতরাং, ক্ষেত্রফল $= (3x \times x)$ বর্গ মিটার

$= 3x^2$ বর্গ মিটার

দেওয়া আছে, আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 1200$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে, $3x^2 = 1200$

বা, $x^2 = 400$

$\therefore x = 20$

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা $= 8 \times 20 = 160$ মিটার

প্রশ্নমতে, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা $= 160$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= (160 \div 4)$ মিটার

$= 40$ মিটার

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= 40^2$

$= 1600$ বর্গমিটার

**গ** এখানে, আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= 20$ মিটার

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= 3 \times 20 = 60$ মিটার

রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ $= (20 + 1.5 \times 2)$ মিটার $= 23$ মিটার

রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= (60 + 1.5 \times 2)$ মিটার $= 63$ মিটার

$\therefore$ রাস্তাসহ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (63 \times 23) = 1449$ বর্গমিটার

$\therefore$ শুধু রাস্তার ক্ষেত্রফল $= 1449 - 1200 = 249$ বর্গমিটার

এখন, ইটের ক্ষেত্রফল $= (25 \times 12.5)$ বর্গমিটার

$= 0.25 \times 0.125$ বর্গমিটার

$= 0.03125$ বর্গমিটার

$\therefore$ রাস্তা তৈরিতে ইট লাগবে $= \frac{249}{0.03125} = 7968$টি

$\therefore$ নির্ণেয় ইটের সংখ্যা 7968টি

# ▸▸ সপ্তদশ অধ্যায় : পরিসংখ্যান (Statistics)

## ▸▸ অনুশীলনী ১৭

১. উপাত্তসমূহ সারণিভুক্ত করা হলে প্রতি শ্রেণিতে যতগুলো উপাত্ত অন্তর্ভুক্ত হয় তার নির্দেশক নিচের কোনটি?

(ক) শ্রেণি সীমা (খ) শ্রেণির মধ্যবিন্দু (গ) শ্রেণি সংখ্যা **(ঘ) শ্রেণির গণসংখ্যা**

২. পরিসংখ্যানের অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে সাজালে উপাত্তসমূহ মাঝামাঝি কোনো মানের কাছাকাছি পুঞ্জিভূত হয়। উপাত্তের এই প্রবণতাকে বলা হয় –

(ক) প্রচুরক **(খ) কেন্দ্রিয় প্রবণতা** (গ) গড় (ঘ) মধ্যক

৩.

| তাপমাত্রা | 6°–8° | 8°–10° | 10°–12° |
|---|---|---|---|
| গণসংখ্যা | 5 | 9 | 4 |

সারণিতে —

i. শ্রেণিব্যাপ্তি 3 ii. মধ্যক শ্রেণি 8°–10°

iii. তাপমাত্রা অবিচ্ছিন্ন চলক

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii **(ঘ) i, ii ও iii**

৪. আয়তলেখ অঙ্কন করতে দরকার —

i. x অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি

ii. y অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা iii. শ্রেণির মধ্যমান

নিচের কোনটি সঠিক?

**(ক) i ও ii** (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫. উপাত্তের ক্ষেত্রে প্রচুরক —

i. কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ ii. সবচেয়ে বেশি বার উপস্থাপিত মান

iii. সবক্ষেত্রে অনন্য নাও হতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii **(ঘ) i, ii ও iii**

শীতকালে বাংলাদেশের কোনো একটি অঞ্চলের 10 দিনের তাপমাত্রার (সেন্টিগ্রেড) পরিসংখ্যান হলো :

10°, 9°, 8°, 6°, 11°, 12°, 7°, 13°, 14°, 5°। এই পরিসংখ্যানের প্রেক্ষিতে (৪ – ৬) পর্যন্ত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

৬. উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের প্রচুরক কোনটি?

(ক) 12° (খ) 5° (গ) 14° **(ঘ) প্রচুরক নেই**

৭. উপরের সংখ্যাসূচক উপাত্তের গড় তাপমাত্রা কোনটি?

(ক) 8° (খ) 8.5° **(গ) 9.5°** (ঘ) 9°

৮. উপাত্তসমূহের মধ্যক কোনটি?

**(ক) 9.5°** (খ) 9° (গ) 8.5° (ঘ) 8°

৯. সারণিভুক্ত শ্রেণিবিন্যাস্ত উপাত্তের সংখ্যা হলো n, মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা L, মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা $F_c$, মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা $f_m$ এবং শ্রেণি ব্যাপ্তি h; এই তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র?

**(ক) $L+\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$** (খ) $L+\left(\frac{n}{2}-f_m\right)\times\frac{h}{F_m}$

(গ) $L-\left(\frac{n}{2}-F_c\right)\times\frac{h}{f_m}$ (ঘ) $L-\left(\frac{n}{2}-F_n\right)\times\frac{h}{F_m}$

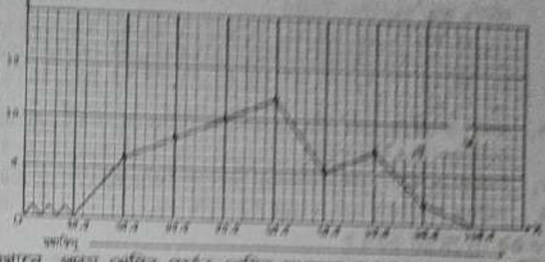
১০. ১০ম শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা আঁক।

| শ্রেণিব্যাপ্তি | 31–40 | 41–50 | 51–60 | 61–70 | 71–80 | 81–90 | 91–100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| গণসংখ্যা | 6 | 8 | 10 | 12 | 5 | 7 | 2 |

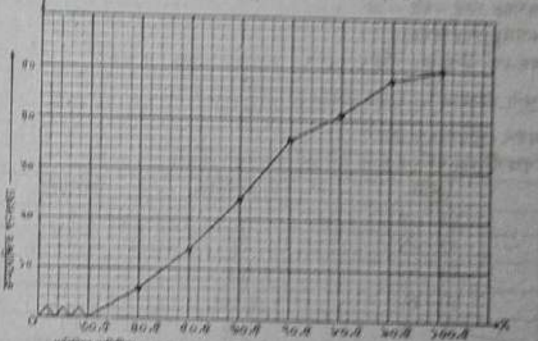
**সমাধান** প্রদত্ত উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ ও অজিভ রেখা অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

| শ্রেণি ব্যাপ্তি | অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা | শ্রেণি মধ্যবিন্দু | গণসংখ্যা | ক্রমযোজিত গণসংখ্যা |
|---|---|---|---|---|
| 31 – 40 | 30.5 – 40.5 | 35.5 | 6 | 6 |
| 41 – 50 | 40.5 – 50.5 | 45.5 | 8 | 14 |
| 51 – 60 | 50.5 – 60.5 | 55.5 | 10 | 24 |
| 61 – 70 | 60.5 – 70.5 | 65.5 | 12 | 36 |
| 71 – 80 | 70.5 – 80.5 | 75.5 | 5 | 41 |
| 81 – 90 | 80.5 – 90.5 | 85.5 | 7 | 48 |
| 91 – 100 | 90.5 – 100.5 | 95.5 | 2 | 50 |

গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন :



এখানে, প্রথম শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির মধ্যমান 25.5 এবং শেষ শ্রেণির পরের শ্রেণির মধ্যমান 105.5। এবার x-অক্ষ বরাবর শ্রেণি মধ্যবিন্দুর সুবিধাজনক একক নিয়ে যেখানে ⋀⋁⋀⋁ (ভাঁজ) চিহ্নটি 0 – 25.5 বুঝায় এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা প্রতি ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করা হলো।



অজিভ রেখা অঙ্কন : এখানে, x-অক্ষ বরাবর অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির সুবিধাজনক একক নিয়ে যেখানে ⋀⋁⋀⋁ (ভাঁজ) চিহ্নটি 0 – 30.5 বুঝায় এবং y-অক্ষ বরাবর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে শ্রেণির উর্ধ্বসীমা বরাবর বিন্দুগুলো চিহ্নিত করি। অতঃপর অক্ষে 30.5 থেকে চিহ্নিত বিন্দুগুলো সাবলীলভাবে যোগ করি। এটিই নির্ণেয় অজিভ রেখা।

১১. নিচে ৫০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। মধ্যক নির্ণয় কর।

| ওজন (কেজি) | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| গণসংখ্যা | 2 | 6 | 8 | 16 | 12 | 6 |

**সমাধান** প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয়ের জন্য ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সংবলিত সারণি তৈরি করি:

| ওজন (কেজি) | গণসংখ্যা | ক্রমযোজিত গণসংখ্যা |
|---|---|---|
| ৪৫ | ২ | ২ |
| ৫০ | ৬ | ৮ |
| ৫৫ | ৮ | ১৬ |
| ৬০ | ১৬ | ৩২ |
| ৬৫ | ১২ | ৪৪ |
| ৭০ | ৬ | ৫০ |

এখানে, n = ৫০ জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{৫০}{২}\text{তম ও }\left(\frac{৫০}{২}+১\right)\text{তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{\text{২৫ তম ও ২৬ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৬০ + ৬০}{২} = \frac{১২০}{২} = ৬০$$

∴ নির্ণেয় মধ্যক ৬০।

১২. কোনো বিদ্যালয়ের বার্ষিক পরীক্ষায় ৯ম শ্রেণির 50 জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরগুলো নিম্নরূপ :

76, 65, 98, 79, 64, 68, 56, 73, 83, 57, 55, 92, 45, 77, 87, 46, 32, 75, 89, 48, 97, 88, 65, 73, 93, 58, 41, 69, 63, 39, 84, 56, 45, 73, 93, 62, 67, 69, 65, 53, 78, 64, 85, 53, 73, 34, 75, 82, 6[illegible], 62.

ক. প্রদত্ত তথ্যাদির ধরণ কীরূপ? কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা কী নির্দেশ করে? ২

খ. উপর্যুক্ত শ্রেণিব্যাপ্তি নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন তৈরি কর। ৪

গ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় কর। ৪

✔ ১২ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** এখানে নম্বরগুলো অবিন্যস্তভাবে আছে। এ ধরনের উপাত্তসমূহকে অবিন্যস্ত উপাত্ত বলে। কোনো নিবেশনে একটি শ্রেণির গণসংখ্যা ঐ শ্রেণিতে উপাত্তসমূহের কতগুলো পড়ে তার সংখ্যা নির্দেশ করে। যেমন- পাঁচজন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর (৫০–৬০) হলে ঐ শ্রেণির গণসংখ্যা ৫

**খ** প্রদত্ত উপাত্তে,

সর্বোচ্চ প্রাপ্ত নম্বর = 98

সর্বনিম্ন প্রাপ্ত নম্বর = 32

অতএব, উপাত্তের পরিসর = (98 − 32) + 1 = 66 + 1 = 67

শ্রেণি ব্যবধান 10 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{67}{10} = 6.7$

অর্থাৎ শ্রেণিসংখ্যা হবে 7।

শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি:

| শ্রেণি | ট্যালি চিহ্ন | গণসংখ্যা |
|---|---|---|
| 30 − 39 | \|\|\| | 3 |
| 40 − 49 | ~~\|\|\|\|~~ | 5 |
| 50 − 59 | ~~\|\|\|\|~~ \|\| | 7 |
| 60 − 69 | ~~\|\|\|\|~~ ~~\|\|\|\|~~ \|\|\| | 13 |
| 70 − 79 | ~~\|\|\|\|~~ ~~\|\|\|\|~~ | 10 |
| 80 − 89 | ~~\|\|\|\|~~ \|\| | 7 |
| 90 − 99 | ~~\|\|\|\|~~ | 5 |

মোট = 50

**গ** সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয়:

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

| শ্রেণি | মধ্যমান $x_i$ | গণসংখ্যা $f_i$ | ধাপ বিচ্যুতি $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ | গণসংখ্যা × ধাপ বিচ্যুতি $= f_i u_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 30 − 39 | 34.5 | 3 | −3 | −9 |
| 40 − 49 | 44.5 | 5 | −2 | −10 |
| 50 − 69 | 54.5 | 7 | −1 | −7 |
| 60 − 69 | 64.5(a) | 13 | 0 | 0 |
| 70 − 79 | 74.5 | 10 | 1 | 10 |
| 80 − 89 | 84.5 | 7 | 2 | 14 |
| 90 − 99 | 94.5 | 5 | 3 | 15 |
| | | n = 50 | | $\Sigma f_i u_i = 13$ |

$\therefore$ গড় $= a + \frac{\Sigma f_i u_i}{n} \times h$

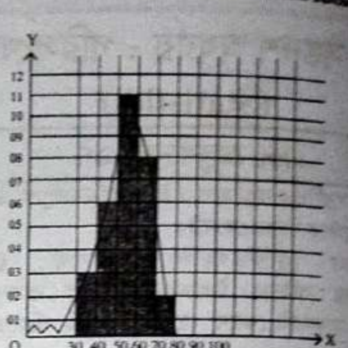
$= 64.5 + \frac{13}{50} \times 100$

$= 64.5 + 2.6$

$= 67.1$

এখানে,
আনুমানিক গড়, a = 64.5 ধরা হয়েছে।
শ্রেণি ব্যবধান, h = 10

১৩.



ক. উপরের চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান ও শেষ শ্রেণির গণসংখ্যা কত?

খ. চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটিকে ছকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. 'খ'-অংশে প্রাপ্ত ছক থেকে নিবেশনটির মধ্যক নির্ণয় কর।

✔ ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর ▶

**ক** উপরের চিত্রে, প্রথম শ্রেণিটি হলো (30 − 40)

প্রথম শ্রেণিটির শ্রেণি মধ্যমান $= \frac{40 + 30}{2} = 35.5$

এবং শেষ শ্রেণিটির গণসংখ্যা = 2

**খ** উপরের চিত্রে প্রথম শ্রেণিটির নিম্নসীমা = 30, উর্ধ্বসীমা = 40

∴ শ্রেণি ব্যবধান = 10 এবং শেষ শ্রেণির উর্ধ্বসীমা = 80

সুতরাং চিত্রে প্রদর্শিত তথ্যটির সারণি/ছক নিম্নরূপ:

| শ্রেণিব্যাপ্তি | গণসংখ্যা |
|---|---|
| 31 − 40 | 3 |
| 41 − 50 | 6 |
| 51 − 60 | 11 |
| 61 − 70 | 8 |
| 71 − 80 | 2 |
| মোট | 30 |

**গ** 'খ'-তে প্রাপ্ত ছক থেকে মধ্যক নির্ণয়ে সারণি ক্রম নিম্নরূপ:

| শ্রেণি | গণসংখ্যা | যোজিত গণসংখ্যা |
|---|---|---|
| 30−39 | 3 | 3 |
| 40−49 | 6 | 9 |
| 50−59 | 11 | 20 |
| 60−69 | 8 | 28 |
| 70−79 | 2 | 30 |
| | n = 30 | |

ছক থেকে মধ্যক নির্ণয়:

এখানে, n = 30

এবং $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

∴ 15 তম পদ (50–59) শ্রেণিতে অবস্থিত। অতএব মধ্যক (50-59) শ্রেণিতে অবস্থিত।

এখানে, L = 50

$F_c = 9$

$f_m = 11$ এবং h = 10

$\therefore$ মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

$= 50 + (15 - 9) \times \frac{10}{11}$

$= 50 + 6 \times 0.9 = 50 + 5.4 = 55.4$

১৪. কোনো শ্রেণির ৬০ জন শিক্ষার্থীর ওজনের (কেজি) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি:

| শ্রেণিব্যাপ্তি | 45–49 | 50-54 | 55-59 | 60-64 | 65-69 | 70-[illegible] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| গণসংখ্যা | 4 | 8 | 10 | 20 | 12 | 6 |

ক. মধ্যক নির্ণয়ের সূত্রটি লিখ।

খ. প্রদত্ত তথ্য থেকে প্রচুরক নির্ণয় কর।

গ. উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন কর।

✓ ১৪ নং প্রশ্নের উত্তর ▸

(ক) শ্রেণিবিন্যস্ত উপাত্তের ক্ষেত্রে মধ্যক নির্ণয়ের সূত্র,

মধ্যক $= L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$

এখানে,
$L$ = মধ্যক শ্রেণির নিম্নসীমা
$F_c$ = মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
$f_m$ = মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা
$h$ = শ্রেণিব্যাপ্তি

(খ) এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিক 20 বার আছে (60–64) শ্রেণিতে। সুতরাং প্রচুরক এই শ্রেণিতে বিদ্যমান।
আমরা জানি,

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$

$\therefore$ প্রচুরক $= 60 + \frac{10}{10+8} \times 5$
$= 60 + \frac{10}{18} \times 5$
$= 60 + 2.78$
$= 62.78$

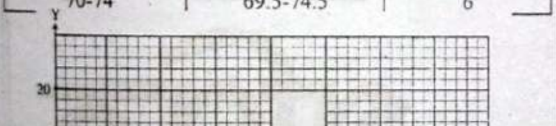
এখানে, $L = 60$
$f_1 = 20 - 10 = 10$
$f_2 = 20 - 12 = 8$
$h = 5$

$\therefore$ নির্ণেয় প্রচুরক 62.78



(গ) আয়তলেখ নির্ণয়ের সারণি:

| শ্রেণিব্যাপ্তি | প্রকৃত শ্রেণিসীমা | গণসংখ্যা |
|---|---|---|
| 45-49 | 44.5-49.5 | 4 |
| 50-54 | 49.5-54.5 | 8 |
| 55-59 | 54.5-59.5 | 10 |
| 60-64 | 59.5-64.5 | 20 |
| 65-69 | 64.5-69.5 | 8 |
| 70-74 | 69.5-74.5 | 6 |




ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 44.5 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 44.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

১৫. তাপমাত্রা পরিবর্তনশীল। বাংলাদেশে সাধারণত জানুয়ারি মাসের ১ম সপ্তাহে তাপমাত্রা কম এবং জুন মাসের ৪র্থ সপ্তাহে তাপমাত্রা বেশি থাকে। ৫২ সপ্তাহের তাপমাত্রা ডিগ্রি সেলসিয়াস এককে নিম্নরূপ :
35, 30, 27, 42, 20, 19, 27, 36, 39, 14, 15, 38, 37, 40, 40, 12, 10, 9, 7, 20, 21, 24, 33, 30, 29, 21, 19, 31, 28, 26, 32, 30, 22, 23, 24, 41, 26, 23, 25, 22, 17, 19, 21, 23, 8, 13, 23, 24, 20, 32, 11, 17

ক. শ্রেণিব্যাপ্তি ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা নির্ণয় কর। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তসমূহের সারণি আকারে প্রকাশ করে সারণি থেকে সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ তাপমাত্রার গড় নির্ণয় কর। ৪

গ. খ এর সারণি ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কনের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় কর। ৪

✓ ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর ▸

(ক) এখানে, সর্বনিম্ন তাপমাত্রা = 7 ডিগ্রি সেলসিয়াস
এবং সর্বোচ্চ তাপমাত্রা = 42 ডিগ্রি সেলসিয়াস
$\therefore$ পরিসর $= (42 - 7) + 1 = 36$

$\therefore$ শ্রেণিব্যাপ্তি 5 ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{36}{5} = 7.2 \approx 8$

$\therefore$ শ্রেণিসংখ্যা হবে ৪টি

(খ) উপাত্তসমূহের গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ:

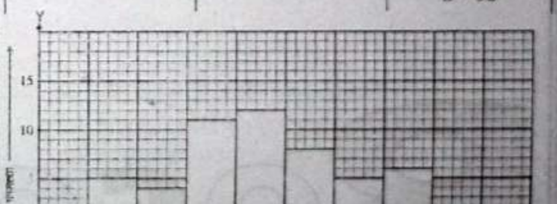
| তাপমাত্রা | মধ্যবিন্দু ($x_i$) | ট্যালি | গণসংখ্যা ($f_i$) | $f_ix_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 7–11 | 9 | 卌 | 5 | 45 |
| 12–16 | 14 | \|\|\|\| | 4 | 56 |
| 17–21 | 19 | 卌 卌 \| | 11 | 209 |
| 22–26 | 24 | 卌 卌 \|\| | 12 | 288 |
| 27–31 | 29 | 卌 \|\|\| | 8 | 232 |
| 32–36 | 34 | 卌 | 5 | 170 |
| 37–41 | 39 | 卌 \| | 6 | 234 |
| 42–46 | 44 | \| | 1 | 44 |
| | | | $n = 52$ | $\sum f_ix_i = 1288$ |

এখন, এই সারণি সর্বনিম্ন এবং সর্বোচ্চ তাপমাত্রার গড় $= \frac{\sum f_ix_i}{n}$
$= \frac{1288}{52}$

$\therefore$ নির্ণেয় গড় = 24.769

(গ) আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা নির্ণয়ের সারণি:

| তাপমাত্রা | অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা | গণসংখ্যা |
|---|---|---|
| 7–11 | 6.5–11.5 | 5 |
| 12–16 | 11.5–16.5 | 4 |
| 17–21 | 16.5–21.5 | 11 |
| 22–26 | 21.5–26.5 | 12 |
| 27–31 | 26.5–31.5 | 8 |
| 32–36 | 31.5–36.5 | 5 |
| 37–41 | 36.5–41.5 | 6 |
| 42–46 | 41.5–46.5 | 1 |
| | | $n = 52$ |




x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ঘরকে এক একক ধরে এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের 2 ঘরকে এক একক ধরে, x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা এবং y-অক্ষ বরাবর গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে। x-অক্ষ বরাবর শ্রেণিসীমা 6.5 থেকে আরম্ভ হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে 6.5 পর্যন্ত পূর্ববর্তী ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে। উপরের আয়তলেখ থেকে দেখা যায়, 21.5–26.5 শ্রেণি ব্যবধানে সর্বোচ্চ সংখ্যক উপাত্ত বিদ্যমান অর্থাৎ এই অবিচ্ছিন্ন ব্যবধানে প্রচুরক বিদ্যমান।
তাই, প্রচুরক শ্রেণি (22–26)
আমরা জানি,

প্রচুরক $= L + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \times h$
$= 22 + \frac{1}{1+4} \times 5$
$= 22 + \frac{1}{5} \times 5$
$= 22 + 1$
$= 23$

এখানে,
$L = 22$
$f_1 = 12 - 11 = 1$
$f_2 = 12 - 8 = 4$
$h = 5$