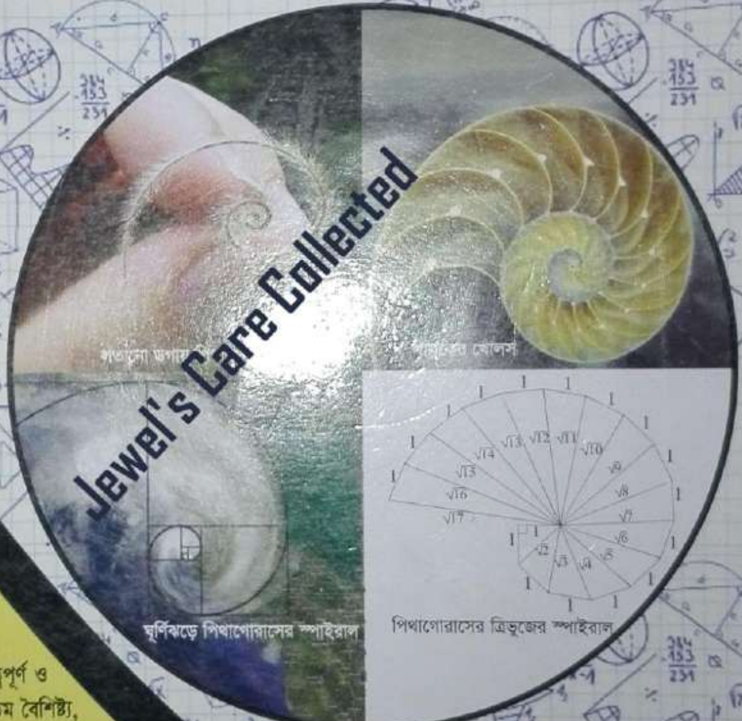
নতুন সংস্করণ
২০১৭-২০১৮

The Royal

উচ্চতর গণিত

৯ম-১০ম শ্রেণির জন্য



A+

- ☑ রয়েল গাইড যেন ছাত্র/ছাত্রীদের জন্য একজন সুদক্ষ গৃহ-শিক্ষক, একটি অমূল্য সম্পদ ও আস্থার প্রতীক।
- ☑ সম্পূর্ণ গাইড অত্যন্ত সাজানো-গোছানো, নির্ভুল, সুখপাঠ্য এবং বিশ্লেষণধর্মী।
- ☑ সংখ্যার আধিক্য নয় বরং পর্যাপ্ত সংখ্যক গুরুত্বপূর্ণ ও মানসম্মত প্রশ্নের সন্নিবেশ এই গাইডের অন্যতম বৈশিষ্ট্য, যা পরীক্ষার পূর্ণাঙ্গ প্রস্তুতির জন্য যথেষ্ট... এর চেয়েও বেশি!!!
- ☑ At a glance (একনজরে বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াবলি), Index (সূক্ষ্ম সূচিপত্র), প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের সুস্পষ্ট ব্যাখ্যা, মনে রাখার জন্য Mnemonic (Tips), Shortcut technique, বিশ্লেষণধর্মী গাণিতিক অংশ এই গাইডের অন্যতম শ্রেষ্ঠ অলংকার।

The Royal Scientific Publications
[বাংলাদেশে আন্তর্জাতিক মানের প্রকাশনা]
www.the-royal-scientific-publications.com

[একনজরে প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি]

☑ সেট সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. $A \cup B = B \cup A$ 2. $A \cap B = B \cap A$
3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$
4. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$
5. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$
6. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ 10. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
11. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
12. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
13. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
14. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

☑ চক্র ক্রমিক বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষণ সূত্রাবলি:

1. $bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$
2. $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$
3. $a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2) = (a-b)(b-c)(c-a)$
4. $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$
5. $(a+b+c)(ab+bc+ca) - abc = (a+b)(b+c)(c+a)$
6. $(b+c)(c+a)(a+b) + abc = (a+b+c)(ab+bc+ca)$
7. $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ $= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

☑ জ্যামিতি সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

কোনো ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b, c এবং মধ্যমাত্রয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f হলে
$3(a^2+b^2+c^2) = 4(d^2+e^2+f^2)$

☑ সমীকরণ সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. দ্বিঘাত সমীকরণ, $ax^2+bx+c=0$ (যেখানে $a \neq 0$), সমীকরণের সমাধান, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. $ax^2+bx+c=0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি: দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক $= b^2-4ac$
   (i) $b^2-4ac=0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।
   (ii) $b^2-4ac>0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।
   (iii) $b^2-4ac<0$ হলে, মূলদ্বয় জটিল ও অসমান।
   (iv) $b^2-4ac>0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ [illegible]
   (v) $b^2-4ac>0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ না [illegible] সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান [illegible]

☑ অসমতা সম্পর্কিত [illegible]

1. $a<b$ এবং $c>0$ হলে- i. [illegible] ii. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
2. $a<b$ এবং $c<0$ হলে- i. $ac>bc$ ii. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

☑ অসীম ধারা সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. অসীম ধারার n তম আংশিক সমষ্টি, $S_n = u_1+u_2+u_3+\dots u_n; n \in N$
2. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হয়, তবে n তম পদ $= ar^{n-1}$
3. গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \begin{cases} \frac{a(r^n-1)}{r-1}; \text{ যখন } r>1 \\ \frac{a(1-r^n)}{1-r}; \text{ যখন } r<1 \end{cases}$$

4. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; যখন $r<1$

☑ ত্রিকোণমিতি সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. একটি কোণের ষাটমূলক পরিমাপ এবং বৃত্তীয় পরিমাপ যথাক্রমে D° এবং R^c হলে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$
2. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে θ কোণ কর্তৃক বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$
   সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে সম্পর্ক:
   (i) $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$ (ii) $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
   (iii) $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ (iv) $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
   (v) $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ (vi) $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
   (vii) $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (viii) $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
   (ix) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (x) $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$
   (xi) $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

☑ সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

m, n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা এবং $a \neq 0, b \neq 0$ হলে,
1. $a^m.a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ বা, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(ab)^m = a^m.b^m$ 4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
5. $a^0 = 1; a^{-1} = \frac{1}{a}$ 6. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$
7. $\sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$ 8. $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
9. যদি $x \neq 0, a>0, b>0$ এবং $a^x = b^x$ হয়, তবে $a=b$
10. যদি $a>0, a \neq 1$, এবং $a^x = a^y$ হয়, তবে $x=y$

☑ লগ সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

M, N ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা এবং $a>0, a \neq 1$ হলে,
1. যদি $a^x = N$ হয়, তবে $x = \log_a N$
2. $\log_a a = 1$; $\log_a 1 = 0$
3. $\log_a a^M = M$
4. $\log_a(M \times N) = \log_a M + \log_a N$
5. $\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$
6. $\log_a M^N = N\log_a M$
7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; $\log_a M = \log_b M \times \log_a b$

☑ দ্বিপদী বিস্তৃতি সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. i. প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে [illegible] $r+1$ তম পদের নিয়ম $T_{r+1} = \binom{n}{r}$ [illegible]
ii. $\binom{n}{0} = 1$ [illegible] $= {}^nC_r$
[illegible] $\frac{(n-2)\dots(n-r+1)}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times r}$
[illegible] $+ ny + \frac{n(n-1)}{1.2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3 + \dots + y^n$
3. $n! = n(n-1)!$
$= n(n-1)(n-2)!$
$= n(n-1)(n-2)\dots\dots 3.2.1$
4. i. $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$
ii. ${}^nC_n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n! \times 0!} = 1$ iii. $0! = 1$
5. i. $(1+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $r+1$ তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r}y^r$ বা ${}^nC_r y^r$
ii. $(x+y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $r+1$ তমপদ
$T_{r+1} = \binom{n}{r}x^{n-r}.y^r$ বা, ${}^nC_r x^{n-r}y^r$

☑ স্থানাঙ্ক জ্যামিতি সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুর দূরত্ব $PQ = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
2. মূলবিন্দু O হতে যেকোনো বিন্দু $Q(x, y)$ এর দূরত্ব $OQ = \sqrt{x^2+y^2}$
3. ΔABC এর AB বাহুর দৈর্ঘ্য 'c' BC বাহুর দৈর্ঘ্য 'a' এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য 'b' এবং পরিসীমা '$2s$' হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক।
4. $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ বিন্দু ABC এর তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$
[বিন্দুগুলো অবশ্যই ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিতে হবে]
5. $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4, y_4)$ চতুর্ভুজ $ABCD$ এর চারটি শীর্ষবিন্দু হলে, চতুর্ভুজ $ABCD$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$
[বিন্দুগুলো অবশ্যই ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিতে হবে]
6. একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
7. কোনো সরলরেখা (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে তার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$; এখানে m = ঢাল
8. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ
$\frac{y-y_2}{x-x_2} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ বা, $\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$
বা, $\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2}$
9. উল্লম্ব নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx + c$, যেখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y-অক্ষের ছেদকাংশ।
10. y অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের উপর লম্বরেখার সাধারণ সমীকরণ $x = a$
11. x অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ y অক্ষের উপর লম্বরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = b$
12. x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ $x = 0$

☑ সমতলীয় ভেক্টর সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি: ABC ত্রিভুজের AB ও BC বাহুদ্বয় দ্বারা যদি $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়কে মানে ও দিকে সূচিত করা হয় তাহলে ঐ ত্রিভুজের CA বাহু দ্বারা বিপরীতক্রমে $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের মান ও দিক সূচিত হবে।
2. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি: কোনো সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত [illegible] দ্বারা দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান ও দিক সূচিত হ[illegible] ঐ সামান্তরিকের কর্ণ $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টর দ্বারা মানে [illegible] সূচিত হয়।

☑ [illegible] সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. [illegible] দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b, উচ্চতা c হলে,
   (i) [illegible] তলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab+bc+ca)$ বর্গ একক
   (ii) আয়তন $= abc$ ঘন একক
   (iii) কর্ণ $= \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ একক
2. ঘনকের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা $= a$ একক হলে,
   (i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক
   (ii) আয়তন $= a^3$ ঘন একক
   (iii) কর্ণ $= a\sqrt{3}$ একক।
3. (ক) প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল= 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা
   (খ) প্রিজমের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
4. (ক) পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল
   কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা)
   পিরামিডের উচ্চতা h; ভূমিক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে, $\ell = \sqrt{h^2+r^2}$
   (খ) আয়তন $= \frac{1}{3}$ (ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা)
5. সমবৃত্তভূমিক সিলিন্ডারের বা বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
   (i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক
   (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi h(r+h)$ বর্গ একক
   (iii) আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক
6. সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h, ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা l হলে,
   (i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl$ বর্গ একক
   (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r+l)$ বর্গ একক
   (iii) আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক
7. গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে,
   (i) গোলকের তলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক
   (ii) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক
   (iii) h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2-h^2}$ একক

☑ সম্ভাবনা সম্পর্কিত সূত্রাবলি:

1. কোনো ঘটনার সম্ভাবনা $= \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$
2. নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাবনার মান 1
3. অনিশ্চিত ঘটনার সম্ভাবনার মান 0
4. কোনো ঘটনা ঘটা ও না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল 1
5. A ঘটনার সম্ভাবনার সীমা $0 \le P(A) \le 1$

NCTB প্রণীত নতুন কারিকুলাম অনুসারে রচিত

নতুন সংস্করণ
২০১৭-২০১৮

উচ্চতর গণিত

[সৃজনশীল + বহুনির্বাচনি]

৯ম-১০ম শ্রেণির জন্য

Most Authentic Book with Reference

বাংলাদেশের শিক্ষাঙ্গনে গুণগত পরিবর্তন এনেছে যে বই

এসএসসি পরীক্ষায় A^+ প্রাপ্তির জন্য অপরিহার্য বই

রচনা

- ইঞ্জিনিয়ার নাজমুল হাসান
  বিএসসি, বাংলাদেশ প্রকৌশল বিশ্ববিদ্যালয় (বুয়েট)
- মোহাম্মদ খালেকুজ্জামান বিএসসি, বুয়েট
- রবিউল হোসেন বিএসসি, বুয়েট
- শেখ আসিফ বিএসসি, বুয়েট
- আশিফুর রহমান বিএসসি, বুয়েট
- জাহিদ মাহমুদ বিএসসি, বুয়েট
- মোঃ দেলোয়ার হোসেন বিএসসি, বুয়েট
- সামিউত তাওসিফ বিএসসি, বুয়েট
- মোঃ আমান-উল্লাহ আমান
  বিএস (সম্মান), এমএস (ফলিত গণিত), ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
- মোঃ সাইদুজ জামান
  বিএস (সম্মান), এমএস (ফলিত গণিত), ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়
- মোঃ পারভেজ আবদুল্লাহ
  বিএস (সম্মান), এমএস (বিশুদ্ধ গণিত), জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়
- মোঃ সবিরুল ইসলাম
  বিএস (সম্মান), এমএস (ফলিত গণিত), ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

সম্পাদনা

- এ.টি.এস.এম মাসুদুল হাকিম
  সহযোগী অধ্যাপক ও বিভাগীয় প্রধান (গণিত বিভাগ)
  রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা
  প্রাক্তন প্রভাষক, রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ ও পাবনা ক্যাডেট কলেজ
- মোঃ মোতাহের হোসেন
  বিএসসি (সম্মান), এমএসসি (গণিত) (1st Class 1st)
  প্রভাষক, অধ্যাপক আব্দুল মজিদ কলেজ, কুমিল্লা
- মোঃ তাহমিদুর রহমান (তপু)
  বিএসসি (সম্মান), এমএসসি (গণিত), ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

The Royal

The Royal Scientific Publications
[বাংলাদেশে আন্তর্জাতিক মানের প্রকাশনা]
৩৮/৪-ক (মান্নান মার্কেট), বাংলাবাজার, ঢাকা।
ফোন: 02-47116947, 01819-146867, 01676-532407, 01882084654
www.the-royal-scientific-publications.com

আর. পি. এস. -০১১ রেজিস্ট্রেশন নং: ৫২৩৮-COPR

প্রকাশক: ডা. মোনালিসা ইসলাম
৩২-পুরানা পল্টন, ঢাকা।
ফোন ঃ ৯৫৭০৫৯৯

১ম প্রকাশ: জানুয়ারি-২০১৪
৪র্থ সংস্করণ: জানুয়ারি-২০১৭

দি রয়েল উচ্চতর গণিত

বাংলাদেশ পুস্তক প্রকাশক ও বিক্রেতা সমিতি
কর্তৃক অনুমোদিত মূল্য: ৫৩০.০০ টাকা মাত্র।

The Royal

The Royal Scientific Publications
[বাংলাদেশে আন্তর্জাতিক মানের প্রকাশনা]
৩৮/৪-ক (মান্নান মার্কেট), বাংলাবাজার, ঢাকা।
ফোন: 02-47116947, 01819-146867, 01676-532407, 01882084654
www.the-royal-scientific-publications.com

দি রয়েল
উচ্চতর গণিত

চিরস্মরণীয় গণিতশাস্ত্রবিদদের কয়েকজন

পীথাগোরাস (জন্ম: খ্রীষ্টপূর্ব ৫৬৯ - মৃত্যু: খ্রীষ্টপূর্ব ৪৭৫ ; গ্রীস)

সংক্ষিপ্ত পরিচয়: তাঁর বাল্যকাল সম্পর্কে খুব কমই জানা যায়। তবে তিনি খ্রীষ্টপূর্ব ৫৩৫ সালে মিশর গমন করেন ও অনেক জ্ঞান অর্জন করেন। পরবর্তীতে তিনি ইটালিতে এসে দর্শন ও ধর্মশাস্ত্রের উপর একটি স্কুল প্রতিষ্ঠা করেন। এই স্কুলেই তিনি গণিতের উপর গবেষণা করেন ও সংখ্যাতত্ত্ব এবং জ্যামিতি শাস্ত্রের উপর অনেক নতুন ধারণা প্রদান করেন।

অবদান: (১) তিনিই প্রথম উল্লেখ করেন, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। (২) তিনিই সর্বপ্রথম প্রমাণ করেন, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অংকিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অংকিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান। (৩) গণিতের আরও অনেক সূত্র তিনি আবিষ্কার করেন।

আল-খাওয়ারিজমী (জন্ম: ৭৮০ - মৃত্যু: ৮৫০ ; ইরাক)

সংক্ষিপ্ত পরিচয়: তাঁর পূর্ণ নাম আবু জাফর মুহাম্মদ ইবনে মুসা আল-খাওয়ারিজমী। তিনি ছিলেন একাধারে গণিতবিদ ও জ্যোতির্বিদ।

অবদান: তিনিই সর্বপ্রথম 1,2,3,... এই ডেসিমেল সংখ্যা চালু করেন। একে আরবী-হিন্দি Number System বলা হয়। তাঁর নাম থেকে গণিতে অ্যালগরিদম (Algorithm) শব্দটি আসে। তিনি বাগদাদে "House of Wisdom" নামে একটি গবেষণা প্রতিষ্ঠান প্রতিষ্ঠা করেন। এর বিশাল লাইব্রেরীতে বিজ্ঞানের প্রচুর বই ছিল। তিনি জ্যামিতি ও বীজগণিতের উপর প্রচুর গবেষণা করেন ও বীজগণিতের অনেক সূত্র প্রদান করেন। তিনি বীজগণিতের সাহায্যে জটিল গাণিতিক সমস্যার সমাধান করেন। বীজগণিতের উপর তার বিখ্যাত বই হলো- Al-Kitab al mukhtasor fi hisb al-jaber wal muqabala. **তাঁকে বীজগণিতের জনক বলা হয়।**

স্যার আইজ্যাক নিউটন (জন্ম: ১৬৪২ - মৃত্যু: ১৭২৭ ; যুক্তরাজ্য)

সংক্ষিপ্ত পরিচয়: সর্বকালের, সর্বযুগের অন্যতম [illegible] বিজ্ঞানী। তিনি গণিতশাস্ত্র, পদার্থবিদ্যা, রসায়নশাস্ত্র, জ্যোতির্বিদ্যা, প্রকৃতি [illegible] বিষয়ে সুপণ্ডিত ছিলেন।

অবদান: জটিল গাণি[illegible] সমাধান ও **ক্যালকুলাস** নামক গণিতশাস্ত্র উদ্ভাবন করেন। গতিতত্ত্বের নি[illegible] ও গতিসূত্রের অনন্য উদ্ভাবন। জ্যোতির্বিজ্ঞানের মধ্যাকর্ষণ শক্তির আবি[illegible]কর্ষ বল, আহ্নিক ও বার্ষিক গতির স্বপক্ষে গ্রহণীয় সুস্পষ্ট ব্যাখ্যাদান। ধর্মীয় (খ্রি[illegible]) দৃষ্টিভঙ্গির তুলনামূলক যুক্তির যুগান্তকারী অবতারণা।

চার্লস ব্যাবেজ (জন্ম: ১৭৯১ - মৃত্যু: ১৮৭১ ; ইংল্যান্ড)

সংক্ষিপ্ত পরিচয়: তিনি ছিলেন একাধারে গণিতবিদ, দার্শনিক ও মেকানিক্যাল ইঞ্জিনিয়ার। তিনি ১৮১২ সালে কেমব্রিজের ট্রিনিটি কলেজ থেকে গণিতের উপর গ্র্যাজুয়েশন লাভ করেন। ১৮১৬ সালে মাত্র ২৪ বছর বয়সে "রয়েল সোসাইটি অব লন্ডন" এর ফেলো নির্বাচিত হন।

অবদান: ১৮৩৪ সালে তিনি একটি "অ্যানালাইটিক্যাল ইঞ্জিন" আবিষ্কার করেন যাকে আধুনিক ইলেকট্রনিক কম্পিউটারের অগ্রদূত বলা হয়। পরবর্তীতে এই ইঞ্জিনের মডেলের উপর ভিত্তি করেই আধুনিক কম্পিউটার তৈরি হয়। তাই **তাকে কম্পিউটারের জনক বলা হয়।**

জন ভন নিউম্যান (জন্ম: ১৯০৩ - মৃত্যু: ১৯৫৭ ; হাঙ্গেরী)

সংক্ষিপ্ত পরিচয়: পিতা-মাতার ৩ সন্তানের মধ্যে জন ভন নিউম্যান ছিলেন অসাধারণ প্রতিভার অধিকারী। মাত্র ৮ বছর বয়সে তিনি ক্যালকুলাস শিখে ফেলেন। মাত্র ১২ বছর বয়সে গণিতের গ্রাজুয়েট স্তরে পৌছে যান। তিনি ২৩ বছর বয়সে বুদাপেস্ট বিশ্ববিদ্যালয় থেকে গণিতে পিএইচডি ডিগ্রী অর্জন করেন।

অবদান: (১) গেম থিওরীর জনক। (২) কোয়ান্টাম মেকানিক্স এর প্রবর্তক। (৩) সেট থিওরীতেও রয়েছে তাঁর অসমান্য অবদান। (৪) তিনিই সর্বপ্রথম কম্পিউটার মেমোরীতে বাইনারী পদ্ধতিতে ডাটা স্টোর করার ধারণা দেন। তাই তাকে **"আধুনিক কম্পিউটারের জনক"** বলা হয়।

ড. জামাল নজরুল ইসলাম (জন্ম: ১৯৩৯ - মৃত্যু: ২০১৩ ; বাংলাদেশ)

সংক্ষিপ্ত পরিচয়: বাংলাদেশের ঝিনাইদাহ জেলায় জন্মগ্রহণ করেন। তিনি কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয় থেকে বিএসসি ও ক্যাম্ব্রীজের ট্রিনিটি কলেজ থেকে বিএসসি এবং এমএসসি ডিগ্রি অর্জন করেন। তিনি ১৯৬৮ সালে ক্যাম্ব্রীজ বিশ্ববিদ্যালয় থেকে ফলিত গণিত এবং তত্ত্বীয় পদার্থবিজ্ঞানের উপর পিএইচডি ডিগ্রি এবং ১৯৮২ সালে ডিএসসি ডিগ্রি অর্জন করেন। তিনি ১৯৮৫ সালে ভৌতবিজ্ঞানের অবদানের জন্যে বাংলাদেশ বিজ্ঞান একাডেমী থেকে স্বর্ণপদক লাভ করেন।

অবদান: গণিতশাস্ত্রের উৎকর্ষ সাধনের জন্য তাঁর লেখা উল্লেখযোগ্য গ্রন্থগুলো হল: "রোটেটিং ফিল্ডস ইন জেনারেল রিলেটিভিটি", "ক্লাসিক্যাল জেনারেল রিলেটিভিটি", "অ্যান ইন্ট্রোডাকশন টু ম্যাথমেটিক্যাল কসমোলজি", "দি আলটিমেট ফায়ার অব দ্যা ইউনিভার্স", "স্কাই অ্যান্ড টেলিস্কোপ", "ইন্ট্রোডাকশন টু ম্যাথমেটিক্যাল ইকোনোমিকস অ্যান্ড সোস্যাল চয়েজ" ইত্যাদি। তিনি চট্টগ্রাম বিশ্ববিদ্যালয়ে "Centre for mathematics and physical science" নামে গবেষণাগার প্রতিষ্ঠা করেন এবং মৃত্যুর আগ পর্যন্ত এই গবেষণা প্রতিষ্ঠানের Director হিসেবে কর্মরত ছিলেন।

প্রধান সূচিপত্র
[উচ্চতর গণিত]

দি রয়েল
উচ্চতর গণিত মডেল

বীজগণিত

প্রথম অধ্যায় : সেট ও ফাংশন
দ্বিতীয় অধ্যায় : বীজগাণিতিক রাশি
পঞ্চম অধ্যায় : সমীকরণ
ষষ্ঠ অধ্যায় : অসমতা
সপ্তম অধ্যায় : অসীম ধারা
নবম অধ্যায় : সূচকীয় ও লগারিদমীয় ফাংশন
দশম অধ্যায় : দ্বিপদী বিস্তৃতি

জ্যামিতি ও ভেক্টর

তৃতীয় অধ্যায় : জ্যামিতি
চতুর্থ অধ্যায় : জ্যামিতিক অঙ্কন
একাদশ অধ্যায় : স্থানাঙ্ক জ্যামিতি
দ্বাদশ অধ্যায় : সমতলীয় ভেক্টর
ত্রয়োদশ অধ্যায় : ঘন জ্যামিতি

ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

অষ্টম অধ্যায় : ত্রিকোণমিতি
চতুর্দশ অধ্যায় : সম্ভাবনা

উচ্চতর গণিত বিষয়ে তত্ত্বীয় অংশে ভালো ফলাফলের জন্য মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল এর পরামর্শ

শিক্ষার্থী বন্ধুরা, এসএসসি পরীক্ষার উচ্চতর গণিত বিষয়ে ভালো ফলাফলের জন্য শুধু অধিক অনুশীলনই যথেষ্ট নয়, পরীক্ষার হলে মাথা ঠান্ডা রেখে সবগুলো প্রশ্নের সঠিক উত্তর করার জন্য যথাযথ প্রস্তুতিও থাকা প্রয়োজন। বিশেষজ্ঞ মাস্টার ট্রেইনার প্যানেল এ বিষয়ে কিছু গুরুত্বপূর্ণ পরামর্শ প্রদান করেছেন।

সৃজনশীল অংশ: ৫০ নম্বর

☑ এ বিষয়ে সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তরের জন্য ৫০ নম্বর বরাদ্দ থাকবে, প্রতিটি প্রশ্নের মান ১০। প্রশ্নপত্রে 'ক' বিভাগ (বীজগণিত) থেকে ৩টি, 'খ' বিভাগ (জ্যামিতি ও ভেক্টর) থেকে ২টি এবং 'গ' বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা) থেকে ২টি করে মোট ৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন থাকবে। তোমাদের প্রতি বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে ২ ঘণ্টা ৩০ মিনিট।

☑ সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তর লেখার পূর্বে উদ্দীপকগুলো ভালোভাবে পড়বে এবং তৎসংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলো বুঝবে। যে উদ্দীপকটির সবগুলো প্রশ্নের উত্তর ভালোভাবে জানা আছে সেটির উত্তর আগে লিখবে।

☑ প্রতিটি স্তরের উত্তর ধারাবাহিকভাবে লিখবে। অর্থাৎ প্রথমে সহজ মান (ক), এরপর মধ্য মান (খ) এবং সবশেষে কঠিন মান (গ) স্তরের প্রশ্নের উত্তর লিখতে হবে।

☑ 'ক' প্রশ্নের উত্তর উদ্দীপক বা দৃশ্যকল্পের তথ্যের আলোকে লিখবে। উদ্দীপক বা উদ্দীপকসহ 'ক' নম্বর প্রশ্ন থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুযায়ী সূত্র প্রয়োগ করে ব্যাখ্যা- বিশ্লেষণের মাধ্যমে 'গ' নম্বর প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

☑ জ্যামিতিক উপপাদ্যে বিশেষ নির্বচনের পরে চিত্র দিলে কোনো নম্বর পাবে না, কিন্তু সম্পাদ্যের ক্ষেত্রে এ নিয়ম প্রযোজ্য নয়।

☑ জ্যামিতির উপপাদ্যে বিকৃত চিত্র অঙ্কন করলে কোনো নম্বর পাবে না, চিত্র চোখের দৃষ্টিতে শুদ্ধ হলেই চলবে।

☑ উত্তরপত্রে কাটাছেঁড়া কিংবা ওভাররাইটিং যেন না হয় বা কম হয় সেদিকেও নজর দিতে হবে।

বহুনির্বাচনি অংশ: ২৫ নম্বর

☑ এ বিষয়ে ২৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থাকবে; প্রতিটি প্রশ্নের মান ১। ২৫টি প্রশ্নের উত্তর ২৫ মিনিটে দিতে হবে।

☑ প্রশ্নগুলো ঠিক ঠিক বোঝার ওপরই নির্ভুল উত্তর প্রদান নির্ভর করে। তাই, প্রতিটি প্রশ্ন অত্যন্ত মনোযোগ সহকারে পড়ে উত্তর নির্দিষ্ট করতে হবে। অতঃপর নির্দিষ্ট উত্তরের বৃত্তটি ভরাট করতে হবে।

☑ প্রশ্নপত্রের প্রতিটি বিষয় ভালোভাবে পড়ে এবং বুঝে উত্তরপত্রের নির্দিষ্ট বৃত্তগুলো সাবধানে ভরাট করবে। তবে একটি বিষয়ে বিশেষ খেয়াল রাখতে হবে– বৃত্ত ভরাট করতে গিয়ে যেন কোনো অবস্থাতেই বৃত্তের বাইরে কালির রেখা চলে না যায়।

☑ ভুল উত্তরের জন্য কোনো নম্বর কাটা যায় না। তাই জানা-অজানা সব প্রশ্নের সঠিক উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করতে হবে। উত্তরপত্রে কোনো ভাবেই ঘষামাজা কিংবা কাটাকাটি করা যাবে না।

☑ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নে সঠিক উত্তর শনাক্ত করার জন্য তিনটি Option থাকে; যাদের যেকোনো একটি, দুটি বা তিনটিই সঠিক হতে পারে। এ ধরনের প্রশ্নের উত্তর করার ক্ষেত্রে যথেষ্ট সাবধানতা অবলম্বন করতে হবে।

রিভিশন

☑ পরীক্ষায় রিভিশন, ভুল-ত্রুটি সংশোধনের সুবর্ণ সুযোগ তৈরি করে দেয়। এজন্য পরীক্ষা শেষের ১৫ মিনিট পূর্বে সতর্ক ঘণ্টা বাজার আগে উত্তর লেখা শেষ করতে হবে। এ সময় উত্তর পত্রের অবশ্য পূরণীয় শর্তগুলো আরেকবার দেখে নিয়ে বিশুদ্ধতা নিশ্চিত করবে।

☑ অন্তত একবার সব উত্তরে চোখ বুলাতে হবে। এ সময় সূত্রের প্রয়োগ, হিসাব ইত্যাদিতে কোনো ভুল আছে কিনা তা ভালোভাবে দেখতে হবে।

☑ যথাসময়ে উত্তরপত্র জমা দিয়ে পরীক্ষার হল ত্যাগ করতে হবে।

মানবণ্টন
(উচ্চতর গণিত)

NCTB কর্তৃক প্রদত্ত ০৭-১০-২০১৫ তারিখের সিদ্ধান্ত অনুসারে নতুন নম্বর বণ্টন

■ পূর্ণমান: ১০০ নম্বর
- তত্ত্বীয় অংশের জন্য ৭৫ নম্বর এবং ব্যবহারিক অংশের জন্য ২৫ নম্বর বরাদ্দ আছে।

■ তত্ত্বীয় অংশ : ৭৫ নম্বর
- সৃজনশীল প্রশ্নের জন্য ৫০ নম্বর এবং বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য ২৫ নম্বর বরাদ্দ আছে।

☑ সৃজনশীল অংশ: ৫০
- প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের নম্বর ১০।
- 'ক' বিভাগ (বীজগণিত) থেকে ৩টি,
  'খ' বিভাগ (জ্যামিতি ও ভেক্টর) থেকে ২টি,
  'গ' বিভাগ (ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা) থেকে ২টি করে মোট ৭টি সৃজনশীল প্রশ্ন থাকবে।
- **প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট ৫টি সৃজনশীল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।**

☑ বহুনির্বাচনি অংশ: ২৫
- ২৫টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থাকবে এবং সবকয়টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।
- প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের মান ১।

■ ব্যবহারিক অংশ : ২৫ নম্বর (একটি পরীক্ষা) ১৫ + ৫ + ৫ = ২৫
- পরীক্ষণ: যন্ত্র / উপকরণ সংযোজন ও ব্যবহার / সঠিক প্রক্রিয়া অনুসরণ/ উপাত্ত সংগ্রহ ও প্রক্রিয়াকরণ/ পর্যবেক্ষণ/ অঙ্কন/ শনাক্তকরণ/ অনুশীলন: ১৫ নম্বর
- ব্যাখ্যাসহ ফলাফল উপস্থাপনা: ৫ নম্বর
- মৌখিক অভীক্ষা: ৫ নম্বর

সর্বমোট (৭৫ + ২৫) = ১০০

At a Glance-2
[একনজরে প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি]

■ **সেট সম্পর্কিত সূত্রাবলি:**

1. $A \cup B = B \cup A$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$
4. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$
5. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$
6. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
10. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
11. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
12. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
13. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
14. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) - n(A \cap B \cap C)$

■ **চক্র ক্রমিক বহুপদীর উৎপাদকে বিশ্লেষণ সূত্রাবলি:**

1. $bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$
2. $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)$
3. $a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2) = (a-b)(b-c)(c-a)$
4. $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = -(a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)$
5. $(a+b+c)(ab+bc+ca) - abc = (a+b)(b+c)(c+a)$
6. $(b+c)(c+a)(a+b) + abc = (a+b+c)(ab+bc+ca)$
7. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

■ **জ্যামিতি:**

কোনো ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b, c এবং মধ্যমাত্রয় এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে d, e ও f হলে $3(a^2+b^2+c^2) = 4(d^2+e^2+f^2)$

■ **সমীকরণ:**

1. দ্বিঘাত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$ (যেখানে $a \neq 0$), সমীকরণের সমাধান, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি:
   দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক $= b^2 - 4ac$
   (i) $b^2 - 4ac = 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান।
   (ii) $b^2 - 4ac > 0$ হলে, মূলদ্বয় বাস্তব ও অসমান।
   (iii) $b^2 - 4ac < 0$ হলে, মূলদ্বয় জটিল ও অসমান।
   (iv) $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।
   (v) $b^2 - 4ac > 0$ কিন্তু পূর্ণবর্গ সংখ্যা না হলে সমীকরণটির বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

■ **অসমতা:**

1. $a < b$ এবং $c > 0$ হলে- i. $ac > bc$ ii. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
2. $a < b$ এবং $c < 0$ হলে- i. $ac > bc$ ii. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

■ **অসীম ধারা সম্পর্কিত সূত্রাবলি:**

1. অসীম ধারার n তম আংশিক সমষ্টি $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots u_n; n \in N$
2. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হয়, তবে n তম পদ $= ar^{n-1}$
3. গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি, $S_n = \begin{cases} \frac{a(r^n-1)}{r-1}; \text{ যখন } r > 1 \\ \frac{a(1-r^n)}{1-r}; \text{ যখন } r < 1 \end{cases}$
4. অসীম গুণোত্তর ধারার সমষ্টি, $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; যখন $r < 1$

■ **ত্রিকোণমিতি:**

1. একটি কোণের ষাটমূলক পরিমাপ এবং বৃত্তীয় পরিমাপ যথাক্রমে D° এবং R^c হলে, $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$
2. r ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে θ কোণে খন্ডিত বৃত্ত চাপের দৈর্ঘ্য, $s = r\theta$ সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে সম্পর্ক:

(i) $sin\theta = \frac{1}{cosec\theta}$ (ii) $cosec\theta = \frac{1}{sin\theta}$ (iii) $cos\theta = \frac{1}{sec\theta}$ (iv) $sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$ (v) $tan\theta = \frac{1}{cot\theta}$
(vi) $cot\theta = \frac{1}{tan\theta}$ (vii) $tan\theta = \frac{sin\theta}{cos\theta}$ (viii) $cot\theta = \frac{cos\theta}{sin\theta}$ (ix) $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$ (x) $sec^2\theta = 1 + tan^2\theta$
(xi) $cosec^2\theta = 1 + cot^2\theta$

■ **সূচক সম্পর্কিত সূত্রাবলি:**

m, n যেকোনো পূর্ণসংখ্যা এবং $a \neq 0, b \neq 0$ হলে,

1. $a^m.a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^m = a^{m-n}$ বা, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(ab)^m = a^m.b^m$
4. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
5. $a^0 = 1; a^{-1} = \frac{1}{a}$
6. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$
7. $\sqrt[m]{n} = a^{\frac{1}{m}}$
8. $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
9. যদি $x \neq 0, a > 0, b > 0$ এবং $a^x = b^x$ হয়, তবে $a = b$
10. যদি $a > 0, a \neq 0$, এবং $a^x = a^y$ হয়, তবে $x = y$

■ **লগ সম্পর্কিত সূত্রাবলি:**

M, N ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা এবং $a > 0, a \neq 1$ হলে,

1. যদি $a^x = N$ হয়, তবে $x = log_aN$
2. $log_aa = 1$; $log_a1 = 0$
3. $log_aa^M = M$
4. $log_a(M \times N) = log_aM + log_aN$
5. $log_a\left(\frac{M}{N}\right) = log_aM - log_aN$
6. $log_aM^N = Nlog_aM$
7. $log_ab = \frac{1}{log_ba}$; $log_aM = \frac{log_bM}{log_ba}$

■ **দ্বিপদী বিস্তৃতি:**

1. i. প্যাসকেলের ত্রিভুজ থেকে পাই, $(1 + y)^n$ এর বিস্তৃতির $(r + 1)$ তম পদের সহগ $T_{r+1} = \binom{n}{r}$

ii. $\binom{n}{0} = 1$ iii. $\binom{n}{n} = 1 = {}^nC_n$ iv. $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \ldots \times r}$

2. $(1 + y)^n = 1 + ny + \frac{n(n-1)}{1.2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}y^3 + \ldots + y^n$

3. $n! = n(n-1)!$
$= n(n-1)(n-2)!$
$= n(n-1)(n-2) \ldots \ldots 3.2.1$

4. i. $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}^nC_r$ ii. ${}^nC_n = \frac{n!}{n!(n-n)!} = \frac{n!}{n! \times 0!}$ 1 iii. $0! = 1$

5. i. $(1 + y)^n$ বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তম পদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} y^r$ বা, ${}^nC_ry^r$

ii. $(x + y)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r + 1)$ তমপদ $T_{r+1} = \binom{n}{r} x^{n-r}.y^r$ বা, ${}^nC_rx^{n-r}y^r$

■ **স্থানাঙ্ক জ্যামিতি:**

1. P (x_1, y_1) এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুর দূরত্ব $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
2. মূলবিন্দু P হতে যেকোনো বিন্দু $Q(x,y)$ এর দূরত্ব $PQ = \sqrt{x^2 + y^2}$
3. ΔABC এর AB বাহুর দৈর্ঘ্য 'c' BC বাহুর দৈর্ঘ্য 'a' এবং CA বাহুর দৈর্ঘ্য 'b' এবং পরিসীমা '$2s$' হলে ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক।
4. $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ ত্রিভুজ ABC এর তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

[বিন্দুগুলো অবশ্যই ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দি

5. $A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$ এবং $C(x_3, y_3)$ এবং $D(x_4,y_4)$ চতুর্ভুজ $ABCD$ এর চারটি শীর্ষবিন্দু হলে, চতুর্ভুজ $ABCD$ এর

ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$ [বিন্দুগুলো অবশ্যই ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে নিতে হবে]

6. একটি সরলরেখা AB যখন $A(x_1,y_1)$ ও $B(x_2,y_2)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে তখন এর ঢাল $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

7. কোনো সরলরেখা (x_1, y_1) বিন্দুগামী হলে তার সমীকরণ $y - y_1 = m(x - x_1)$; এখানে $m =$ ঢাল

8. (x_1,y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $\frac{y - y_2}{x - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

বা, $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

বা, $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$

9. উলম্বিক নয় এমন সরলরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = mx + c$, যেখানে m রেখাটির ঢাল এবং c, y-অক্ষের ছেদকাংশ।

10. y অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ x অক্ষের ওপর লম্বরেখার সাধারণ সমীকরণ $x = a$

11. x অক্ষের সমান্তরাল অর্থাৎ y অক্ষে ওপর লম্বরেখার সাধারণ সমীকরণ $y = b$

12. x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$ এবং y অক্ষের সমীকরণ $x = 0$

■ **ঘন জ্যামিতি:**

1. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ বিধি: ABC ত্রিভুজের AB ও BC বাহুদ্বয় দ্বারা যদি $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ ভেক্টরদ্বয়কে মানে ও দিকে সূচিত করা হয় তাহলে ঐ ত্রিভুজের CA বাহু দ্বারা বিপরীতক্রমে $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টরের মান ও দিক সূচিত হবে।

2. ভেক্টর যোগের সামান্তরিক বিধি: কোনো সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা দুইটি ভেক্টর $\underline{u}$ ও $\underline{v}$ এর মান ও দিক সূচিত হলে, ঐ সামান্তরিকের কর্ণ $\underline{u} + \underline{v}$ ভেক্টর দ্বারা মানে ও দিকে সূচিত হয়।

■ **সমতলীয় ভেক্টর:**

1. **আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য a, প্রস্থ b, উচ্চতা c হলে,**
   (i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$ বর্গ একক
   (ii) আয়তন $= abc$ ঘন একক
   (iii) কর্ণ $= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ একক

2. **ঘনকের দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a একক হলে,**
   (i) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 6a^2$ বর্গ একক
   (ii) আয়তন $= a^3$ ঘন একক
   (iii) কর্ণ $= a\sqrt{3}$ একক।

3. (ক) প্রিজমের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল= 2(ভূমির ক্ষেত্রফল) + ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা
   (খ) আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

4. (ক) পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + পার্শ্ব তলগুলোর ক্ষেত্রফল

   কিন্তু পার্শ্বতলগুলো সর্বসম ত্রিভুজ হলে, পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = ভূমির ক্ষেত্রফল + $\frac{1}{2}$ (ভূমির পরিধি × হেলানো উচ্চতা) পিরামিডের উচ্চতা h; ভূমিক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা ℓ হলে, $\ell = \sqrt{h^2 + r^2}$

   (খ) আয়তন $= \frac{1}{3}$ (ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা)

5. সমবৃত্তভূমিক সিলিণ্ডারের বা বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং উচ্চতা h হলে,
   (i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi rh$ বর্গ একক
   (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r(r + h)$ বর্গ একক
   (iii) আয়তন $= \pi r^2 h$ ঘন একক

6. সমবৃত্তভূমিক কোণকের উচ্চতা h, ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং হেলানো উচ্চতা l হলে,
   (i) বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi rl$ বর্গ একক
   (ii) সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi r(r + l)$ বর্গ একক
   (iii) আয়তন $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

7. গোলকের ব্যাসার্ধ r হলে,
   (i) গোলকের তলের ক্ষেত্রফল $= 4\pi r^2$ বর্গ একক
   (ii) আয়তন $= \frac{4}{3}\pi r^3$ বর্গ একক
   (iii) h উচ্চতায় তলচ্ছেদে উৎপন্ন বৃত্তের ব্যাসার্ধ $= \sqrt{r^2 - h^2}$ একক

■ **সম্ভাবনা:**

কোনো ঘটনার সম্ভাবনা $= \frac{\text{উক্ত ঘটনার অনুকূল ফলাফল}}{\text{সমগ্র সম্ভাব্য ফলাফল}}$

At a Glance-4 (a)
[একনজরে English Term সমূহ]

[English - বাংলা]

Abscissa - ভুজ
Absolute Value - পরমমান
Acute angle - সূক্ষ্মকোণ
Acute angled triangle - সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ
Addition - যোগ
Adjacent angle - সন্নিহিত কোণ
Adjacent side - ভূমি
Algebra - বীজগণিত
Algebraical Expressions - বীজগাণিতিক রাশি
Alternate angle - একান্তর কোণ
Alternate segment of circle - একান্তর বৃত্তাংশ
Alternendo - একান্তরকরণ
Analytic Geometry - বিশ্লেষণ জ্যামিতি
Angle - কোণ
Angle of depression - অবনতি কোণ
Angle of elevation - উন্নতি কোণ
Anticlockwise - ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে
Antilogarithm - প্রতিলগ
Approximate - প্রায়
Arc – চাপ / বৃত্তচাপ
Area - ক্ষেত্রফল
Arithmetic - পাটিগণিত
Arithmetic Progression - সমান্তর ধারা
Arm - বাহু / ভুজ
Associative law - সহযোজন নিয়ম
Average - গড়
Axiom - স্বতঃসিদ্ধ
Axis - অক্ষ
Base - ভূমি / ভিত্তি
Binomial - দ্বিপদী
Binomial series - দ্বিপদী ধারা
Binomial theorem - দ্বিপদী উপপাদ্য
Bisector - সমদ্বিখণ্ডক
Bracket - বন্ধনী
Calculator - ক্যালকুলেটর
Capital - মূলধন
Cartesian product - কার্তেসীয় গুণজ
Center - কেন্দ্র
Center of gravity - ভারকেন্দ্র
Characteristic - পূর্ণক
Chord - জ্যা
Chord of contact - স্পর্শ জ্যা
Circle - বৃত্ত
Circular Measure - বৃত্তীয় পরিমাপ
Circular segment - বৃত্তকলা
Circular system - বৃত্তীয় পদ্ধতি
Circum-circle - পরিবৃত্ত
Circumference - পরিধি
Clockwise - ঘড়ির কাঁটার দিকে
Co ordinate - স্থানাঙ্ক
Co-cyclic - সমবৃত্ত
Co-efficient - সহগ

Collinear - সমরেখ/সমরেখ বিন্দু
Commutative law – বিনিময় নিয়ম
Complementary angle - পূরককোণ
Compliment set - পূরক সেট
Components - যোজন
Composite function - সংযোজিত ফাংশন
Compound profit - চক্রবৃদ্ধি মুনাফা
Concentric - এককেন্দ্রিক
Concurrent - সমবিন্দু রেখা
Cone - কোণক
Congruent - সর্বসম
Conjugate - অনুবন্ধী
Conjugate arc - অনুবন্ধী চাপ
Constant - ধ্রুবক/ধ্রুবরাশি
Coordinate Geometry - স্থানাঙ্ক জ্যামিতি
Corollary - অনুসিদ্ধান্ত
Cross multiplication - আড়গুণন/বজ্রগুণন
Cube, Cuboids - ঘনক
Cubic – ঘন/ত্রিঘাত
Curved line - বক্ররেখা
Curved Surface - বক্রতল
Cyclic – চক্র
Cyclical symmetric expression – চক্র
Cylinder - বেলন/সিলিন্ডার
Decimal - দশমিক
Deductive method - অবরোহী পদ্ধতি
Denominator - লব
Determinant - নির্ণায়ক.
Diagonal - কর্ণ
Diagram - চিত্র
Diameter - ব্যাস
Difference set - অন্তর সেট
Dihedral angle - দ্বিতল কোণ
Dimension - মাত্রা
Direct Variation - সরল ভেদ
Directed line segment - দিক নির্দেশক রেখা
Discriminant - নিশ্চায়ক বা পৃথায়ক
Disjoint set – নিশ্ছেদ সেট
Distributive law - বণ্টন নিয়ম
Dividend - ভাজ্য
Dividendo - বিয়োজন
Division - ভাগ
Divisor - ভাজক
Domain - ডোমেন
Drawing - অঙ্কন
Elimination - অপনয়ন
Empty set, Null set - ফাঁকা সেট
Entity - সত্তা
Enunciation - নির্বচন
Equality of sets - সেটের সমতা
Equation – সমীকরণ (এতে ৫টি vowel–ই বিদ্যমান)
Equiangular - সদৃশকোণী

Equilateral triangle - সমবাহু ত্রিভুজ
Equivalent sets - সমতুল সেট
Escribed Circle - পরিবৃত্ত/বহির্বৃত্ত
Even number - জোড় সংখ্যা
Exponent - সূচক
Exponential - সূচকীয়
Exterior - বহিঃস্থ
Exterior bisector - বহির্দ্বিখণ্ডক
Extraneous - অবান্তর
Extraneous root - অবান্তর মূল
Factor - উৎপাদক / গুণনীয়ক
Factor Theorem – উৎপাদক উপপাদ্য
Factorial - ফ্যাক্টোরিয়াল
Factorization - উৎপাদকে বিশ্লেষণ
Finite series - সসীমধারা
Finite set - সসীম সেট
Fraction - ভগ্নাংশ
Function - ফাংশন/অপেক্ষক
General enunciation - সাধারণ নির্বচন
Geometric Progression - গুণোত্তর ধারা
Geometry - জ্যামিতি
Gradient/Slope - ঢাল
Height - উচ্চতা
Hemi Sphere - অর্ধগোলক
Heptagon - সপ্তভুজ
Hexagon - ষড়ভুজ
Highest Common Multiple - গ.সা.গু.
Homogeneous –সমমাত্রিক
Homogeneous Polynomial – সমমাত্রিক বহুপদী
Horizontal line - অনুভূমিক রেখা
Hypotenuse - অতিভুজ
Identity - অভেদ
Image - প্রতিচ্ছবি
Imaginary Number - কাল্পনিক সংখ্যা
Improper fraction - অপ্রকৃত ভগ্নাংশ
Indicial equation - সূচক সমীকরণ
Induction Method - আরোহ পদ্ধতি
Inductive Method - আরোহী পদ্ধতি
Inequality - অসমতা
Infinite set - অনন্ত সেট/অসীম সেট
Initial point - আদিবিন্দু
Initial side - আদিবাহু
Inscribed - অন্তর্লিখিত
Inscribed Circle - অন্তর্বৃত্ত
Integer - পূর্ণ সংখ্যা
Interior - অন্তঃস্থ
Interior bisector - অন্তর্দ্বিখণ্ডক
Intersecting - পরস্পরচ্ছেদী
Intersection set - ছেদ সেট
Intersector - ছেদক
Interval - ব্যবধি
Inverse function - বিপরীত ফাংশন
Inverse variation - ব্যস্তভেদ
Invertendo - ব্যস্তকরণ
Irrational number - অমূলদ সংখ্যা
Irregular prism - বিষম প্রিজম
Isosceles triangle - সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
Law - সূত্র
Leaning Surface - হেলানো তল

Length - দৈর্ঘ্য
Limiting value - প্রান্তীয় মান
Line - রেখা
Line diagram - রেখাচিত্র
Line segment - রেখাংশ
Linear - সরলরৈখিক
Linear angles - রৈখিক যুগল কোণ
Locus - সঞ্চারপথ
Logarithm - লগারিদম
Long - দীর্ঘ
Lowest Common Multiple - ল.সা.গু.
Major arc - অধিচাপ
Mantissa - অংশক
Mapping - ফাংশন
Mathematical Induction method - গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি
Mathematics - গণিত
Measurement - পরিমাপ
Mensuration - পরিমিতি
Median - মধ্যমা
Minor arc - উপচাপ
Model - প্রতিরূপ
Multiple - গুণিতক
Multiplication - গুণ
Natural/Real number - স্বাভাবিক সংখ্যা
Nine point circle - নববিন্দু বৃত্ত
Non-coplanar line - নৈকতলীয় রেখা
Non-Vertical - উল্লম্বিক নয়
Normal Logarithm - সাধারণ লগারিদম
Null set - ফাঁকা সেট
Number line - সংখ্যা রেখা
Numerator - হর
Oblique - তির্যক
Obtuse angle - স্থূল কোণ
Obtuse angled triangle - স্থূলকোণী ত্রিভুজ
Octagon - অষ্টভুজ
Odd number - বিজোড় সংখ্যা
One-dimentional - একমাত্রিক
One-one correspondence - এক-এক সম্পর্কযুক্ত.
One-one function - এক-এক ফাংশন
Onto Function -সার্বিক ফাংশন
Opposite side - লম্ব
Ordered pair - ক্রমজোড়
Ordinate - কোটি
Orthogonal - লম্ব
Orthogonal Projection - লম্ব অভিক্ষেপ
Parallel - সমান্তরাল
Parallelogram - সামন্তরিক
Partial - আংশিক
Partial fraction - আংশিক ভগ্নাংশ
Partial sum - আংশিক সমষ্টি
Particular enunciation - বিশেষ নির্বচন
Pentagon - পঞ্চভুজ
Percentage - শতকরা
Perimeter - পরিসীমা
Perpendicular - লম্ব
Perpendicular bisector - লম্বদ্বিখণ্ডক
Plane Geometry - সমতল জ্যামিতি
Plane Surface - সমতল
Point - বিন্দু

Point of concurrence - সম্পাত বিন্দু
Point of contact - স্পর্শ বিন্দু
Polygon - বহুভুজ
Polynomial - বহুপদী
Position vector - অবস্থান ভেক্টর
Postulate - স্বীকার্য/স্বতঃসিদ্ধ
Power - ঘাত / শক্তি
Power set - পাওয়ার সেট / শক্তি সেট
Prime Number - মৌলিক সংখ্যা
Prism - প্রিজম
Problem - সম্পাদ্য
Progression - ধারা
Projection - অভিক্ষেপ
Proof - প্রমাণ
Proper fraction - প্রকৃত ভগ্নাংশ
Proper subset - প্রকৃত উপসেট
Properties - ধর্মাবলী
Proportion - সমানুপাত
Proportional - সমানুপাতিক
Proposition - প্রতিজ্ঞা
Protractor - চাঁদা
Proved - প্রমাণিত
Pyramid - পিরামিড
Quadrant - চতুর্ভাগ
Quadratic - দ্বিঘাত
Quadratic equation - দ্বিঘাত সমীকরণ
Quadratic inequality - দ্বিঘাত অসমতা
Quadrilateral - চতুর্ভুজ
Quantity - রাশি
Quotient - ভাগফল
Radius - ব্যাসার্ধ
Ratio - অনুপাত
Rational fraction - মূলদ ভগ্নাংশ
Rational number - মূলদ সংখ্যা
Ray - রশ্মি
Real Number - বাস্তব সংখ্যা
Reciprocal - উল্টা (যেমন x এর Reciprocal = $\frac{1}{x}$)
Rectangle - আয়তক্ষেত্র
Rectangular - আয়তকার
Rectangular parallelepiped - আয়তকার ঘনবস্তু
Rectangular solid - আয়তকার ঘনবস্তু
Recurring decimal - আবৃত দশমিক
Reflex angle - প্রবৃদ্ধ কোণ
Regular prism - সুষম প্রিজম
Regular Tetrahedron - সুষম চতুস্তলক
Relation - অন্বয়
Remainder - ভাগশেষ
Remainder theorem - ভাগশেষ উপপাদ্য
Rhombus - রম্বস
Right angle - সমকোণ
Right angled triangle - সমকোণী ত্রিভুজ
Root - বীজ/মূল
Scalar multiple - সংখ্যা গুণিতক
Scalene triangle - বিষমবাহু ত্রিভুজ
Semi circle - অর্ধবৃত্ত
Sequence - অনুক্রম
Series - ধারা
Set - সেট

Set builder method - সেট গঠন পদ্ধতি
Sexagesimal system - ষাটমূলক পদ্ধতি
Similar - সদৃশ
Similar angle - অনুরূপ কোণ
Simple profit - সরল মুনাফা
Simple ratio - সরল অনুপাত
Simplification - সরলীকরণ
Simultaneous equation - সহসমীকরণ
Skew coplanar line - নৈকতলীয় রেখা
Slant height - হেলানো উচ্চতা
Slope/Gradient - ঢাল
Solid - ঘনবস্তু / নিরেট
Solid geometry - ঘন জ্যামিতি
Solution - সমাধান
Space - স্থান
Sphere - গোলক
Spherical - গোলকীয়
Square - বর্গ / বর্গক্ষেত্র
Standard form -সাধারণ বা আদর্শ রূপ
Statistics - পরিসংখ্যান
Straight angle - সরল কোণ
Straight line - সরল রেখা
Subset - উপসেট
Substitution - প্রতিস্থাপন
Subtraction - বিয়োগ
Sum – অঙ্ক
Supplementary angle - সম্পূরক কোণ
Support line - ধারক রেখা
Surface - তল
Symmetric – প্রতিসম
Tabuler method - তালিকা পদ্ধতি
Tangent - স্পর্শক
Terminal point - অন্তঃবিন্দু
Terminal side - প্রান্তিক বাহু
Tetrahedron - চতুস্তলক
The theorem of Pythagoras - পীথাগোরাসের উপপাদ্য
Theorem - উপপাদ্য
Three-dimensional - ত্রিমাত্রিক
Transposition - পক্ষান্তর
Trapezium - ট্রাপিজিয়াম
Triangle - ত্রিভুজ
Trigonometric Ratio - ত্রিকোণমিতিক অনুপাত
Trigonometry - ত্রিকোণমিতি
Two-dimensional - দ্বিমাত্রিক
Union set - সংযোগ সেট
Unique - অনন্য
Universal set - সার্বিক সেট
Vanishing method - শূন্যায়ন পদ্ধতি
Variable - চলক/চলরাশি
Variation - ভেদ
Venn Diagram - ভেনচিত্র
Vertex - শীর্ষবিন্দু
Vertical angle - শিরঃকোণ
Vertical line - উল্লম্ব রেখা
Vertically opposite angle - বিপ্রতীপ কোণ
Volume - আয়তন
Whole Number - পূর্ণসংখ্যা
Wide - প্রশস্থ
Width - প্রস্থ

At a Glance-4 (b)
[একনজরে English Term সমূহ]

[বাংলা - English]

(বাংলা বর্ণমালার ক্রমানুসারে সাজানো)

অক্ষ - Axis
অঙ্ক - Sum
অঙ্কন -Drawing
অতিভুজ - Hypotenuse
আদিবিন্দু - Initial point
অধিচাপ - Major arc
অনন্য- Unique
অনন্ত সেট/অসীম সেট - Infinite set
অনুক্রম - Sequence
অনুপাত - Ratio
অনুবর্তী - Conjugate
অনুবর্তী চাপ - Conjugate arc
অনুভূমিক রেখা - Horizontal line
অনুরূপ কোণ - Similar angle
অনুসিদ্ধান্ত - Corollary
অন্তর সেট - Difference set
অন্তর্দ্বিখণ্ডক - Interior bisector
অন্তর্বৃত্ত - Inscribed Circle
অন্তর্লিখিত - Inscribed
অন্তঃবিন্দু - Terminal point
অন্তঃস্থ - Interior
অন্বয় - Relation
অপনয়ন - Elimination
অপ্রকৃত ভগ্নাংশ - Improper fraction
অবনতি কোণ - Angle of depression
অবরোহী পদ্ধতি - Deductive method
অবস্থান ভেক্টর - Position vector
অবান্তর - Extraneous
অবান্তর মূল - Extraneous root
অভিক্ষেপ - Projection
অভেদ - Identity
অমূলদ সংখ্যা-Irrational number
অর্ধগোলক - Hemi Sphere -
অর্ধবৃত্ত - Semi circle
অষ্টভুজ - Octagon
অসমতা - Inequality
অংশক - Mantissa
আড়গুণন - Cross multiplication
আদিবাহু - Initial side
আবৃত দশমিক - Recurring decimal
আরোহ পদ্ধতি - Induction Method
আরোহী পদ্ধতি - Inductive Method
আয়তক্ষেত্র - Rectangle
আয়তকার - Rectangular
আয়তকার ঘনবস্তু - Rectangular parallelepiped/ solid
আয়তন - Volume
আংশিক - Partial
আংশিক ভগ্নাংশ - Partial fraction
আংশিক সমষ্টি - Partial sum
উচ্চতা - Height
উন্নতি কোণ - Angle of elevation

উপচাপ - Minor arc
উপপাদ্য - Theorem
উপসেট - Subset
উল্টা - Reciprocal (যেমন x এর Reciprocal = $\frac{1}{x}$)
উল্লম্ব রেখা - Vertical line
উল্লম্বিক নয় - Non-Vertical
উৎপাদক / গুণনীয়ক - Factor
উৎপাদক উপপাদ্য - Factor Theorem
উৎপাদকে বিশ্লেষণ - Factorization
এক-এক ফাংশন - One-one function
এক-এক সম্পর্কযুক্ত- One-one correspondence
এককেন্দ্রিক - Concentric
একমাত্রিক - One-dimentional
একান্তর কোণ - Alternate angle
একান্তর বৃত্তাংশ - Alternate segment of circle
একান্তরকরণ - Alternendo
কর্ণ - Diagonal
কার্তেসীয় গুণজ - Cartesian product
কাল্পনিক সংখ্যা - Imaginary Number
ক্যালকুলেটর - Calculator
কেন্দ্র - Center
কোণ - Angle
কোণক - Cone
কোটি - Ordinate
ক্রমজোড় - Ordered pair
ক্ষেত্রফল - Area
গড় – Average
গণিত - Mathematics
গ.সা.গু.- Highest Common Multiple
গাণিতিক আরোহ পদ্ধতি - Mathematical Induction method
গুণ - Multiplication
গুণিতক - Multiple
গুণোত্তর ধারা - Geometric Progression
গোলক - Sphere
গোলকীয় - Spherical
ঘড়ির কাঁটার দিকে - Clockwise
ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে - Anticlockwise
ঘনক - Cube, Cuboids
ঘন/ত্রিঘাত - Cubic
ঘন জ্যামিতি - Solid geometry
ঘনবস্তু / নিরেট - Solid
ঘাত / শক্তি - Power
চক্র - Cyclic
চক্রবৃদ্ধি মুনাফা - Compound profit
চতুর্ভাগ - Quadrant
চতুর্ভুজ - Quadrilateral
চতুস্তলক - Tetrahedron
চলক/চলরাশি - Variable
চাঁদা - Protractor
চাপ/বৃত্তচাপ - Arc

চিত্র - Diagram	প্রতিজ্ঞা - Proposition
ছেদক - Intersector	প্রতিচ্ছবি - Image
ছেদ সেট - Intersection set	প্রতিরূপ - Model
জ্যা - Chord	প্রতিলগ - Antilogarithm
জ্যামিতি - Geometry	প্রতিসম - Symmetric
জোড় সংখ্যা - Even number	প্রতিস্থাপন- Substitution
ট্রাপিজিয়াম - Trapezium	প্রবৃদ্ধ কোণ - Reflex angle
ডোমেন - Domain	প্রমাণ - Proof
ঢাল - Gradient/Slope	প্রমাণিত - Proved
তল - Surface	প্রশস্থ - Wide
তালিকা পদ্ধতি - Tabuler method	প্রস্থ - Width
তির্যক - Oblique	প্রান্তিক বাহু - Terminal side
ত্রিকোণমিতি - Trigonometry	প্রান্তীয় মান - Limiting value
ত্রিকোণমিতিক অনুপাত - Trigonometric Ratio	প্রায়- Approximate
ত্রিভুজ - Triangle	প্রিজম - Prism
ত্রিমাত্রিক - Three-dimensional	ফাঁকা সেট - Empty set, Null set
দশমিক - Decimal	ফাংশন - Mapping
দিক নির্দেশক রেখা - Directed line segment	ফাংশন/অপেক্ষক - Function
দৈর্ঘ - Long	ফ্যাক্টোরিয়াল - Factorial
দৈর্ঘ্য-Length	বক্রতল - Curved Surface
দ্বিঘাত - Quadratic	বক্ররেখা - Curved line
দ্বিঘাত অসমতা - Quadratic inequality	বজ্রগুণন - Cross multiplication
দ্বিঘাত সমীকরণ - Quadratic equation	বন্টন নিয়ম - Distributive law
দ্বিতল কোণ - Dihedral angle	বন্ধনী - Bracket
দ্বিপদী - Binomial	বর্গ/বর্গক্ষেত্র - Square
দ্বিপদী উপপাদ্য - Binomial theorem	বহির্দ্বিখণ্ডক - Exterior bisector
দ্বিপদী ধারা - Binomial series	বহিঃস্থ - Exterior
দ্বিমাত্রিক - Two-dimensional	বহুপদী - Polynomial
ধর্মাবলী - Properties	বহুভুজ - Polygon
ধারক রেখা - Support line	বাস্তব সংখ্যা - Real Number
ধারা - Progression/Series	বাহু / ভুজ - Arm
ধ্রুবক/ধ্রুবরাশি - Constant	ব্যবধি - Interval
নববিন্দু বৃত্ত - Nine point circle	ব্যস্তকরণ - Invertendo
নির্ণায়ক - Determinant	ব্যস্তভেদ -Inverse variation
নির্বচন - Enunciation	ব্যাস - Diameter
নিশ্চায়ক বা পৃথায়ক - Discriminant	ব্যাসার্ধ - Radius
নিশ্ছেদ সেট - Disjoint set	বিনিময় নিয়ম - Commutative law
নৈকতলীয় রেখা - Non-coplanar line / Skew coplanar line	বিন্দু- Point
পক্ষান্তর-Transposition	বিজোড় সংখ্যা - Odd number
পঞ্চভুজ - Pentagon	বিপরীত ফাংশন -Inverse function
পরমমান - Absolute Value	বিপ্রতীপ কোণ - Vertically opposite angle
পরস্পরচ্ছেদী - Intersecting	বিশেষ নির্বচন - Particular enunciation
পরিধি - Circumference	বিশ্লেষণ জ্যামিতি - Analytic Geometry
পরিবৃত্ত/বহির্বৃত্ত - Escribed Circle/Circum-circle	বিষম প্রিজম - Irregular prism
পরিমাপ - Measurement	বিষমবাহু ত্রিভুজ - Scalene triangle
পরিমিতি - Mensuration	বিয়োগ - Subtraction
পরিসংখ্যান - Statistics	বিয়োজন - Dividendo
পরিসীমা - Perimeter	বীজ/মূল - Root
পাওয়ার সেট/ শক্তি সেট - Power set	বীজগণিত - Algebra
পাটিগণিত - Arithmetic	বীজগাণিতিক রাশি- Algebraical Expressions
পিরামিড - Pyramid	বৃত্ত - Circle
পীথাগোরাসের উপপাদ্য- The theorem of Pythagoras	বৃত্তকলা - Circular segment
পূরক কোণ - Complementary angle	বৃত্তীয় পদ্ধতি - Circular system
পূরক সেট - Compliment set	বৃত্তীয় পরিমাপ - Circular Measure
পূর্ণক - Characteristic	বেলন/সিলিন্ডার - Cylinder
পূর্ণ সংখ্যা – Integer/Whole Number	ভগ্নাংশ - Fraction
প্রকৃত উপসেট - Proper subset	ভাগ - Division
প্রকৃত ভগ্নাংশ - Proper fraction	ভাগফল - Quotient

ভাগশেষ - Remainder
ভাগশেষ উপপাদ্য - Remainder theorem
ভাজক - Divisor
ভাজ্য - Dividend
ভারকেন্দ্র - Center of gravity
ভুজ - Abscissa
ভূমি / ভিত্তি – Base/Adjacent side.
ভেদ -Variation
ভেনচিত্র - Venn Diagram
মধ্যমা - Median
মাত্রা - Dimension
মূল - Root
মূলদ ভগ্নাংশ - Rational fraction
মূলদ সংখ্যা - Rational number
মূলধন - Capital
মৌলিক সংখ্যা - Prime Number
যোগ - Addition
যোজন - Components
রম্বস - Rhombus
রশ্মি - Ray
রাশি - Quantity
রেখা - Line
রেখাচিত্র - Line diagram
রেখাংশ - Line segment
রৈখিক যুগল কোণ - Linear angles
লগারিদম - Logarithm
লব - Denominator
লম্ব - Orthogonal / Opposite side / Perpendicular
লম্ব অভিক্ষেপ - Orthogonal Projection
লম্বদ্বিখণ্ডক - Perpendicular bisector
ল.সা.গু. - Lowest Common Multiple
শক্তি সেট - Power set
শতকরা - Percentage
শিরঃকোণ - Vertical angle
শীর্ষবিন্দু - Vertex
শূন্যায়ন পদ্ধতি - Vanishing method
ষড়ভুজ - Hexagon
ষাটমূলক পদ্ধতি - Sexagesimal system
সঞ্চারপথ - Locus
সত্তা - Entity
সদৃশ - Similar
সদৃশকোণী - Equiangular
সন্নিহিত কোণ - Adjacent angle
সপ্তভুজ - Heptagon
সমকোণ - Right angle
সমকোণী ত্রিভুজ - Right angled triangle
সমতল - Plane Surface
সমতল জ্যামিতি - Plane Geometry
সমতুল সেট - Equivalent sets
সমদ্বিখণ্ডক - Bisector
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ - Isosceles triangle
সমবাহু ত্রিভুজ - Equilateral triangle
সমবিন্দু রেখা - Concurrent
সমবৃত্ত - Co-cyclic
সমমাত্রিক - Homogeneous
সমমাত্রিক বহুপদী - Homogeneous Polynomial
সমরেখ/সমরেখ বিন্দু - Collinear
সমাধান - Solution

সমানুপাত - Proportion
সমানুপাতিক - Proportional
সমান্তর ধারা - Arithmetic Progression
সমান্তরাল - Parallel
সমীকরণ - Equation (এতে ৫টি vowel–ই বিদ্যমান)
সম্পাত বিন্দু - Point of concurrence
সম্পাদ্য - Problem
সম্পূরক কোণ - Supplementary angle
সরল অনুপাত - Simple ratio
সরল কোণ - Straight angle
সরল ভেদ - Direct Variation
সরল মুনাফা - Simple profit
সরল রেখা - Straight line
সরলরৈখিক - Linear
সরলীকরণ - Simplification
সর্বসম - Congruent
সসীম ধারা - Finite series
সসীম সেট - Finite set
সহগ - Co-efficient
সহযোজন নিয়ম - Associative law
সহসমীকরণ - Simultaneous equation
সংখ্যা গুণিতক - Scalar multiple
সংখ্যা রেখা - Number line
সংযোগ সেট -Union set
সংযোজিত ফাংশন - Composite function
সাধারণ নির্বচন - General enunciation
সাধারণ বা আদর্শ রূপ - Standard form
সাধারণ লগারিদম - Normal Logarithm
সামন্তরিক - Parallelogram
সার্বিক ফাংশন - Onto Function
সার্বিক সেট - Universal set
সিলিন্ডার/বেলন - Cylinder
সুষম চতুস্তলক - Regular Tetrahedron
সুষম প্রিজম - Regular prism
সূক্ষ্মকোণ - Acute angle
সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ - Acute angled triangle
সূচক - Exponent
সূচক সমীকরণ - Indicial equation
সূচকীয় - Exponential
সূত্র - Law
সেট - Set
সেট গঠন পদ্ধতি - Set builder method
সেটের সমতা - Equality of sets
স্পর্শ জ্যা - Chord of contact
স্পর্শ বিন্দু - Point of contact
স্পর্শক - Tangent
স্বতঃসিদ্ধ - Axiom
স্বাভাবিক সংখ্যা - Natural/Real number
স্বীকার্য/স্বতঃসিদ্ধ- Postulate
স্থান - Space
স্থানাঙ্ক - Co ordinate
স্থানাঙ্ক জ্যামিতি - Coordinate Geometry
স্থূল কোণ - Obtuse angle
স্থূলকোণী ত্রিভুজ - Obtuse angled triangle
হর - Numerator
হেলানো উচ্চতা - Slant height
হেলানো তল - Leaning Surface

PART-4

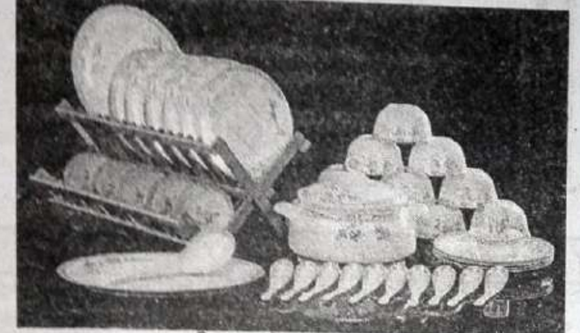
উচ্চতর গণিত
অধ্যায়ভিত্তিক সমাধান

উচ্চতর গণিত সূচিপত্র

বাস্তব জীবনে এ অধ্যায়ের প্রয়োগ

আমরা কেউ কি কখনও ভেবে দেখেছি যে 'সেট ও ফাংশন' অধ্যায়টি আমরা কেন পড়ছি আর কি ই বা পড়ছি। যারা এতটুকু চিন্তা করেছি তাদেরকে অসংখ্য ধন্যবাদ। কারণ চিন্তা-ভাবনার মাঝেই আমাদের জ্ঞানগুলো বিকশিত হয়ে থাকে।

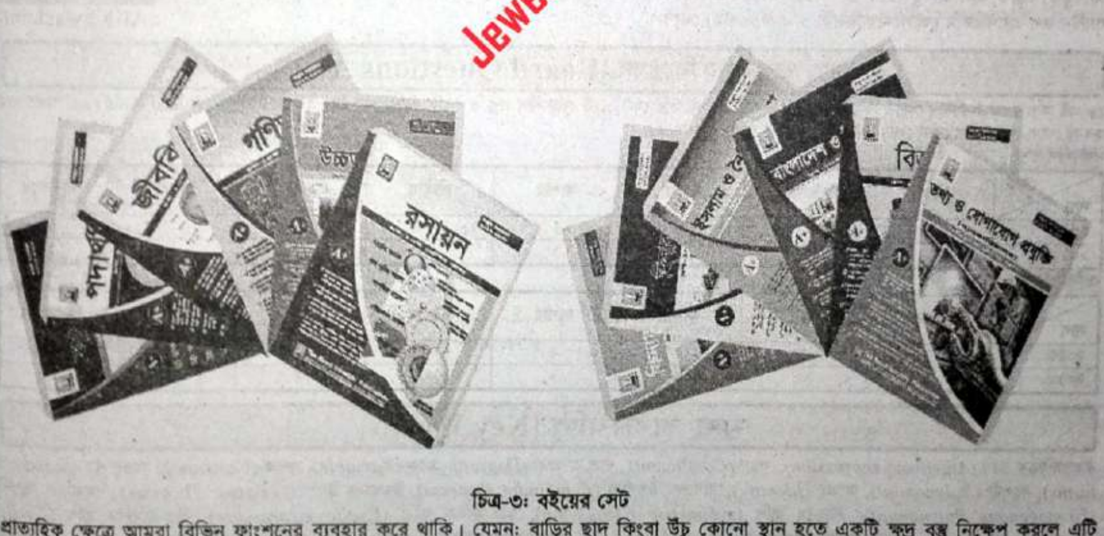
আমরা প্রতিদিনকার চলার পথে অবেচতনভাবেই সেটের ব্যবহার করে চলেছি। যেমন, বাজারে আমরা প্রায়ই বিভিন্ন ধরনের গৃহস্থলীয় পণ্য কিনতে সেট শব্দটি ব্যবহার করে থাকি, উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, ডিনার সেট, গ্লাসের সেট, কাপের সেট ইত্যাদি বিভিন্ন ক্ষেত্রে সেট শব্দটি ব্যবহার করে থাকি। তাছাড়াও কাপড়, বিভিন্ন ধরনের অলংকারাদি (Ornaments) এর ক্ষেত্রেও আমরা সেটের ব্যবহার করে থাকি।



চিত্র- ১: ডিনার সেট

চিত্র- ২: অলংকারের সেট

এমনকি বইয়ের ক্ষেত্রেও আমরা সেট শব্দটি খুব ভালো ভাবেই ব্যবহার করে থাকি। যেমন আমরা দোকানে বিজ্ঞান বিভাগের সবগুলি বিষয়ের বই/গাইড কিনতে হলে আমরা 'সাইন্সের এক সেট বই লাগবে' বলে দোকানদারকে [illegible] করে থাকি। মূলত এই সকল ক্ষেত্রে আমরা সেট শব্দটি ব্যবহার করছি এজন্যই যে এর মধ্যে আরো অনুরূপ অনেকগুলো উপাদান অন্তর্ভুক্ত থাকে। অর্থাৎ দৈনন্দিন জীবনে আমরা অবচেতন ভাবেই হোক আর সচেতন ভাবেই হোক সেটের ব্যবহার করে যাচ্ছি।



চিত্র-৩: বইয়ের সেট

প্রাত্যহিক ক্ষেত্রে আমরা বিভিন্ন ফাংশনের ব্যবহার করে থাকি। যেমন: বাড়ির ছাদ কিংবা উঁচু কোনো স্থান হতে একটি ক্ষুদ্র বস্তু নিক্ষেপ করলে এটি t সেকেন্ডে নিচে পড়লে $h = 4.9t^2$ ফাংশনটির সাহায্যে ঐ বাড়ির উচ্চতা অথবা উঁচু স্থানের উচ্চতা নির্ণয় করা যাবে। একই ভাবে, বিভিন্ন ক্ষেত্রে অনেক গুরুত্বপূর্ণ গাণিতিক তত্ত্বকে ফাংশন আকারে প্রকাশ করা হয়ে থাকে। এছাড়াও উচ্চতর শিক্ষায় ক্যালকুলাসসহ বিভিন্ন ক্ষেত্রে ফাংশন ব্যবহার করা হয়ে থাকে।

"Education is the most powerful weapon which you can use to change the world".

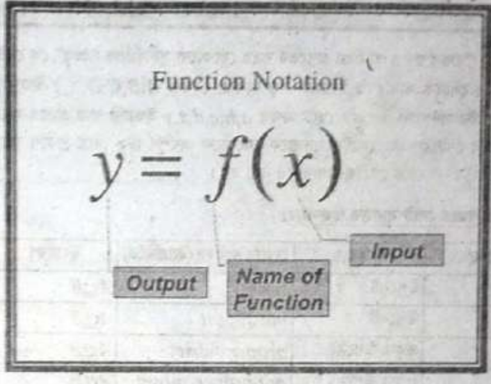
–Nelson Mandela

১ সেট ও ফাংশন [Set & Function]

অনুশীলনী-১.১

N = স্বাভাবিক সংখ্যার সেট = {1,2,3,...}.
Z = পূর্ণসংখ্যার সেট = {0,-1,1,-2,2,...}.
Z^+ = ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট
Z^- = ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট
R = বাস্তব সংখ্যার সেট
R^+ = ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যার সেট
R^- = ঋণাত্মক বাস্তব সংখ্যার সেট
Q = মূলদ সংখ্যার সেট
Q^c = অমূলদ সংখ্যার সেট
Q^+ = ধনাত্মক মূলদ সংখ্যার সেট
Q^- = ঋণাত্মক মূলদ সংখ্যার সেট
∅ = ফাঁকা সেট = { }

চিত্র-১: বিভিন্ন ধরনের সেটের প্রতীক



চিত্র-২: ফাংশন

ভূমিকা [Introduction]

সেট শব্দটি আমাদের সুপরিচিত যেমন: ডিনার সেট, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, মূলদ সংখ্যার সেট ইত্যাদি। আধুনিক হাতিয়ার হিসেবে সেটের ব্যবহার ব্যাপক। **জার্মান গণিতবিদ জর্জ ক্যান্টর** (১৮৪৪-১৯১৮) অসীম সমতুল সেটের ধারণা প্রদান করে গণিত শাস্ত্রে আলোড়ন সৃষ্টি করেন। তাঁকে **সেটের জনক** বলা হয়। গণিতে সেটের প্রয়োগ ব্যাপক। সংখ্যাতত্ত্ব, অন্বয়, ফাংশন, লেখচিত্র, ডোমেন, রেঞ্জ, সমীকরণ, ধারা ইত্যাদি সম্পর্কিত সমস্যা সমাধানে সেটের ধারণা থাকা আবশ্যক।

George Cantor

বাস্তব জীবনের অনেক ক্ষেত্রেই ফাংশন ব্যবহার করা হয়। যেমন কোনো উঁচু স্থান থেকে একটি ক্ষুদ্র বস্তু নিক্ষেপ করলে এটি t সেকেণ্ড পর নিচে পড়লে $h = 4.9t^2$ ফাংশনটির সাহায্যে বাড়ির উচ্চতা কত মিটার তা নির্ণয় করতে পারবে। অনুরূপভাবে, $A = \pi r^2$ ফাংশনটিতে বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r এর মান বসালে ক্ষেত্রফল, A পাবে। ফাংশনের সাহায্যে কোনো কণার গতিপথ, এক অবস্থা থেকে অন্য অবস্থায় রূপান্তর ইত্যাদি সহজেই নির্ণয় করা যায়। গটফ্রেড লিবনীজ প্রথম "ফাংশন" শব্দটি ব্যবহার করেন এবং ফাংশনের গ্রহণযোগ্য সংজ্ঞা দেন।

বোর্ড প্রশ্নাবলির বিশ্লেষণ [Board Questions Analysis]

১. এই অধ্যায় থেকে বিভিন্ন বোর্ডে বিগত দু'বছরের এসএসসি পরীক্ষায় মোট ১০টি সৃজনশীল প্রশ্ন ও ৫০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন এসেছে। নিচের 'Board Analysis' অংশে এই অধ্যায় থেকে কোন সালে কোন বোর্ডে কতটি প্রশ্ন হয়েছে তা দেওয়া আছে।

সৃজনশীল প্রশ্ন

সাল \ বোর্ড	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর
২০১৬	১	১	১	–	–	১	–	–
২০১৫	১	১	১	–	১	১	১	–

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সাল \ বোর্ড	ঢাকা	রাজশাহী	কুমিল্লা	যশোর	চট্টগ্রাম	বরিশাল	সিলেট	দিনাজপুর
২০১৬	৩	৪	৩	৫	৩	৪	৪	৩
২০১৫	৩	২	৩	১	৩	১	৩	২

মূল শব্দাবলি [Key Words]

সেট (Set), তালিকা পদ্ধতি (Roster Method/Tabular Method), সেট গঠন পদ্ধতি (Set Builder Method), সসীম সেট (Finite Set), অসীম সেট (Infinite Set), ফাঁকা সেট (Empty Set), ভেনচিত্র (Venn-Diagram), উপসেট (Subset), প্রকৃত উপসেট (Proper Subset), সেটের সমতা (Equivalent Set), সেটের অন্তর (Difference of Set), সার্বিক সেট (Universal Set), পূরক সেট (Complement of a Set), সংযোগ সেট (Union Of Sets), ছেদ সেট (Intersection of Sets), নিশ্ছেদ সেট (Disjoint Sets), শক্তি সেট (Power Set), ক্রমজোড় (Ordered Pair), কার্তেসীয় গুণজ (Cartesian Products), অন্বয় (Relation), ফাংশন (Function), ডোমেন (Domain), রেঞ্জ (Range), ভুজ বা x-অক্ষ (Abscissa), কোটি বা y-অক্ষ (Ordinate)।

এ অধ্যায়ের আলোচ্যসূচি

প্রাথমিক আলোচনা

☑ সেট: "বাস্তব জগত বা চিন্তা জগতের বস্তুর যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহ" কে সেট বলা হয়। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বড় অক্ষর, যেমন: A, B, C, D, X, Y ইত্যাদি এবং সেটের সদস্যকে ইংরেজি ছোট অক্ষর a, b, c, d, x, y ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তবে সেটকে এবং সেটের সদস্যকে যেকোনো অর্থপূর্ণ চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করা যায়। সেটের সদস্যকে সেটের উপাদানও বলা হয়।

❑ এক নজরে সেটে ব্যবহৃত চিহ্নসমূহ:

চিহ্ন	যা বুঝায়	যেভাবে পড়া হয় (ইংরেজিতে)	উদাহরণ
$\subseteq$	উপসেট	*subset*	$A \subseteq B$
$\not\subseteq$	উপসেট নয়	*not subset*	$A \not\subseteq B$
$\subset$	প্রকৃত উপসেট	*proper subset*	$A \subset B$
$\not\subset$	প্রকৃত উপসেট নয়	*not proper subset*	$A \not\subset B$
$\in$ (*epsilon*)	উপাদান/সদস্য	*belongs to*	$x \in A$
$\notin$	উপাদান নয়	*not belongs to*	$x \notin A$
$\cup$	সংযোগ সেট	*union*	$A \cup B$
$\cap$	ছেদ সেট	*intersection*	$A \cap B$
Φ	ফাঁকা সেট	*null set*	$\Phi = \{\ \}$
:	যেন	*such that*	$=\{x : \ldots\}$
'	পূরক সেট	*prime*	$A' = \{x \in U : x \notin A\}$

☑ সেট প্রকাশের পদ্ধতি (মাধ্যমিক গণিত থেকে পঠিত): সেট প্রকাশ করার দু'টি পদ্ধতি আছে। যথা:

(i) **তালিকা পদ্ধতি (Tabular Method বা Roster Method):** এই পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদানকে { } এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং উপাদানগুলোকে আলাদা করার জন্য কমা (,) ব্যবহার করা হয়। যেমন: $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$, $B = \{a, b, c\}$

(ii) **সেট গঠন পদ্ধতি (Set Builder Method বা Rule Method):** এই পদ্ধতিতে উপাদানের সাধারণ ধর্মের উল্লেখ করে সেটকে বর্ণনা করা হয়। যেমন, $A = \{x : x$ জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা$\}$

☑ সার্বিক সেট (*Universal set*): যদি আলোচনাধীন সকল সেট একটি নির্দিষ্ট বড় সেটের উপসেট হয় তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে সাধারণত U প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{7, 8, 9\}$ এবং $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ হলে A, B ও C প্রত্যেকেই U এর উপসেট। সুতরাং এখানে U হলো সার্বিক সেট।

☑ উপসেট: যদি A সেটের প্রত্যেক উপাদান B এরও উপাদান হয়, তবে A কে B এর উপসেট বলে। একে প্রতীকে লেখা হয়, $A \subseteq B$ এবং পড়া হয় A, B এর উপসেট।

উদাহরণ: $A = \{2, 4, 6, 8\}$ এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$; $A \subseteq B$

☑ প্রকৃত উপসেট: A সেটের প্রত্যেক উপাদান যদি B সেটে বিদ্যমান থাকে এবং B সেটে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা A সেটে নেই, তবে A কে B এর প্রকৃত উপসেট বলে। একে $A \subset B$ লিখে প্রকাশ করা হয়। উদাহরণ: $A = \{2, 4, 6, 8\}$ এবং $B = \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$; $A \subset B$

☑ পূরক সেট: U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট। A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^c বা A' দ্বারা প্রকাশ করা হয় গাণিতিকভাবে, $A' = U \setminus A = \{x : x \in U$ এবং $x \notin A\}$.

উদাহরণ: সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{1, 3, 5, 7\}$

সুতরাং $A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \setminus \{1, 3, 5, 7\}$

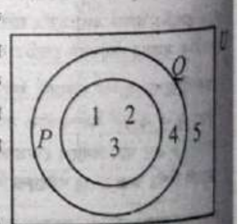
$= \{2, 4, 6, 8, 9\}$

☑ শক্তি সেট: কোনো সেটের সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বা পাওয়ার সেট বলা হয় এবং একে $P(A)$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: $A = \{1, 2, 3\}$ হলে, A এর শক্তি সেট, $P(A) = \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

লক্ষণীয় যে, $P(A)$ এর উপাদানগুলো প্রত্যেকেই সেট A এর উপসেট।

যদি কোনো সেটের উপাদান সসীম হয়, ধরা যাক ঐ সেটে n সংখ্যক উপাদান আছে, তাহলে উক্ত সেটটির শক্তি সেটে 2^n সংখ্যক উপাদান থাকবে।

☑ ভেনচিত্র: কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয়, তাকে ভেনচিত্র বলে। সাধারণত আয়তক্ষেত্র দ্বারা সার্বিক সেট বুঝানো হয়। বৃত্তাকার বা ত্রিভুজাকার উপসেট বুঝাতে ব্যবহার করা হয়।



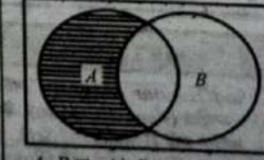
পাশের ভেনচিত্রে U হলো সার্বিক সেট এবং P, Q এর উপসেট।

এখানে $P = \{1, 2, 3\}$; $Q = \{1, 2, 3, 4\}$; $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

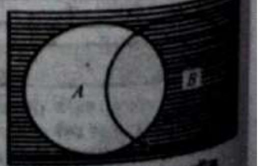
ভেনচিত্রের মাধ্যমে আরো কয়েকটি সেটের প্রকাশ নিম্নে দেখানো হলো:

$A \cup B$ হল গাঢ় অংশটুকু
চিত্র- ১

$A \cap B$ হল গাঢ় অংশটুকু
চিত্র- ২



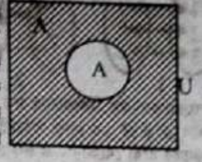
$A - B$ বা, $A \setminus B$ হল গাঢ় অংশটুকু
চিত্র- ৩



$A' \cup B$ হল গাঢ় অংশটুকু
চিত্র- ৪

ভেনচিত্রের মাধ্যমে পূরক সেটের প্রকাশ:

A এর উপাদানগুলো বাদে সার্বিক সেটের অন্য সকল উপাদান নিয়ে A' গঠিত। ভেনচিত্রে A' দেখানো হল। এখানে, সার্বিক সেট U কে আয়তাকার ক্ষেত্র দ্বারা এবং U এর উপসেট A কে বৃত্তাকার ক্ষেত্র দ্বারা দেখানো হয়েছে। চিত্রে A এর পূরক সেট A' কে দাগ টেনে ভরাট করে প্রকাশ করা হয়েছে।



☑ **শর্তসাপেক্ষে সেট বা উপসেট প্রকাশের নিয়ম:** একটি সেট থেকে বিভিন্ন শর্তানুসারে বিভিন্ন উপাদান নিয়ে একাধিক উপসেট গঠন করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N এর বিভিন্ন উপাদান নিয়ে পাঁচ রকম শর্তানুসারে 5টি উপসেট গঠন করা হলো:

প্রতীক	অর্থ
$A = \{x \in N : x < 10\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 10 এর ছোট তাদের সেট।
$B = \{x \in N : x, 16$ এর গুণনীয়ক$\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 16 এর গুণনীয়ক (*Factor*) তাদের সেট।
$C = \{x \in N : 7x\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 7 এর গুণিতক(*Multiple*) তাদের সেট।
$D = \{x \in N : x < 30$ এবং x মৌলিক সংখ্যা$\}$	যেসব মৌলিক সংখ্যা 30 এর ছোট তাদের সেট।
$E = \{x \in N : x^2 > 10$ এবং $x^3 < 100\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 10 থেকে বড় এবং ঘন 100 থেকে ছোট তাদের সেট।

☑ **বাস্তব সংখ্যা সম্পর্কিত কতগুলো প্রতীকের পরিচয়:**

চিহ্ন/প্রতিক	চিহ্নটি দ্বারা যা বুঝায়	বিবরণ	উদাহরণ
R	বাস্তব সংখ্যা (Real Number)	সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা	$0, \pm 1, \pm 2, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \sqrt{3}$ ইত্যাদি
R_+	ধনাত্মক সংখ্যা (Positive Number)	শূন্য অপেক্ষা বড় সকল বাস্তব সংখ্যা	$1, 2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{2}, 0.415, 0.\dot{6}\dot{2}$, 4.120345061 ইত্যাদি
R_-	ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Number)	শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যা	$-1, -2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, -0.415, -0.\dot{6}\dot{2}$, -4.120345061 ইত্যাদি
Z	পূর্ণসংখ্যা (Integers)	শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা	$\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ ইত্যাদি
Z^+	ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Positive Integers)	সকল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা	$1, 2, 3, 4$ ইত্যাদি
N	স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number)	সকল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা	$1, 2, 3, 4$ ইত্যাদি
Q	মূলদ সংখ্যা (Rational Number)	p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ হলে $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যা	$\frac{3}{1} = 3, \frac{11}{2} = 5.5, \frac{5}{3} = 1.666$ ইত্যাদি
Q^C	অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number)	$\frac{p}{q}$ যেখানে $q \neq 0$ আকারে প্রকাশ করা যায় না এমন সংখ্যা	$\sqrt{2} = 1.414213\dots, \sqrt{3} = 1.732\dots, \frac{\sqrt{5}}{2} = 1.58113\dots$ ইত্যাদি

বি.দ্র.: Z^+ ও N দ্বারা যথাক্রমে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ও স্বাভাবিক সংখ্যা বুঝালেও একটিই প্রকৃতপক্ষে 'ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার' সেট নির্দেশ করে।

☑ **ফাঁকা সেট:** যে সেটের কোনো উপাদান থাকে না তাকে ফাঁকা সেট বলা হয়। যেমন, $\{x \in N : x < 9$ এবং $x > 10\}$ একটি ফাঁকা সেট। সেটে কোন উপাদান নেই। কেননা, এমন কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা নেই যা 9 এর ছোট কিন্তু 10 এর বড়। এরূপ সেটকে ফাঁকা সেট বলে এবং একে $\{\ \}$ বা $\varnothing$ প্রতীক দিয়ে লেখা হয়। $\varnothing$ হলো গ্রিক অক্ষর ফাই।

○ ফাঁকা সেট যেকোনো সেটের একটি প্রকৃত উপসেট।

☑ **সংযোগ সেট:** দুইটি সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ঐ সেটদ্বয়ের সংযোগ সেট বলে। A ও B এর সংযোগ সেটকে $A \cup B$ প্রতীক দ্বারা সূচিত করা হয় এবং পড়া হয়, "A সংযোগ B" বা "*A union B*" সেট গঠনের প্রতীকে $A \cup B$ এর সংজ্ঞা দাঁড়ায়, $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$.

উদাহরণ: $A = \{1, 2, 3\}$; $B = \{2, 3, 4, 5\}$ সুতরাং $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

দ্রষ্টব্য: $x \notin A \cup B$ যদি এবং কেবল যদি $x \notin A$ এবং $x \notin B$.

☑ **অন্তর সেট (*Difference of Sets*):** দুইটি সেটের একটির যে সকল উপাদান অপরটিতে নেই তাদের দ্বারা গঠিত সেটকে অন্তর সেট বলা হয়। যেমন: A ও B দুইটি সেট হলে, A সেটের যে সকল উপাদান B সেটের উপাদান নয় তাদের দ্বারা গঠিত সেটকে A থেকে B সেটের অন্তর সেট বলা হয়। সেটের অন্তরকে $A \backslash B$ অথবা $A - B$ প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$A \backslash B$ কে পড়তে হয় A বাদ B। $A \backslash B = \{x : x \in A$ এবং $x \notin B\}$

উদাহরণ, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ হলে,

$A \backslash B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6\}$

Note: $A \backslash B$ ও $A - B$ একই কথা।

☑ **ছেদ সেট:** দুইটি সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ঐ সেটদ্বয়ের ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ প্রতীক দ্বারা সূচিত করা হয় এবং "A ছেদ B" বা "*A intersection B*" পড়া হয়। সেট গঠনের প্রতীকে $A \cap B$ এর সংজ্ঞা দাঁড়ায়, $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$

উদাহরণ: $A = \{1, 3, 5, 7\}$; $B = \{3, 4, 6\}$ সুতরাং $A \cap B = \{3\}$

দ্রষ্টব্য: $x \notin A \cap B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $x \notin A$ এবং $x \notin B$.

☑ **নিশ্ছেদ (*Disjoint*) সেট:** দুইটি সেটে যদি কোন সাধারণ উপাদান না থাকে, তবে ঐ সেটদ্বয়কে পরস্পর নিশ্ছেদ সেট বলে।

উদাহরণ: $A = \{1, 3, 5, 7\}$; $B = \{2, 4, 6\}$ $\therefore A \cap B = \{\ \} = \Phi$

এখানে, A ও B সেটের কোন সাধারণ সদস্য নেই।

☑ **সেট প্রক্রিয়ার ধর্মাবলি:**

প্রতিজ্ঞা-১: বিনিময় বিধি(*Commulative law*): A ও B যেকোনো দুইটি সেট হলে

(i) $A \cup B = B \cup A$ (ii) $A \cap B = B \cap A$ এটি সেটের বিনিময় বিধি।

প্রতিজ্ঞা-২: সহযোজন বিধি (*Associative law*): A, B, C যে কোনো তিনটি সেট হলে

(i) $(A \cup B) \cup C = (B \cup C) \cup A$ (ii) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

প্রতিজ্ঞা-৩: A যেকোনো সেট হলে-

(i) $A \cup A = A$ (ii) $A \cap A = A$

প্রতিজ্ঞা-৪: A ও B দুইটি সেটের জন্য

(i) $A \subset B$ হলে (a) $A \cup B = B$ এবং (b) $A \cap B = A$

(ii) $B \subseteq A$ হলে (a) $A \cup B = A$ (b) $A \cap B = B$

প্রতিজ্ঞা-৫: যেকোনো সেট A ও B এর জন্য
(i) $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$ (ii) $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$

প্রতিজ্ঞা-৬: __অভেদক বিধি (*Identity law*):__ A যেকোনো সেট, U সার্বিক সেট এবং Φ শূন্য সেট হলে—

(i) $A \cup \Phi = A$ (ii) $A \cup U = U$
(iii) $A \cap U = A$ (iv) $A \cap \Phi = \Phi$

বি.দ্র. $A \subset U$ এবং $\Phi \subset A$ সর্বদা সত্য।

প্রতিজ্ঞা-৭: __বন্টন নিয়ম (*Distributive law*):__ A, B, C যেকোনো তিনটি সেট হলে
(i) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

প্রতিজ্ঞা-৮: __দ্য মরগানের সূত্র (*De Morgans Law*):__ সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য
(i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

প্রতিজ্ঞা-৯: সার্বিক সেট U এর যেকোনো উপসেট A ও B এর জন্য $A \backslash B = A \cap B'$
প্রমাণ: $A \backslash B = \{x : x \in A, x \notin B\} = \{x : x \in A, x \in B'\} = A \cap B'$

প্রতিজ্ঞা-১০: যেকোনো সেট A, B, C এর জন্য
(i) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ (ii) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

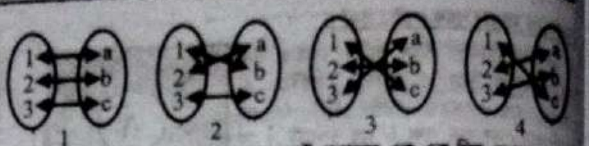
প্রতিজ্ঞা-১১: সেট প্রক্রিয়া সংক্রান্ত কতিপয় প্রতিজ্ঞা

পাঠ্যবইয়ের সকল অংশে '$\subset$' চিহ্ন দ্বারা প্রকৃত উপসেট বুঝানো হয়েছে। কিন্তু এখানে '$\subset$' চিহ্ন দ্বারা উপসেট বুঝানো হয়েছে।

প্রতিজ্ঞা- ক: A যে কোনো সেট হলে $A \subset A$.
প্রতিজ্ঞা- খ: ফাঁকা সেট Φ, যে কোনো সেট এর উপসেট অর্থাৎ $\Phi \subset A$, যেখানে A যে কোনো সেট।
প্রতিজ্ঞা- গ: A ও B যে কোনো সেট হলে, $A = B$ হবে যদি ও কেবল যদি $A \subset B$ এবং $B \subset A$ হয়।
প্রতিজ্ঞা- ঘ: যদি $A \subset \Phi$ হয়, তবে $A = \Phi$
প্রতিজ্ঞা- ঙ: যদি $A \subset B$ এবং $B \subset C$ হয়, তবে $A \subset C$.
প্রতিজ্ঞা- চ: A এবং B যে কোনো সেট হলে, $A \subset A \cup B$ এবং $B \subset A \cup B$.
প্রতিজ্ঞা- ছ: A এবং B যে কোনো সেট হলে, $A \cap B \subset A$ এবং $A \cap B \subset B$.

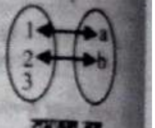
☑ **এক-এক মিল:** মনে করি, $A = \{a, b, c\}$ তিনজন লোকের সেট (গ্রুপ) এবং $B = \{30, 40, 50\}$ ঐ তিনজন লোকের বয়সের সেট। অধিকন্তু মনে করি, a এর বয়স 30, b এর বয়স 40 এবং c এর বয়স 50.
সুতরাং বলা যায় যে, A সেটের সাথে B সেটের এক-এক মিল আছে।
সংজ্ঞা: যদি A সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে B সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদান এবং B সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে A সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা হয়, তবে তাকে A ও B সেটের মধ্যে একটি এক-এক মিল বলা হয়। A ও B এর মধ্যে এক-এক মিলকে সাধারণত $A \leftrightarrow B$ লিখে প্রকাশ করা হয় এবং A সেটের কোন সদস্য x এর সাথে B সেটের যে সদস্য y এর মিল করা হয়েছে তা $x \leftrightarrow y$ লিখে বর্ণনা করা হয়।

☑ __সমতুল সেট (*Equivalent sets*):__
মনে করি, $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{a, b, c\}$ দুইটি সেট। নিচের চিত্রে A ও B সেটদ্বয়ের কতগুলো এক-এক মিল দেখানো হলো।



উপরের এক-এক মিলগুলোর মত আরও দুই প্রকারের এক এক মিল দেখানো যায়। অর্থাৎ A ও B এর মধ্যে সর্বমোট ছয়ভাবে এক এক মিল দেখানো যায়। এই ছয় প্রকারের মধ্যে যেকোন এক প্রকারের এক এক মিল স্থাপন করা সম্ভব হলেই A ও B সেটদ্বয়কে সমতুল সেট বলা যায়। কিন্তু নিচের সেট দু'টি সমতুল নয় কারণ এর এক এক মিল দেখানো সম্ভব নয়।

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b\}$


সমতুল নয়

সংজ্ঞা: যেকোন সেট A ও B এর মধ্যে যদি একটি এক-এক মিল $A \leftrightarrow B$ বর্ণনা করা যায়, তবে A ও B কে সমতুল বা *equivalent* সেট বলা হয়। একে $A \sim B$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
প্রতিজ্ঞা- ১: প্রত্যেক সেট A তার নিজের সমতুল।
প্রতিজ্ঞা- ২: যদি A ও B সমতুল সেট হয় এবং B ও C সমতুল সেট হয়, তবে A ও C সমতুল সেট হয়।
প্রতিজ্ঞা- ৩: যদি A সান্ত সেট হয় এবং B, A এর প্রকৃত উপসেট হয়, এবং B সান্ত সেট হয় তবে $n(A) < n(B)$ হবে।
প্রতিজ্ঞা- ৪: A অনন্ত সেট হয় যদি ও কেবল যদি A এবং A এর একটি প্রকৃত উপসেট সমতুল হয়। সুতরাং কোন সান্ত সেট ও তার কোনো প্রকৃত উপসেট কখনই সমতুল হতে পারে না।

☑ __সান্ত ও অনন্ত সেট (*Finite and infinite Sets*):__
$A = \{15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22\}$ সেটটির সদস্যগুলো "গণনা" করে দেখা যায় যে, A সেটের "সদস্য সংখ্যা" 8। এই "গণনা কাজ" A সেটের সাথে $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ সেটের একটি এক-এক মিল স্থাপন করে সম্পন্ন করা হয়। যেমন,

$$\begin{array}{ccccccccc} A = \{ & 15, & 16, & 17, & 18, & 19, & 20, & 21, & 22\} \\ & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ B = \{ & 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8\} \end{array}$$

এরূপ গণনা করে যে সকল সেটের সদস্য সংখ্যা নির্ধারণ করা যায়, তাদের সান্ত সেট বলা হয়।

মনে রাখবে:
(ক) ফাঁকা সেট Φ সান্ত সেট এবং Φ এর সদস্য সংখ্যা শূন্য (0).
(খ) যদি কোন সেট A এবং $I_m = \{1, 2, 3, \ldots \ldots, m\}$ সমতুল হয় যেখানে $m \in N$, তবে A একটি সান্ত সেট এবং A এর সদস্য সংখ্যা m.
(গ) A কোন সান্ত সেট হলে, A এর সদস্য সংখ্যাকে $n(A)$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

☑ __অনন্ত সেট:__ যে সেটের সদস্য সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না তাকে অনন্ত সেট বলা হয়। যেমন, সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $A = \{1, 3, 5, 7, \ldots\ldots\}$

☑ __সান্ত সেটের ক্ষেত্রে দুটি প্রতিজ্ঞা:__
প্রতিজ্ঞা- ১: যদি A ও B পরস্পর নিশ্ছেদ সান্ত সেট হয়, তবে $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
প্রতিজ্ঞা- ২: যে কোন সান্ত সেট A ও B এর জন্য $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

পাঠ্যবইয়ের অনুশীলনমূলক কাজের সমাধান

১. কাজ: [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা ২]
$S = \{x : x, 100$ থেকে বড় নয় এমন বর্গ পূর্ণ সংখ্যা$\}$।
(১) S যে সেট তা ব্যাখ্যা কর। (২) S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান:
(১) এখানে, $S = \{x : x, 100$ থেকে বড় নয় এমন বর্গ পূর্ণ সংখ্যা$\}$ সেট হলো বাস্তব জগত বা চিন্তা জগতের যেকোনো বস্তুর সুনির্ধারিত সমাবেশ। এখানে, S সেট 100 থেকে বড় নয় এমন পূর্ণবর্গ সংখ্যাসমূহের সুনির্ধারিত সমাবেশ। সুতরাং S একটি সেট।
(২) এখানে, $S = \{x : x, 100$ থেকে বড় নয় এমন বর্গ পূর্ণ সংখ্যা$\}$ 100 থেকে বড় নয় এমন পূর্ণবর্গ সংখ্যাগুলো হলো:
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81
$\therefore$ S সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে লিখে পাই-
$S = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$

২. কাজ: [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা ২]
(১) X কে সার্বিক সেট ধরে, X এর তিনটি উপসেট বর্ণনা কর।
(২) X এর দুইটি উপসেট [illegible]

সমাধান:
(১) এখানে সার্বিক সেট, $X = \{x : x$ পূর্ণ সংখ্যা$\}$
অর্থাৎ, $X = \{\ldots\ldots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\}$
X এর তিনটি উপসেট হলো-
$X_1 = \{0, 1, 2, 3\}$
$X_2 = \{-1, -2, -3\}$
$X_3 = \{4, 5, 6, 9, \ldots\ldots 100\}$ [বি.দ্র.: অন্যভাবেও উত্তর হবে।]
(২) এখানে সার্বিক সেট, $X = \{x : x$ পূর্ণ সংখ্যা$\}$ সেটের দুইটি উপসেট হলো-
$Ax = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$ এবং
$Bx = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
এখানে, Ax ও Bx সেটদ্বয় x এর এমন উপসেট যাতে $Ax \not\subseteq Bx$
আবার, $Bx \not\subseteq Ax$
[বি.দ্র.: অনুরূপ ভিন্ন উত্তর হতে পারে।]

কাজ: [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা ৪]

১। দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ নিচের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
(a) $A = \{x : x \in U, 5x > 37\}$
(b) $B = \{x : x \in U, x + 5 < 12\}$
(c) $C = \{x : x \in U, 6 < 2x < 17\}$
(d) $D = \{x : x \in U, x^2 < 37\}$

২। দেওয়া আছে, $U = \{x : x \in z^+, 1 \leq x \leq 20\}$
নিচের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর:
(a) $A = \{x : x, 2$ এর গুণিতক $\}$
(b) $B = \{x : x, 5$ এর গুণিতক $\}$
(c) $C = \{x : x, 10$ এর গুণিতক $\}$
প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোনগুলো সত্য বা মিথ্যা বল:
$C \subset A, B \subset A, C \subset B,$

৩। যদি, $A = \{a, b, c, d, e\}$ হয় তবে $P(A)$ নির্ণয় কর।

১(a) নং এর সমাধান:
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A = \{x : x \in U, 5x > 37\}$
এখানে, U এর ঐ সকল সদস্য x, A এর সদস্য হবে যাতে 5 ও x এর গুণফল 37 অপেক্ষা বড় হবে।
$x = 1$ হলে $5x = 5 \times 1 = 5 \ngtr 37$ $\therefore 1 \notin A$
$x = 2$ হলে $5x = 5 \times 2 = 10 \ngtr 37$ $\therefore 2 \notin A$
$x = 3$ হলে $5x = 5 \times 3 = 15 \ngtr 37$ $\therefore 3 \notin A$
$x = 4$ হলে $5x = 5 \times 4 = 20 \ngtr 37$ $\therefore 4 \notin A$
$x = 5$ হলে $5x = 5 \times 5 = 25 \ngtr 37$ $\therefore 5 \notin A$
$x = 6$ হলে $5x = 5 \times 6 = 30 \ngtr 37$ $\therefore 6 \notin A$
$x = 7$ হলে $5x = 5 \times 7 = 35 \ngtr 37$ $\therefore 7 \notin A$
$x = 8$ হলে $5x = 5 \times 8 = 40 > 37$ $\therefore 8 \in A$
$x = 9$ হলে $5x = 5 \times 9 = 45 > 37$ $\therefore 9 \in A$
$x = 10$ হলে $5x = 5 \times 10 = 50 > 37$ $\therefore 10 \in A$
$\therefore A = \{8, 9, 10\}$. **(Ans.)**

১(b) নং এর সমাধান:
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$B = \{x : x \in U, x + 5 < 12\}$.
এখানে, U এর ঐ সকল সদস্য x, B এর সদস্য হবে যাতে x ও 5 এর যোগফল 12 অপেক্ষা ছোট হয়।
$x = 1$ হলে $5 + x = 5 + 1 = 6 < 12$ $\therefore 1 \in B$
$x = 2$ হলে $5 + x = 5 + 2 = 7 < 12$ $\therefore 2 \in B$
$x = 3$ হলে $5 + x = 5 + 3 = 8 < 12$ $\therefore 3 \in B$
$x = 4$ হলে $5 + x = 5 + 4 = 9 < 12$ $\therefore 4 \in B$
$x = 5$ হলে $5 + x = 5 + 5 = 10 < 12$ $\therefore 5 \in B$
$x = 6$ হলে $5 + x = 5 + 6 = 11 < 12$ $\therefore 6 \in B$
$x = 7$ হলে $5 + x = 5 + 7 = 12 \nless 12$ $\therefore 7 \notin B$
$x = 8$ হলে $5 + x = 5 + 8 = 13 \nless 12$ $\therefore 8 \notin B$
$\therefore B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ **(Ans.)**

১(c) নং এর সমাধান:
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$C = \{x : 6 < 2x < 17\}$
এখানে U থেকে, x এর ঐ সকল মান নিতে হবে, যাতে 2 ও x এর গুণফল 6 থেকে বড় কিন্তু 17 থেকে ছোট হয়।
এখানে, $x = 1$ হলে, $2x = 2 \times 1 = 2$, যা 17 থেকে ছোট কিন্তু 6 থেকে বড় নয়।
$x = 2$ হলে, $2x = 2 \times 2 = 4$, যা 17 থেকে ছোট কিন্তু 6 থেকে বড় নয়।
$x = 3$ হলে, $2x = 2 \times 3 = 6$, যা 17 থেকে ছোট কিন্তু 6 থেকে বড় নয়।
$x = 4$ হলে, $2x = 2 \times 4 = 8$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট
$x = 5$ হলে, $2x = 2 \times 5 = 10$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট
$x = 6$ হলে, $2x = 2 \times 6 = 12$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট
$x = 7$ হলে, $2x = 2 \times 7 = 14$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট
$x = 8$ হলে, $2x = 2 \times 8 = 16$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট
$x = 9$ হলে, $2x = 2 \times 9 = 18$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট নয়
$x = 10$ হলে, $2x = 2 \times 10 = 20$, যা 6 থেকে বড় এবং 17 থেকে ছোট নয়
$\therefore C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$
$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

১(d) নং এর সমাধান:
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$D = \{x : x^2 < 37\}$
এখানে, U থেকে x এর ঐ সকল মান নিতে হবে, যাতে x এর বর্গ 37 অপেক্ষা ছোট হয়।
এখানে, $x = 1$ হলে, $1^2 = 1$, যা 37 থেকে ছোট
$x = 2$ হলে, $2^2 = 4$, যা 37 থেকে ছোট
$x = 3$ হলে, $3^2 = 9$, যা 37 থেকে ছোট
$x = 4$ হলে, $4^2 = 16$, যা 37 থেকে ছোট
$x = 5$ হলে, $5^2 = 25$, যা 37 থেকে ছোট
$x = 6$ হলে, $6^2 = 36$, যা 37 থেকে ছোট
$x = 7$ হলে, $7^2 = 49$, যা 37 থেকে বড়
$\therefore D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(২) এর সমাধান:
আমরা জানি, সকল ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেট Z^+
$\therefore Z^+ = \{1, 2, 3, \ldots \ldots \ldots\}$
দেওয়া আছে, $U = \{x : 1 \leq x \leq 20, x \in Z^+\}$
$\therefore U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
(a) $A = \{x : x, 2$ এর গুণিতক$\}$
$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
(b) $B = \{x : x, 5$ এর গুণিতক$\} = \{5, 10, 15, 20\}$
(c) $C = \{x : x, 10$ এর গুণিতক$\} = \{10, 20\}$
এখন, $C \subset A$ এর অর্থ হলো C সেট A এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ, C সেটের সকল উপাদান বা সদস্য A সেটেরও সদস্য হবে।
সুতরাং $C \subset A$ তথ্যটি সত্য। কারণ C সেটের প্রত্যেকটি সদস্য A সেটের সদস্য।
আবার, $B \subset A$ এর অর্থ হলো B সেট A এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ, B এর সকল সদস্য A সেটের সদস্য হবে।
সুতরাং $B \subset A$ তথ্যটি মিথ্যা। কারণ B সেটের প্রত্যেকটি সদস্য A সেটের সদস্য নয়।
এবং $C \subset B$ এর অর্থ হলো C সেট B এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ C সেটের সকল সদস্য B সেটের সদস্য হবে।
সুতরাং $C \subset B$ তথ্যটি সত্য। কারণ, C সেটের প্রত্যেকটি সদস্য B সেটেরও সদস্য।

(৩) এর সমাধান:
এখানে, $A = \{a, b, c, d, e\}$
A সেটের সকল উপসেটের সেট-ই হল $P(A)$।
$\therefore P(A) = \{\Phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}, \{b, c, d, e\}, \{a, b, c, d, e\}\}$ **(Ans)**

কাজ: [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা ৫]

১। যদি $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}$ এবং $D = \{1, 3\}$ হয়, তবে দেখাও যে, $P(A) = \{A, B, C, D, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \Phi\}$

২। যদি $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$ হয়, তবে দেখাও যে,
$P(A) = \{A, \{1\}, \{2\}, \Phi\}$
(i) $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
(ii) $P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$

বি.দ্র: ২নং প্রশ্নে $P(A) = \{A, B, C, D\ \{1\}, \{2\}, \{3\}, \Phi\}$ এর পরিবর্তে $P(A) = \{A, \{1\}, \{2\}, \Phi\}$ হবে।

(১)-এর সমাধান:
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}$ এবং $D = \{1, 3\}$
$\therefore P(A) = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \Phi\}$
কিন্তু $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}, D = \{1, 3\}$
$\therefore P(A) = \{A, B, C, D, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \Phi\}$ [দেখানো হলো]

২ (i)-এর সমাধান:
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{2, 5\}$
$\therefore A \cap B = \{2\}$ এবং $A \cup B = \{1, 2, 5\}$
(i) $A = \{1, 2\}$

$\therefore P(A) = \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
$= \{\Phi, \{1\}, \{2\}, A\}$
$= \{A, \{1\}, \{2\}, \Phi\}$ [দেখানো হলো]

আবার, $B = \{2, 5\}$

$\therefore P(B) = \{\Phi, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) = \{\Phi, \{2\}\}$

আবার, $A \cap B = \{2\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\Phi, \{2\}\}$

$\therefore P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ [দেখানো হলো]

২ (ii)-এর সমাধান:

এখন $P(A) \cup P(B)$
$= \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\} \cup \{\Phi, \{2\}, \{5\}, \{2, 5\}\}$
$= \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{2,5\}\}$

আবার $A \cup B = \{1, 2, 5\}$ $P(A \cup B)$
$= \{\Phi, \{1\}, \{2\}, \{5\}, \{1,2\}, \{1,5\}, \{2,5\}, \{1,2,5\}\}$

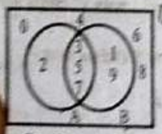
যেহেতু $P(A) \cup P(B)$ এবং $P(A \cup B)$ এর উপাদানগুলো একই নয়।

$\therefore P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$ (দেখানো হলো)

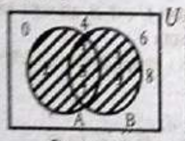
১ কাজ: [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা: ৫]
উপরের উদাহরণের সেটগুলোকে ভেন চিত্রে দেখাও।

সমাধান:
পাঠ্যবইয়ের উদাহরণ-৬ এ বর্ণিত সেটগুলো হলো-

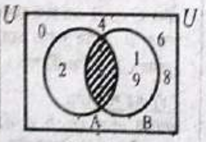
$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
$A = \{2, 3, 5, 7\}$
$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
$A \cap B = \{3, 5, 7\}$
$A' = \{0, 1, 4, 6, 8, 9\}$
$B' = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
$A' \cup B' = \{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$
$(A \cap B)' = \{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$



চিত্র: U, A এবং B



চিত্র: A∪B



চিত্র: A∩B

চিত্র: A'

চিত্র: A'∪B'

লক্ষণীয়: $A' \cup B'$ ও $(A \cap B)'$ এর মান ও ভেনচিত্র একই, তাই $A' \cup B' = (A \cap B)'$ যা ডি মরগানের সূত্র বলে পরিচিত।

২ কাজ:
i. বণ্টন বিধির সূত্রটি প্রমাণ কর। যেখানে- $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ এবং $C = \{3, 5, 6, 7\}$
ii. বণ্টনবিধি ভেনচিত্রের মাধ্যমে দেখাও

(i) সমাধান:
বণ্টনবিধির সূত্রগুলো নিম্নরূপ:
(ক) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(খ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

প্রমাণ:
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 6\}$
$B = \{2, 3, 4, 5\}$ এবং
$C = \{3, 5, 6, 7\}$

(ক) $B \cap C = \{2, 3, 4, 5\} \cap \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 5\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cup C = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

এখন, $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$

আবার, $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ [প্রমাণিত]

(খ) $B \cup C = \{2, 3, 4, 5\} \cup \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 4, 5\}$
$= \{2, 3\}$

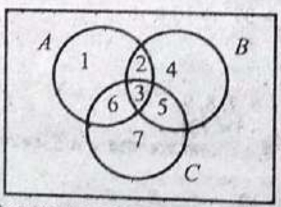
$A \cap C = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{3, 5, 6, 7\}$
$= \{3, 6\}$

এখন, $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{2, 3, 6\}$

আবার, $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3\} \cup \{3, 6\}$
$= \{2, 3, 6\}$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ [প্রমাণিত]

ii. নিম্নে ভেনচিত্রের মাধ্যমে তিনটি পরস্পরছেদী বৃত্তক্ষেত্র দ্বারা A, B, ও C সেটগুলো দেখানো হলো:



এখানে,
$A = \{1, 2, 3, 6\}$
$B = \{2, 3, 4, 5\}$
$C = \{3, 5, 6, 7\}$

(ক) প্রমাণ করতে হবে যে,
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
ওপরের ভেনচিত্র থেকে পাই,
$B \cap C = \{3, 5\}$
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$A \cup C = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

সুতরাং $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$

এবং $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$ [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা: ৮]
$= \{1, 2, 3, 5, 6\}$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ [প্রমাণিত]

(খ) প্রমাণ করতে হবে যে,
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
উপরের ভেনচিত্র থেকে পাই,
$B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A \cap B = \{2, 3\}$, $A \cap C = \{3, 6\}$

সুতরাং $A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 6\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$= \{2, 3, 6\}$

এবং $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3\} \cup \{3, 6\}$
$= \{2, 3, 6\}$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ [প্রমাণিত]

কাজ: [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা: ১০]

[এখানে সকল সেট সার্বিক সেট U এর উপসেট বিবেচনা করতে হবে]

১। দেখাও যে : $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

২। দেখাও যে, $A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি নিম্নোক্ত যেকোনো একটি শর্ত খাটে:

(ক) $A \cap B = A$ (খ) $A \cup B = B$

(গ) $B' \subset A$ (ঘ) $A \cap B' = \Phi$

(ঙ) $B \cup A' = U$

৩। দেখাও যে,

(ক) $A \setminus B \subset A \cup B$ (খ) $A' \setminus B' = B \setminus A$

(গ) $A \setminus B \subset A$ (ঘ) $A \subset B$ হলে $A \cup (B \setminus A) = B$

(ঙ) $A \cap B = \Phi$ হলে, $A \subset B'$, $A \cap B' = A$ এবং $A \cup B' = B'$.

৪। দেখাও যে,

(ক) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ (খ) $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$

(গ) $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$

১ নং এর সমাধান:

ধরি, $x \in A \cap (B \cap C)$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

$\Rightarrow x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)

$\Rightarrow$ ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)

$\Rightarrow (x \in A \cap B)$ এবং $(x \in A \cap C)$

$\Rightarrow x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$\therefore A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C) \dots\dots (i)$

আবার ধরি, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$\Rightarrow x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

$\Rightarrow$ ($x \in A$ এবং $x \in B$) এবং ($x \in A$ এবং $x \in C$)

$\Rightarrow x \in A$ এবং ($x \in B$ এবং $x \in C$)

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

$\Rightarrow x \in A \cap (B \cap C)$

$\therefore (A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C) \dots\dots (ii)$

সুতরাং (i) ও (ii) হতে পাই,

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ [দেখানো হলো]

২ (ক) এর সমাধান:

ধরি, $x \in A \cap B$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in B$ $\therefore A \cap B \subset A$

আবার ধরি, $x \in A$

তাহলে, $x \in A$ অথবা ($x \in A$ এবং $x \in B$)

$\Rightarrow x \in A$ অথবা $x \in (A \cap B)$

$\therefore A \subset (A \cap B)$

সুতরাং, $A \cap B = A$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cap B = A$ [দেখানো হলো]

বিকল্প সমাধান:

$A \cap B = A$ অর্থাৎ A ও B এর সাধারণ সদস্যগুলো এবং A সেটের সকল সদস্য একই। অতএব, A অবশ্যই B সেটের উপসেট। অর্থাৎ $A \subset B$.

২ (খ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in (A \cup B)$

তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in B$ $\therefore A \cup B \subset B$

আবার ধরি, $x \in B$

তাহলে, $x \in B$ অথবা ($x \in A$ এবং $x \in B$)

$\Rightarrow x \in B$ অথবা $x \in (A \cup B)$

$\therefore B \subset A \cup B$

$\therefore A \cup B = B$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cup B = B$ [দেখানো হলো]

বিকল্প সমাধান:

A সেট ও B সেটের সদস্যদের সংযোগ সেট B সেটের সমান হবে কেবল যদি A সেটের সকল সদস্য B সেটেরও সদস্য হয়। অর্থাৎ যখন $A \subset B$ হবে। [দেখানো হলো]

২ (গ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in A'$

তাহলে, $x \in U \setminus A$

$\Rightarrow x \in U$ এবং $x \notin A$ $\therefore A' \subset U$

আবার ধরি, $x \in B'$

তাহলে, $x \in U \setminus B$

$\Rightarrow x \in U$ এবং $x \notin B$

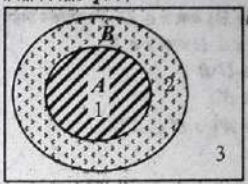
$\therefore B' \subset U$

অর্থাৎ $B' \subset A'$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $B' \subset A'$ হয়। [দেখানো হলো]

দৃষ্টি আকর্ষণ:

ভেনচিত্রের মাধ্যমে আমরা বিষয়টি বুঝব।



সেট	এলাকা
B'	3
A'	2, 3

সেট	এলাকা
A	1
B	1, 2

$\therefore B' \subset A'$ $\therefore A \subset B$

সুতরাং $B' \subset A'$ কেবল তখন, যখন $A \subset B$ হয়।

২ (ঘ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in A \cap B'$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in B'$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in A'$ [$\because B' \subset A'$]

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \in A \setminus A$

$\Rightarrow x \in \Phi$

$\therefore A \cap B' \subset \Phi$

আবার ধরি, $x \in \Phi$

তাহলে $x \in A \setminus A$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in A'$

$\Rightarrow x \in A$ এবং $x \in B'$ [$\because B' \subset A'$]

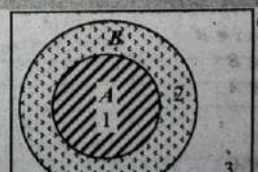
$\Rightarrow x \in A \cap B'$

$\therefore \Phi \subset A \cap B'$

$\therefore A \cap B' = \Phi$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cap B' = \Phi$ (দেখানো হলো)

বিকল্প সমাধান:



সেট	এলাকা
B'	3
A	1

সেট	এলাকা
A	1
B	1, 2

$\therefore A \cap B' = \Phi$

অর্থাৎ $A \subset B$ [দেখানো হলো]

২ (ঙ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in B \cup A'$

তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A'$

$\Rightarrow \quad x \in B$ অথবা $x \in B'$ $[\because B' \subset A']$

$\Rightarrow \quad x \in B$ অথবা $x \in U \setminus B$

$\Rightarrow \quad x \in B$ অথবা ($x \in U$ এবং $x \notin B$)

$\Rightarrow$ ($x \in B$ অথবা $x \notin B$) এবং $x \in U$ [সংযোজন নিয়ম]

$\Rightarrow$ ($x \in B$ অথবা $x \in B'$) এবং $x \in U$

$\Rightarrow$ ($x \in B$ অথবা $x \in A'$) এবং $x \in U$

$\therefore \quad B \cup A' \subset U$

আবার,

ধরি, $x \in U$

$\Rightarrow$ ($x \in B$ এবং $x \notin B$) এবং $x \in U$ [সংযোজন নিয়ম]

তাহলে, $x \in B$ এবং $x \in U$ এবং $x \notin B$

$\Rightarrow x \in B$ এবং $x \in U \setminus B$

$\Rightarrow x \in B$ এবং $x \in B'$

$\Rightarrow x \in B$ এবং $x \in A'$ $[\because B' \subset A']$

$\Rightarrow x \in B \cup A'$

$\therefore U \subset B \cup A'$

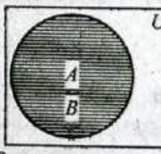
$\therefore B \cup A' = U$

$\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $B \cup A' = U$ হয়। [দেখানো হলো]

বিকল্প সমাধান:

আমরা জানি, $B \cup B' = U$

$B \cup A' = U$ তখনই হবে যখন-



$A' = B'$ হবে অর্থাৎ $A = B$

কারণ $B \cup A' = U$

$\therefore A \subset B$ [দেখানো হলো]

৩ (ক) এর সমাধান:

মনে করি, $x \in A \setminus B$

বা, $x \in A$ এবং $x \notin B$

বা, $x \in A$ এবং $x \in B'$

অর্থাৎ $A \setminus B$ সেটে সেই সকল উপাদান থাকবে যেগুলো A সেটে আছে কিন্তু B সেটে নাই। কিন্তু A ও B সেটের সকল উপাদান $A \cup B$ সেটে থাকবে।

$\therefore A \setminus B$ সেটের সকল উপাদান $A \cup B$ সেটে থাকবে।

অর্থাৎ $x \in A \setminus B$ হলে, $x \in A \cup B$ হবে।

$\therefore A \setminus B \subset A \cup B$. [প্রমাণিত]

৩ (খ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in A' \setminus B'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \notin B'$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \in B$

$\Rightarrow x \in B$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \in B \setminus A$

$\therefore A' \setminus B' \subset B \setminus A$

আবার, ধরি, $x \in B \setminus A$

তাহলে, $x \in B$ এবং $x \notin A$

$\Rightarrow x \notin B'$ এবং $x \in A'$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \notin B'$

$\therefore x \in A' \setminus B'$

$\therefore B \setminus A \subset A' \setminus B'$

সুতরাং, $A' \setminus B' = B \setminus A$. [দেখানো হলো]

৩ (গ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in A \setminus B$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A$

$\therefore A \setminus B \subset A$. [দেখানো হলো]

৩ (ঘ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in A \cup (B \setminus A)$

তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in (B \setminus A)$

$\Rightarrow \quad x \in A$ অথবা ($x \in B$ এবং $x \notin A$)

$\Rightarrow \quad x \in A$ অথবা ($x \in B$ এবং $x \in A'$)

$\Rightarrow \quad$ ($x \in A$ অথবা $x \in B$) এবং ($x \in A$ অথবা $x \in A'$)

$\Rightarrow \quad x \in (A \cup B)$ এবং $x \in (A \cup A')$

$\Rightarrow \quad x \in (A \cup B)$ এবং $x \in U$

$\Rightarrow \quad x \in B$ এবং $x \in U$ [$\because A \subset B$; সুতরাং $x \in (A \cup B)$ হলে, $x \in B$ হবে]

$\Rightarrow x \in B$

$\therefore A \cup (B \setminus A) \subset B$

আবার ধরি, $x \in B$

তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in (B \setminus A)$ $[\therefore A \subset B]$

$\Rightarrow \quad x \in A \cup (B \setminus A) \quad \therefore B \subset A \cup (B \setminus A)$

সুতরাং, $A \cup (B \setminus A) = B$. [দেখানো হলো]

৩ (ঙ) এর সমাধান:

প্রথম অংশ: $A \cap B = \Phi$

অর্থাৎ A ও B সেটের কোন সাধারণ উপাদান নাই।

সুতরাং B-এর উপাদানগুলো এমন হবে যা A-তে নাই

অর্থাৎ $x \in B$ এবং $x \notin A$

অনুরূপ $x \in A$ এবং $x \notin B$

বা, $x \in A$ এবং $x \in B'$

বা, $x \in A \cap B'$

অনুরূপ $x \in B \cap A'$

$\therefore A \subset B'$ [দেখানো হলো]

২য় অংশ: $A \cap B' = A$

মনে করি, $x \in A \cap B'$

বা, $x \in A$ এবং $x \in B'$

বা, $x \in A$ এবং $x \notin B$

বা, $x \in A \setminus B$

এখন, উপসেটের সংজ্ঞানুসারে $A \setminus B \subset A$

$\therefore A \cap B' \subset A \setminus B$ এবং $A \setminus B \subset A$

$\therefore A \cap B' \subset A$

আবার, মনে করি, $x \in A$

বা, $x \in A \setminus B$ $[\because A \subset U]$

বা, $x \in A$ এবং $x \notin B$

বা, $x \in A$ এবং $x \in B'$

বা, $x \in A \cap B'$

$\therefore A \subset A \cap B'$

$\therefore A \cap B' = A$ [দেখানো হলো]

৩য় অংশ: $A \cup B' = B'$

মনে করি, $x \in A \cup B'$

$x \in A$ অথবা $x \in B'$

বা, $x \in A$ অথবা $x \in U \setminus B$

বা, $x \in U \setminus B'$ $[\because A \subset U]$

বা, $x \in B'$

$\therefore A \cup B' \subset B'$

আবার, মনে করি, $x \in B'$

বা, $x \in U \setminus B$

বা, $x \in A$ অথবা $x \in U \setminus B$ $[\because A \subset U]$

বা, $x \in A$ অথবা $x \in B'$

বা, $x \in A \cup B'$

$\therefore B' \subset A \cup B'$

$\therefore A \cup B' = B'$ [দেখানো হলো]

৪ (ক) এর সমাধান:

ধরি, $x \in (A \cap B)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \in (A' \cup B')$

$\therefore (A \cap B)' \subset A' \cup B'$

আবার ধরি, $x \in A' \cup B'$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$

$\Rightarrow x \notin A \cap B$

$\Rightarrow x \in (A \cap B)'$

$\therefore A' \cup B' \subset (A \cap B)'$

সুতরাং, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ [দেখানো হলো]

৪ (খ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in (A \cup B \cup C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\therefore x \in (A' \cap B' \cap C')$

$\therefore (A \cup B \cup C)' \subset (A' \cap B' \cap C')$

আবার ধরি, $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

$\Rightarrow x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cup B \cup C)$

$\Rightarrow x \in (A \cup B \cup C)'$

$\therefore A' \cap B' C' \subset (A \cup B \cup C)'$

সুতরাং $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ [দেখানো হলো]

৪ (গ) এর সমাধান:

ধরি, $x \in (A \cap B \cap C)'$

তাহলে, $x \notin (A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$ অথবা $x \notin C$

$\Rightarrow x \in A'$ অথবা $x \in B'$ অথবা $x \in C'$

$\Rightarrow x \in (A' \cup B' \cup C')$

$\therefore (A \cap B \cap C)' \subset (A' \cup B' \cup C')$

আবার ধরি, $x' \in A' \cup B' \cup C'$

তাহলে, $x \in A'$ অথবা $x \in B'$ অথবা $x \in C'$

$\Rightarrow x \notin A$ অথবা $x \notin B$ অথবা $x \notin C$

$\Rightarrow x \notin (A \cap B \cap C)$

$\Rightarrow x \in (A \cap B \cap C)'$

$\therefore A \cup B' \cup C' \subset (A \cap B \cap C)'$

সুতরাং, $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$ [দেখানো হলো]

অনুশীলনী [Ref: পাঠ্যবই পৃষ্ঠা: ১৫]

১। নিম্নোক্ত প্রত্যেক ক্ষেত্রে A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য সকল এক-এক মিল বর্ণনা কর।

(ক) $A = \{a, b\}, B = \{1, 2\}$

(খ) $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c\}$

২। উপরের প্রশ্ন ১ এর প্রত্যেক এক-এক মিলকরণের জন্য $F = \{(x, y): x \in A, y \in B\}$ এবং $x \leftrightarrow y$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর।

৩। মনে করি, $A = \{a, b, c, d\}$ এবং $B = \{1, 2, 3, 4\}$। $A \times B$ এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর। যার অন্তর্ভুক্ত [illegible] প্রথম পদের সঙ্গে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে, A ও B এর একটি এক-এক মিল সৃষ্টি হয় (যেমন, $a \leftrightarrow 3$)।

৪। দেখাও যে, $A = \{1, 2, 3 \ldots \ldots n\}$ এবং $B = \{1, 2, 2^2 \ldots \ldots 2^{n-1}\}$ সেট দুইটি সমতুল।

৫। দেখাও যে, $S = \{3^n : n = 0$ অথবা $n \in N\}$ সেটটি N এর সমতুল।

৬। দেখাও যে, যদি S সেটের একটি প্রকৃত উপসেট সসীম হয় তবে S [illegible]।

৭। প্রমাণ কর যে সকল বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $A = \{1, 3, 5, 7 \ldots \ldots\}$ অনন্ত সেট।

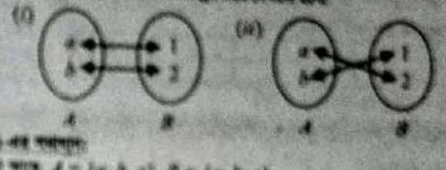
১ (ক)-এর সমাধান:

দেওয়া আছে, $A = \{a, b\}$;

$B = \{1, 2\}$

A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য এক-এক মিল চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো:

(i) (ii)



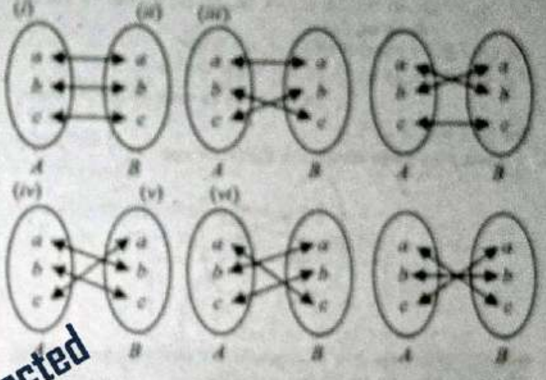
১ (খ)-এর সমাধান:

দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c\}$

A ও B এর মধ্যে সম্ভাব্য এক-এক মিল চিত্রের মাধ্যমে দেখানো হলো:

(i) (ii) (iii)

(iv) (v) (vi)



২ এর সমাধান:

দেওয়া আছে, $F = \{(x, y) : x \in A, y \in B, x \leftrightarrow y\}$

(ক) এক্ষেত্রে A ও B এর মধ্যে দুটি এক-এক মিল স্থাপন করা যায়। নিচে সেগুলো F সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে পারি।

প্রথম এক-এক মিলের জন্য,

x	a	b
y	1	2

$\therefore F_1 = \{(a, 1), (b, 2)\}$

দ্বিতীয় এক-এক মিলের জন্য,

x	a	b
y	2	1

$\therefore F_2 = \{(a, 2), (b, 1)\}$

(খ) এক্ষেত্রে A ও B এর মধ্যে এক-এক মিলের সংখ্যা ৬। নিচে সেগুলো F সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে পারি।

(i) নং এর এক-এক মিলের জন্য

x	a	b	c
y	a	b	c

$\therefore F_1 = \{(a, a), (b, b) (c, c)\}$

(ii) নং এর এক-এক মিলের জন্য

x	a	b	c
y	c	b	a

$\therefore F_2 = \{(a, a), (b, c) (c, b)\}$

(iii) নং এর এক-এক মিলের জন্য

x	a	b	c
y	a	c	b

$\therefore F_3 = \{(a, b), (b, a) (c, c)\}$

(iv) নং এর চতুর্থ এক-এক মিলের জন্য

x	a	b	c
y	b	a	c

$\therefore F_4 = \{(a, b), (b, c) (c, a)\}$