Jewel's Care Life is for motto lesson

Jewel's Care

Life is for motto lesson…..

S.S.C. Math

Chapter : Indices/Exponents & Logarithm

(সূচক ও লাগারিদম)

By optimum usage of time and minimum wastage of time,
you can buildup yourself. So, don't worry about your career.
It's yours……. MD Ibrahim Khalil Jewel

Jewel's Care
Life is for motto lesson

2017

Prepared & Organized by : MD Ibrahim Khalil Jewel
(Math teacher of Orbit Coaching Center/Admission care)
MO: 01677836677
Gmail : mdibrahimkhaliljewel@gmail.com
Demra, Dhaka - 1362

Jewel's Care Life is for motto lesson

সূচক বা Indices:

অনেক বড় সংখ্যা বা ছোট সংখ্যা কে সূচকের মাধ্যমে সহজেই প্রকাশ করা যায়। যেমনঃ (৫+৫+৫+৫+৫+৫+৫+৫ = ৪০) যে কথা (৫×৮ = ৪০) একই কথা। আবার (২×২×২×২×২×২×২×২) যে কথা ($২^৭$ = ১২৮) সেই কথা। অর্থাৎ অনেক যোগ এর সংক্ষিপ্ত রুপ একবার গুন এবং অনেক গুনের সংক্ষিপ্ত রুপ একবার সূচক। তাছাড়া, সূচক দিয়ে সংখ্যার বৈজ্ঞানিক বা আদর্শ রূপ ও লেখা যায়। X^2 এখানে X হচ্ছে Base বা ভিত্তি আর 2 হচ্ছে Power বা শক্তি। এই সূচকের বাংলা বা ইংরেজী সমার্থক শব্দ হচ্ছেঃ সূচক/Indices/Exponents/power/শক্তি/ঘাত।

সূচকের সূত্রঃ

1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ [m>n]
3) $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ [n>m]
4) $(ab)^n = a^n b^n$
5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6) $a^0 = 1$ [a≠0] { $a^1 = a$, 10^1 }
7) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ [a≠0]
8) $(a^m)^n = a^{mn}$
9) $a^x = a^y$ হলে , $x = y$ [a>0, a≠1]
10) $a^x = b^x$ হলে , $a = b$ [a>0, b>0, x≠0]
11) সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রূপঃ $a\times10^n$ [1,≤ a < 10 এবং n ∈ Z]
12) $\sqrt{a} = a^{1/2}, \sqrt[3]{a} = a^{1/3}, \sqrt[m]{a} = a^{1/m}, \left(\sqrt[m]{a}\right)^n = a^{n/m}$

লগারিদম বা Logarithm :

সূচক থেকেই লগারিথমের সৃষ্টি। সংখ্যা বা রাশির গুন বা ভাগের কাজ আরো সহজ করে দেয়। এই লগারিদম বা **Logarithm** কে সংক্ষেপে **Log** বলা হয়। সূচকিয় রাশির মান বের করতে লগ ব্যাবহার করা হয়। লগারিদম দুই প্রকারঃ ১) সাধারন লগারিদম **(log $_{10}$ / log)** ২) স্বাভাবিক/ ন্যাপেরিয়ান/ প্রকৃত/**Natural** লগারিদম **(log $_e$)** ⇒ **$\log_e x$** কে **ln x** ও বলা যায়। $\log_a b^2$ → এখানে a বেস, b ভ্যালু, 2 পাওয়ার।

লগারিদমের সূত্রঃ

1) $\log_a 1 = 0$ [a>0, a≠1]

2) $\log_a 0 = 1$ [a>1, a≠0]

3) $\log_a a = 1$ [a>0, a≠1]

4) $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \rightarrow \log_a(p+q) \neq \log_a p + \log_a q$

5) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N \rightarrow \log_a(p-q) \neq \log_a p - \log_a q$

6) $\log_a M^r = r \log_a M$

7) $\log_a M = \log_b M + \log_a b$ [ভিত্তি পরিবর্তন]

8) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

9) $\log_a b \times \log_b a = 1$

10) $x \log_a y = y \log_a x$

সূচক + লগারিদম সূত্রঃ

✓ $a^x = n \rightarrow \log_a n = X$

সূচক	লগারিদম
$10^2 = 100$	$\log_{10} 100 = 2$
$10^3 = 1000$	$\log_{10} 1000 = 3$
$3^{-2} = 1/9$	$\log_3 1/9 = -1/2$
$a^1 = a$	$\log_a a = 1$

Jewel's Care Life is for motto lesson

উদাহরন ও অনুশীলনের মিলন মেলাঃ

ছাত্র ছাত্রিদের সুবিধার্থে সূচক ও লগারিদমে মোট ৪ টি - ৪ টি করে ৮ টি অংক আছে মাত্র। তা একসাথে দেয়া হলো।

সূচক অধ্যায়ঃ

Type 1: (1) $\frac{5^2}{5^3}$ (2) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$ (3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{5/2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-5/2}$ (4) $\frac{5^4 \times 8 \times 16}{2^5 \times 125}$ (5) $\frac{2^4 \times 2^2}{32}$ (6) $\frac{3^3 \times 3^5}{3^6}$ (7) $\frac{5^3 \times 8}{2^4 \times 125}$ (8) $\frac{7^3 \times 7^{-3}}{3 \times 3^{-4}}$ (9) $\frac{7^3 \times 7^3}{3 \times 3^3}$ (10) $7^{3/4} \times 7^{1/2}$ (11) $16^{3/4} \div 16^{1/2}$ (12) $8^{3/4} \div 8^{1/2}$ (13) $\left(10^{\frac{2}{3}}\right)^{2/3}$ (14) $\sqrt{x^{-1} \times y} \times \sqrt{y^{-1} \times z} \times \sqrt{z^{-1} \times x}$ (15) $12^{-1/2} \times \sqrt[3]{54}$ (16) $\frac{\sqrt[3]{7^2} \times \sqrt[3]{7}}{\sqrt{7}}$ (17) $-3^3 \times (-\frac{1}{2})^2$ (18) $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$ (19) $(2a^{-1} + 3b^{-1})^{-1}$ (20) $\left(\frac{a^2 b^{-1}}{a^{-2} b^1}\right)^2$

Type 2 : (1) $\frac{3.2^{n}-4.2^{n-2}}{2^n - 2^{n-1}}$ (2) $\frac{2^{n+4} - 4.2^{n+1}}{2^{n+2} \div 2}$ (3) $\frac{3^{m+1}}{(2^m)^{m-1}} \div \frac{9^{m+1}}{(2^{m-1})^{m+1}}$ (4) $\frac{4^n - 1}{2^n - 1} = 2^n + 1$ (5) $\frac{2^{p+1}.3^{2p-q}.5^{p+q}.6^q}{6^q.10^{q+2}.15^p} = \frac{1}{50}$ (6) $(a^p)^{q-r}.(a^q)^{r-p}.(a^r)^{p-q} = 1$ (7) $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{1/ab}.\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{1/bc}.\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{1/ca} = 1$ (8) $\left(\frac{x^a}{x^b}\right)^{a+b}.\left(\frac{x^b}{x^c}\right)^{b+c}.\left(\frac{x^c}{x^a}\right)^{c+a} = 1$ (9) $\left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n.\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l.\left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m = 1$ (10) $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r}.\left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p}.\left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} = 1$ (11) $\frac{a^{p+q}}{a^{2r}} \times \frac{a^{q+r}}{a^{2p}} \times \frac{a^{r+p}}{a^{2q}} = 1$ (12) $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right) = a - b$ (13) $\frac{1}{1+a^{-m}.b^n+a^{-m}.c^p} + \frac{1}{1+b^{-n}.c^p+b^{-n}.a^m} + \frac{1}{1+c^{-p}.a^m+c^{-p}.b^n} = 1$

Type 3 : (1) $4^{x+1} = 32$ (2) $4^x = 8$ (3) $2^{2x+1} = 128$ (4) $\left(\sqrt{3}\right)^{x+1} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^{2x-1}$ (5) $2^x + 2^{1-x} = 3$

Type 4 : যদি $a^x = b$, $b^y = c$, $c^z = a$ হয়, প্রমান করো যে, $xyz = 1$

Answer : Type 1 →(1) $\frac{1}{5}$ (2) 1 (3) 27 (4) 20 (5) 2 (6) 9 (7) $\frac{1}{2}$ (8) 27 (9) $\frac{\sqrt[6]{7}}{\sqrt[4]{3}}$ (10) $7^{\frac{1}{2}}$ (11) 2 (12) $\sqrt[4]{8}$ (13) $\sqrt{10}$ (14) 1 (15) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{4}}$ (16) $\sqrt{7}$ (17) $\frac{-27}{4}$ (18) $\frac{12}{7}$ (19) $\frac{ab}{3a+2b}$ (20) $\frac{a^8}{b^4}$

Type 2 →(1) 4 (2) 4 (3) $\frac{1}{9}$

Type 3 →(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) 3 (4) 5 (5) 0,1

লগারিদম অধ্যায়ঃ

Type 1 : মান নির্নয় করোঃ

(1) $\log_{10} 100$ (2) $\log_3 \frac{1}{9}$ (3) $\log_{\sqrt{3}} 81$ (4) $\log_3 81$ (5) $\log_5 \sqrt[3]{5}$ (6) $\log_4 2$ (7) $\log_{2\sqrt{5}} 400$ (8) $\log_5 \sqrt[3]{5\sqrt{5}}$ (9) $\log_5 125$

Type 2 : (1) $5\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত? (2) 400 এর লগ 4 ; বিত্তি কত?

Type 3 : x এর মান নির্নয় করঃ

(1) $\log_{10} x = -2$ (2) $\log_x 324 = 4$ (3) $\log_5 x = 3$ (4) $\log_x 25 = 2$ (5) $\log_x \frac{1}{16} = -2$

Type 4 : (1) $3\log_{10} 2 + \log_{10} 5 = \log_{10} 40$ (2) $\frac{\log_{10}\sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10} 1.2}$ (3) $5\log_{10} 5 + \log_{10} 25 = \log_{10} 125$ (4) $\log_{10} \frac{50}{147} = \log_{10} 2 + 2\log_{10} 5 - \log_{10} 3 - 2\log_{10} 7$ (5) $3\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3 + \log_{10} 5 = \log_{10} 360$ (6) $7\log_{10} \frac{10}{9} - 2\log_{10} \frac{25}{24} + 3\log_{10} \frac{81}{80}$ (7) $\log_7 \sqrt[5]{7}.\sqrt{7} - \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_4 2$ (8) $\log_e \frac{a^3 b^3}{c^3} + \log_e \frac{b^3 c^3}{d^3} + \log_e \frac{c^3 d^3}{a^3} - 3\log_e b^2 c$

Answer : Type 1 → (1) 3 (2) -2 (3) 8 (4) 4 (5) $\frac{1}{3}$ (6) $\frac{1}{2}$ (7) 4 (8) $\frac{5}{6}$ (9) 3

Type 2 → (1) $\frac{3}{2}$ (2) $2\sqrt{5}$

Type 3 → (1) 0.01 (2) $3\sqrt{2}$ (3) 125 (4) 5 (5) 4

Type 4 → (2) $\frac{3}{2}$ (6) log 2 (7) $\frac{13}{15}$ (8) 0

সংখ্যার বৈজ্ঞানিক রুপে প্রকাশঃ

আলোর গতি = ৩০০,০০,০০০ কি.মি./সে.

= ৩০,০০,০০,০০০ মি./সে. অথবা, ৩ × ১০^৮ মি./সে.

অর্থাৎ, বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ করার জন্য সূত্র হচ্ছেঃ $a \times 10^n$.

উদাহরনঃ ১) a) ১৫০০ কে বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর?

b) ০.০০৫১২ কে বৈজ্ঞানিক রূপে প্রকাশ কর?

সমাধানঃ a) ১৫০০ = ১.৫ × ১০০০ = ১.৫ × $১০^{৩}$

b) ০.০০৫১২ = ৫.১২ × $১০^{-৪}$

উদাহরনঃ ২) Log ২৭১৭ এর পুর্নক ও অংশক লিখ?

সমাধানঃ Log ২৭১৭ = ৩.৪৩৪০ এ ৩ – হচ্ছে পুর্নক ও ৪৩৪০ অংশক

উদাহরনঃ ৩) সাধারনের লগ এর এর পুর্নক লিখ?

a) 5237

(b0.00623

সমাধানঃ a) $5237 = 5.237 \times 10^{3}$

$\Rightarrow \log_{10} 5237 = \log_{10} (5.237 \times 10^{3})$

$= \log_{10} 5.237 + \log_{10} 10^{3}$

$= \log_{10} 5.237 + 3 \log_{10} 10$

$= \log_{10} 5.237 + 3$

এখানে ৩ হচ্ছে পূর্নক।

b) $0.00623 = 6.23 \times 10^{-3}$

$\Rightarrow \log_{10} 0.00623 = \log_{10} (6.23 \times 10^{-3})$

$= \log_{10} 6.23 + \log_{10} 10^{-3}$

$= \log_{10} 6.23 + (-3) \log_{10} 10$

$= \log_{10} 6.23 + (-3) . 1$

$= \log_{10} 6.23 - 3$

এখানে -3 হচ্ছে পূর্নক।

এই অধ্যায়ের বইয়ের অংশ চর্চা করতে হবে...

সৃজনশীল অংশঃ

(১) দেওয়া আছে, x = 1000 এবং y = 0.0625

(ক) x কে $a^n b^n$ আকারে প্রকাশ কর, যেখানে a ও b মৌলিক সংখ্যা।

(খ) x ও y এর গুনফল বৈজ্ঞানিক আকারে প্রকাশ কর।

(গ) xy এর সাধারন লগের পূর্নক ও অংশক নির্নয় কর।

Jewel's Care Life is for motto lesson

চতুর্থ অধ্যায়–সূচক ও লগারিদম

বোর্ড পরীক্ষার সৃজনশীল প্রশ্ন :

Jewel's Care Collected

০১. $a=\frac{x^p}{x^q}, b=\frac{x^q}{x^r}$ এবং $c=\frac{x^r}{x^p}$. [ঢাকা বোর্ড – ২০১৭]

ক. abc এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $a^{\frac{1}{pq}} \times b^{\frac{1}{qr}} \times c^{\frac{1}{rp}} = 1$. ৪

গ. দেখাও যে, $(p+q)\log a + (q+r)\log b + (r+p)\log c = 0$. ৪

০২. $A = x^p; B = x^q; C = x^r$ এবং $M = 2^{2x+1}$ কয়েকটি রাশি। [দিনাজপুর বোর্ড – ২০১৭]

ক. $M = 512$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\left(\frac{A}{B}\right)^{p^2+pq+q^2} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{q^2+qr+r^2} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r^2+rp+p^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\log_x(ABC) = \log_x A + \log_x B + \log_x C$. ৪

০৩. $A = 4^{2p+1}, B = \frac{5^{m+1}}{(5^m)^{m-1}}, C = \frac{25^{m+1}}{(5^{m-1})^{m+1}}, D = 3^x + 3^{1-x}$. [বরিশাল বোর্ড – ২০১৬]

ক. $A = 128$ হলে P এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $B \div C = \frac{1}{25}$ ৪

গ. $D = 4$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

০৪. L, M, N তিনটি বীজগাণিতিক রাশি, যেখানে $L=\frac{x^a}{x^b}, M=\frac{x^b}{x^c}, N=\frac{x^c}{x^a}$ [চট্টগ্রাম বোর্ড – ২০১৫]

(ক) $L = 1$ হলে দেখাও যে, $a = b$. ২

(খ) প্রমাণ কর যে, $\sqrt[ab]{L} \times \sqrt[bc]{M} \times \sqrt[ca]{N} = 1$. ৪

(গ) উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $\log_k L^{a+b} + \log_k M^{b+c} + \log_k N^{c+a} = 0$. ৪

০৫. $A = 6^{p+q}, B = 6^{q+r}, C = 6^{r+p}$ হলে– [বরিশাল বোর্ড – ২০১৫]

(ক) $\log_{\sqrt[3]{2}} 324$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) $\left(\frac{A}{B}\right)^{p+r} \times \left(\frac{B}{C}\right)^{q+p} \times \left(\frac{C}{A}\right)^{r+q}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

(গ) দেখাও যে, $(AB)^{p-r} \times (BC)^{q-p} \times (CA)^{r-q} = 1$। ৪

সমন্বিত অনুশীলনী

Jewel's Care Collected

৪৯. $A = \log_{\sqrt{2}} 8000$

$B = \frac{\log_{10}\sqrt{125} + \log_{10}27 - \log_{10}\sqrt{1000}}{\log_{10}4.5}$

$C = \frac{9^{m+1}}{(3^{m-1})^{m+1}} \div \frac{3^{m+1}}{(3^m)^{m-1}}$ [ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ – ২০১৬]

ক. A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. B এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর, $C = AB$. ৪

৫০. $P = \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r-p} \times \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p-q} \times \left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q-r}$ এবং

$Q = \log_{10}\sqrt{27} + \log_{10}8 - \log_{10}\sqrt{1000}$ [মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, ঢাকা – ২০১৬]

ক. $\log_{10}\left(\sqrt[3]{5}.\sqrt{5}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $P - 1 = 0$. ৪

গ. দেখাও যে, $Q \div \log_{10}1.2 = \frac{3}{2}$. ৪

৫১. দেওয়া আছে, $A = 2, B = 3$ এবং $C = 5$ [মতিঝিল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা – ২০১৬]

ক. $\log_{\sqrt{2}} 400$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{B^{m+1}}{(B^m)^{m-1}} \div \frac{B^{2m+2}}{(B^{m-1})^{m+1}} =$ কত? ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{\log_{10}\sqrt{B^3} + \log_{10}A^3 - \log_{10}\sqrt{(A \times C)^3}}{\log_{10}1.2} = \frac{3}{2}$ ৪

৫২. $a > 0, a \neq 1$ শর্তে $a^x = a^y$ হলে, $x = y$. [আরমানিটোলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা – ২০১৫]

ক. $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$ এর সরল মান নির্ণয় কর। ২

খ. $a^x = b, b^y = c$ এবং $c^z = a$ হলে, দেখাও যে, $xyz = 1$. ৪

গ. সরল কর : $(12)^{-\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{54}$ ৪

৫৩. $L = x^{a+2}, M = x^{b+2}, N = x^{c+2}$ [সাভার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, ঢাকা – ১৫]

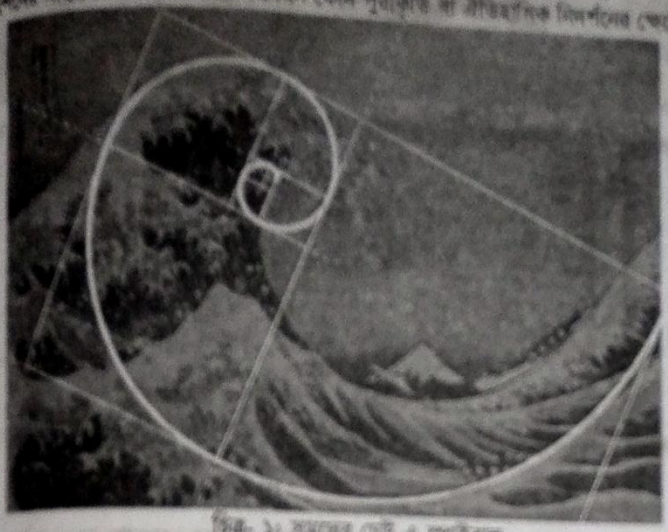
ক. $\frac{L}{M} = 1$ হলে, দেখাও যে, $a = b$

খ. দেখাও যে, $\sqrt[ab]{\frac{L}{M}} \times \sqrt[bc]{\frac{M}{N}} \times \sqrt[ca]{\frac{N}{L}} = 1$

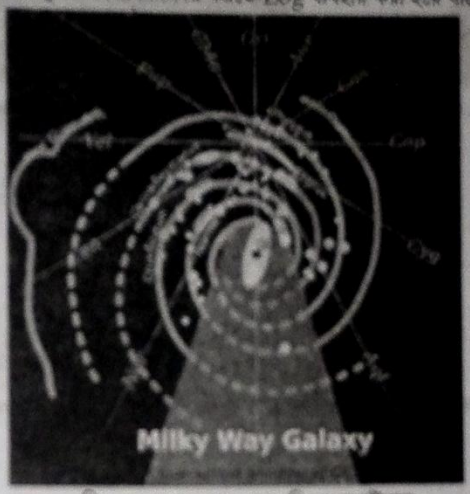
গ. প্রমাণ কর যে, $\log_k\left(\frac{L}{M}\right)^{a+b} + \log_k\left(\frac{M}{N}\right)^{b+c} + \log_k\left(\frac{N}{L}\right)^{c+a} = 0$

Jewel's Care Life is for motto lesson

৯ বাস্তব জীবনে এ অধ্যায়ের প্রয়োগ



চিত্র- ১: সমুদ্রের ঢেউ এ স্পাইরাল



চিত্র- ২: মহাকাশের গ্যালাক্সিতে স্পাইরাল

চিত্র- ৩: ফেরা স্ট্রীকারে স্পাইরাল

Jewel's Care Collected

"Our greatest weakness lies in giving up. The most certain way to succeed is always to try just one more time".

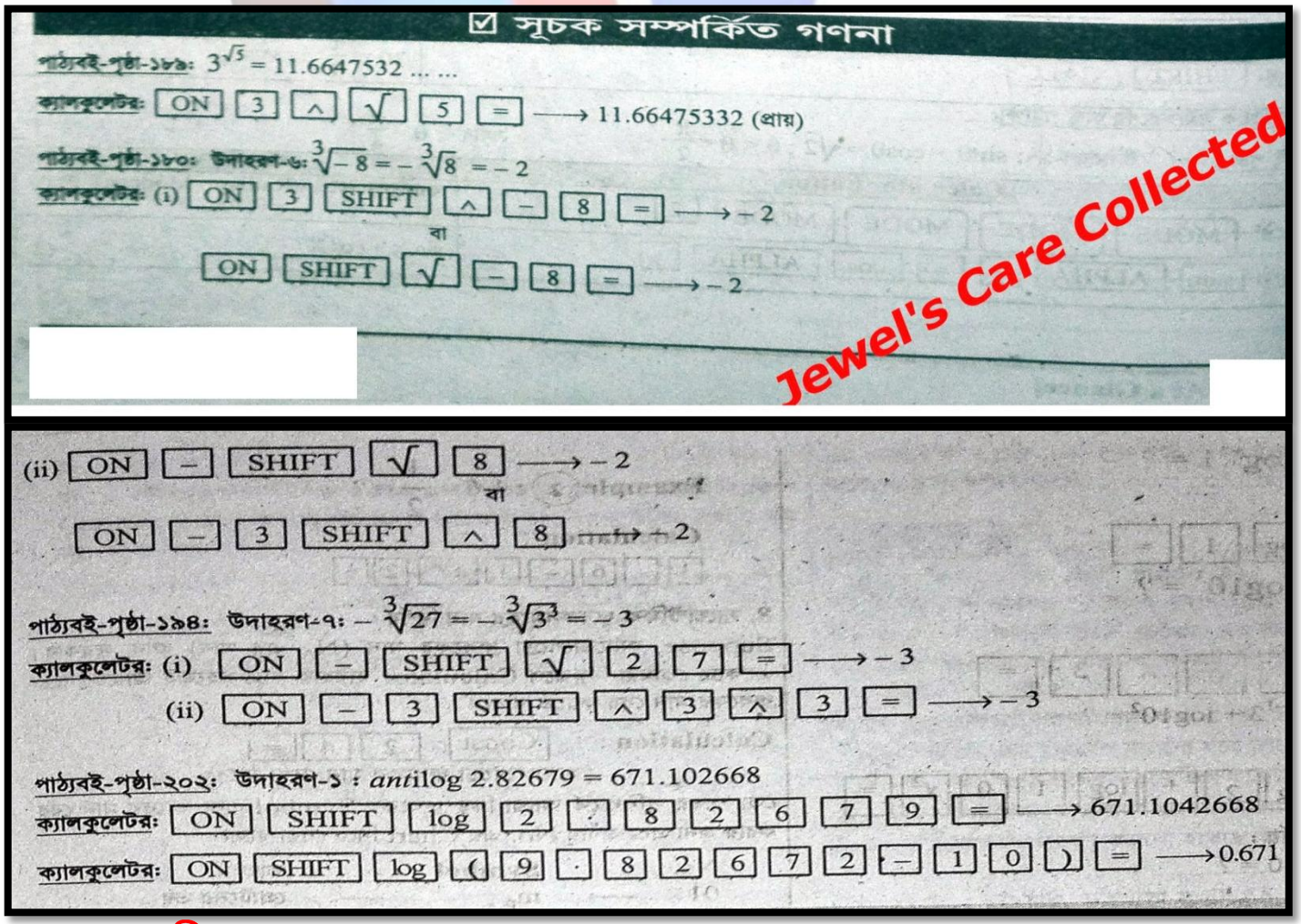
-Thomas Alva Edison

Jewel's Care Life is for motto lesson

বিজ্ঞাপনঃ

www.jewelscare.weebly.com এ আপনি আমার সকল শীট পাবেন এবং ভিডিও পাবেন সাথে। ধন্যবাদ।

অধ্যায়ভইত্তিক ক্যাকুলেটর এর ব্যবহারঃ



আমার বানীঃ By optimum usage of time and minimum wastage of time, you can buildup yourself. So, don't worry about your career, It's Your's…… Mind it……. That's all for the time being…